

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Оглавление

Задание № 1 (30 баллов). Численное дифференцирование и простейший анализ функций, построение касательной.....	2
Задание № 2 (15 баллов). Поиск экстремумов функции одной переменной с помощью подпрограммы «Поиск решения».	3
Задание № 3 (35 баллов). Приближенное решение уравнений.	4
Задание № 4 (20 баллов). Приближенное интегрирование с заданным шагом	5

ЗАДАНИЕ № 1 (30 БАЛЛОВ). ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ПРОСТЕЙШИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ, ПОСТРОЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ

Функция $f(x)$ (см. таблицу 1, согласно варианту) задана на интервале $[x_1, x_2]$.

1. (15 баллов) Исследовать поведение функции $f(x)$.
2. (15 баллов) Построить касательную к графику этой функции.

Таблица 1.

№ варианта	$y = y(x)$	$[x_1, x_2]$	Δx
1	$y = \frac{2}{3} \sqrt[3]{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$	$[-5, 5]$	0,1
2	$y = x^{\operatorname{arcsin} x}$	$[0, 1]$	0,01
3	$y = e^{-0.5x-1} \sin 2x^3$	$[-5, 5]$	0,1
4	$y = e^{0.5x-1} \cos 2x^3$	$[-5, 5]$	0,1
5	$y = e^{\sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}}$	$[0, 5]$	0,1
6	$y = e^{\sin x + \cos x}$	$[-2\pi, 2\pi]$	$\frac{\pi}{60}$
7	$y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}$	$[-5, 5]$	0,1
8	$y = \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{5+x}}$	$[1, 7]$	0,1
9	$y = \operatorname{arcsin} e^{-x} \cdot \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1})$	$[0, 8]$	0,1
10	$y = \frac{\sqrt{6x}}{\sqrt{2x + \sqrt{2x + \sqrt{2x}}}}$	$[2, 10]$	$\frac{\pi}{60}$
11	$y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sin^2 x}}$	$[0, 2\pi]$	$\frac{\pi}{60}$
12	$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$	$[-2, 8]$	0,2
13	$y = \frac{x^3}{2x^2 + 1} - \frac{x^2}{2x + 1}$	$[0, 10]$	0,25
14	$y = x^{\sin(x+3)}$	$[0, 2\pi]$	$\frac{\pi}{60}$
15	$y = 2^{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$	$[0, 2\pi]$	$\frac{\pi}{60}$

ЗАДАНИЕ № 2 (15 БАЛЛОВ). ПОИСК ЭКСТРЕМУМОВ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ С ПОМОЩЬЮ ПОДПРОГРАММЫ «ПОИСК РЕШЕНИЯ».

(15 баллов) Решение этой задачи сводится к поиску на заданном отрезке $[a, b]$ такого значения аргумента, которое доставляет максимальное и (или) минимальное значение целевой функции $f(x)$.

№ варианта	Функция	$[a, b]$
1	$\frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{x}}$	[6, 8]
2	$\frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{x}}$	[7, 9]
3	$\sin(x) + 5\sin(3x)$	[2, 3]
4	$3\sin(x) - \sin(3x)$	[0, 2]
5	$\cos(x) - \cos(3x)$	[4, 6]
6	$\frac{\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}{\sqrt{x}}$	[7, 9]

Таблица 2

7	$\frac{\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}{\sqrt{x}}$	[9, 11]
8	$\ln^2(x) - \cos(x+1)$	[4, 5]
9	$\sin(\ln(x+1))e^x$	[1, 2]
10	$\ln(\pi x)xe^{-x}$	[1, 3]
11	$\ln(1+x^2)e^{(1-x)}$	[1, 2]
12	$3 + 4\cos(2x) - 7$	[5, 6]
13	$\frac{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{1-x}$	[0, 2]
14	$\frac{\sin(\pi x)}{x^{1+x}}$	[0, 1]
15	$\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)e^{-x}$	[1, 2]

Указание. Построить график функции на заданном отрезке.

ЗАДАНИЕ № 3 (35 БАЛЛОВ). ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ.

1. Отделите корни уравнения графическим (**5 баллов**) и табличным способом (**10 баллов**).
2. Уточните корни уравнение
 - 2.1. (**10 баллов**) используя метод бисекции;
 - 2.2. (**5 баллов**) с помощью подпрограммы **Подбор параметра**;
 - 2.3. (**5 баллов**) с помощью подпрограммы **Поиск решения**.

Таблица 3

№ вариант	Уравнение	$[a, b]$
1	$\ln(x) = \frac{1}{x}$	$[1, 2]$
2	$\ln(x) = \sin(x)$	$[1, 3]$
3	$\sin(x) = \frac{x}{2}$	$\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$
4	$\cos(x) = x$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
5	$\cos(x) = \ln(x)$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
6	$\cos(x) = \frac{1}{x}$	$[4, 6]$
7	$\cos(x) = \ln(1+x)$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

8	$\ln(x) = \frac{1}{x^2}$	$[1, 2]$
9	$\sin(x) = e^{-x}$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
10	$e^{-x} = x^2$	$[0, 1]$
11	$\cos(x) = x^3$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
12	$\cos(x) = x^2$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
13	$x^5 + 1 = 3x$	$[0, 1]$
14	$x - 0,5 = x^8$	$[0, 1]$
15	$\ln(x) = e^{-x}$	$[0, 2]$

Указание. Заданное уравнение привести к нормальному виду, то есть всё, расположенное в правой части уравнения, перенести в левую половину и приравнять ее нулю. В дальнейшем левая часть уравнения и будет являться целевой функцией. Уравнение решить каждым из рассмотренных способов и сравнить полученные результаты. Допустимое их различие должно быть меньше $\varepsilon = 10^{-6}$.

ЗАДАНИЕ № 4 (20 БАЛЛОВ). ПРИБЛИЖЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ С ЗАДАННЫМ ШАГОМ

(20 баллов) Вычислить определенный интеграл методом прямоугольников и методом трапеций с заданным числом шагов $n=20$. Найти ошибку интегрирования.

Таблица 7

№	Интеграл	Точное значение интеграла
1	$\int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt{3x+4}}$	$\frac{8}{3}$
2	$\int_0^1 \frac{dx}{(2x+1)^3}$	$\frac{2}{9}$
3	$\int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx$	π
4	$\int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{18}$
5	$\int_{-2}^0 (x^2-4) \cos 3x dx$	$\frac{4}{9} \cos 6 - \frac{2}{27} \sin 6$
6	$\int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg}(2x)}{1+4x^2} dx$	$\ln 2 - \frac{\pi^2}{32}$
7	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx$	$\frac{1}{6}$
8	$\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{(3 \operatorname{tg} x + 5) \sin 2x}$	$\frac{1}{10} \ln \frac{12}{7}$

9	$\int_0^{\pi} 2x \cos^2 \frac{x}{2} dx.$	$\frac{\pi^2}{2} - 2$
10	$\int_0^{2\pi} (2-4x) \sin 2x dx.$	4π
11	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x\sqrt{2}-3) \cos 2x dx.$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
12	$\int_0^1 x^2 e^{3x} dx.$	$\frac{5e^3-2}{27}$
13	$\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx.$	$\frac{\pi}{16}$
14	$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx.$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$
15	$\int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$	$\frac{81}{16} \pi$