

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3
РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА
СИМВОЛИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

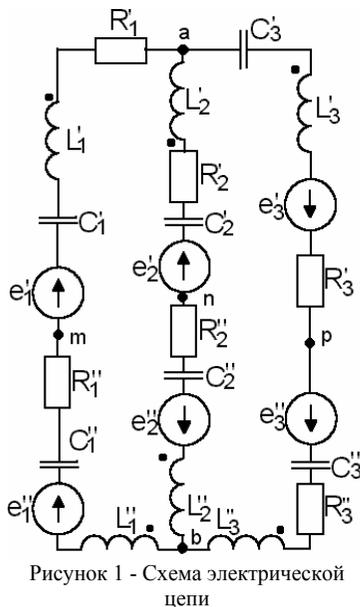


Рисунок 1 - Схема электрической цепи

1 Исходные данные

1.1 В таблице 1 приведены значения параметров элементов электрической цепи (ЭЦ) синусоидального тока, изображенной на рисунке 1. Вариант расчетно-графической работы (РГР) соответствует порядковому номеру студента в журнале группы.

1.2 Оставить в электрической цепи только те элементы, параметры которых указаны в таблице (взаимная индуктивность в РГР № 3 не учитывать) и начертить схему исходной электрической цепи.

1.3 Записать уравнения мгновенных значений ЭДС $e = E_M \sin(\omega t + \psi_0)$ по их амплитудному значению E_M , функции (\sin или \cos) и начальной фазе ψ_0 .

2 Задание

2.1 Записать в дифференциальной форме уравнения по законам Кирхгофа.

2.2 Рассчитать комплексные сопротивления элементов, перейти от мгновенные значения ЭДС к комплексным действующим, начертить схему и записать в символической форме уравнения по законам Кирхгофа. Найти эквивалентные комплексные сопротивления и ЭДС ветвей для расчетной схемы замещения.

2.3 Рассчитать символическим методом токи в ветвях и напряжения на каждом элементе, применив на выбор законы Кирхгофа, методы контурных токов, узловых потенциалов или метод наложения.

2.4 Проверить решение по балансу мощностей.

2.5 Построить векторную диаграмму токов и потенциальную диаграмму напряжений вдоль каждой из ветвей исходной ЭЦ и напряжения между узлами $ab - U_{ab}$.

2.6 Определить напряжение (U_{mn} , U_{np} или U_{pm}), указанное в колонке 17 таблицы 1, по второму закону Кирхгофа и топографической диаграмме напряжений.

2.7 Перейти от комплексных действующих значений токов к мгновенным и построить временные диаграммы токов в диапазоне $t = -T/2 \dots T$.

2.8 Построить круговую диаграмму тока в ветви с изменяемым от 0 до ∞ параметром, который задан в колонке 17 таблицы 1, применив метод эквивалентного генератора и аналитический способ построения.

1 Исходные данные

В исходной схеме оставляются только те элементы электрической цепи, параметры которых отличны от нуля и не равны бесконечности.

Таблица исходных данных для варианта "Пример"

Вариант	Ветвь	E'_M	ψ'_0	E''_M	ψ''_0	R'	R''	C'	C''	L'	L''	M	f	Изменяем. параметр
		В	град	В	град									
Пример	1	141.4	cos	282.8	sin	5	0	637	∞	0	31.83	15.00	50	U_{mn}
	2	70.7	sin	70.7	cos	0	10	∞	∞	0	0			
	3	0		0		0	4	∞	354	0	19.10			

Уравнения ЭДС $e = E_M \sin(\omega t + \psi_0)$:

$e'_1 = 141.4 \cos(\omega t + 45^\circ)$ В;

$e''_1 = 282.8 \sin(\omega t + 45^\circ)$ В;

$e'_2 = 70.7 \sin(\omega t - 30^\circ)$ В;

$e''_2 = 70.7 \cos(\omega t + 60^\circ)$ В;

Параметры пассивных элементов:

$R_1 = R'_1 = 5$ Ом;

$R_2 = R''_2 = 10$ Ом;

$R_3 = R''_3 = 4$ Ом;

$C_1 = C'_1 = 637$ мкФ;

$C_3 = C''_3 = 354$ мкФ;

$L_1 = L''_1 = 31.83$ мГн;

$L_3 = L''_3 = 19.10$ мГн.

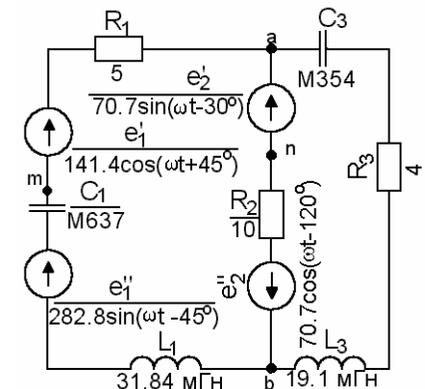


Рисунок П1 - Исходная схема

2 Расчет электрической цепи синусоидального тока

2.1 Уравнения в дифференциальной форме по законам Кирхгофа

На исходной схеме (рисунок П2) произвольно выбираются направления тока в ветвях и обхода произвольно выбранных взаимно независимых контуров.

Для узла а по первому закону Кирхгофа:

$i_1 + i_2 - i_3 = 0$.

Для контуров 1к и 2к:

$u_{L1} + u_{C1} + u_{R1} - u_{R2} = e''_1 + e'_1 - e'_2 + e''_2$;

$u_{C3} + u_{R3} + u_{L3} + u_{R2} = e''_2 - e''_1$.

Напряжение на резисторе по закону Ома $u_R = R \cdot i$.

Напряжение на индуктивности по закону электромагнитной индукции: $u_L = L(di/dt)$.

Напряжение на емкости, исходя из тока смещения $i = C(du_C/dt)$, $u_C = \frac{1}{C} \int i \cdot dt$.

После подстановки формул для напряжений на элементах получим искомую систему уравнений в дифференциальной форме по законам Кирхгофа:

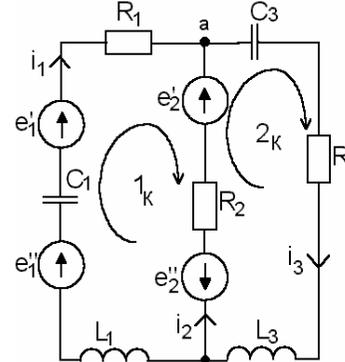
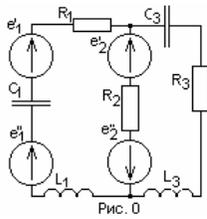


Рисунок П2 - Схема для уравнений по законам Кирхгофа

$i_1 + i_2 - i_3 = 0$;

$L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + i_1 R_1 - i_2 R_2 = E''_{M1} \cos(\omega t + 45^\circ) + E''_{M1} \sin(\omega t - 45^\circ) - E''_{M2} \sin(\omega t - 30^\circ) + E''_{M2} \cos(\omega t + 60^\circ)$;

$i_2 R_2 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + i_3 R_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + i_2 R_2 = E''_{M2} \sin(\omega t - 30^\circ) - E''_{M2} \cos(\omega t + 60^\circ)$.



1 Переход от мгновенных значений синусоидальных величин к действующим комплексным

При расчете цепей синусоидального тока величины ЭДС могут быть заданы мгновенными значениями, а поскольку расчет принято выполнять в действующих значениях для момента времени $t=0$, то необходимо преобразовать мгновенные значения в действующие комплексные.

В том случае, если параметры реактивных элементов - емкостей и индуктивностей - заданы в системе СИ - в Φ и Гн - нужно перед расчетом найти их сопротивление переменному синусоидальному току.

Для схемы, приведенной на рис. 0 в табл. 1 приведены значения параметров элементов.

Таблица 1

e'_1, B	e''_1, B	e'_2, B	e''_2, B	$R_1, Ом$	$L_1, мГн$	$C_1, мкФ$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$L_3, мГн$	$C_3, мкФ$	$\omega, с^{-1}$
$141,4\cos(\omega t+45^\circ)$	$282,8\sin(\omega t-45^\circ)$	$70,7\sin(\omega t-30^\circ)$	$70,7\cos(\omega t-300^\circ)$	5	31,83	0,637	10	4	19,10	0,354	314

1.1 Переход от мгновенного значения к комплексному осуществляется следующим образом:

$$e'_1 = 141,4\cos(\omega t+45^\circ) = 141,4\sin(\omega t+90^\circ+45^\circ) = 141,4\sin(\omega t+135^\circ) \Rightarrow \underline{E}_1 = (141,4/1,414) * e^{j(\omega t+135^\circ)} = 100e^{j135} B;$$

$$e''_1 = 282,8\sin(\omega t-45^\circ) \Rightarrow \underline{E}_1'' = (282,8/1,414) * e^{j(\omega t-45^\circ)} = 200e^{-j45} B;$$

$$e'_2 = 70,7\sin(\omega t-30^\circ) \Rightarrow \underline{E}_2' = (70,7/1,414) * e^{j(\omega t-30^\circ)} = 50e^{-j30} B;$$

$$e''_2 = 70,7\cos(\omega t-300^\circ) = 70,7\sin(\omega t+90^\circ-300^\circ) = 70,7\sin(\omega t-210^\circ) \Rightarrow \underline{E}_2'' = (70,7/1,414) * e^{j(\omega t-210^\circ)} = 50e^{-j210} B.$$

1.2 Сопротивления катушек индуктивности синусоидальному току пропорционально частоте

$$X_{L1} = \omega L_1 = 314 * 0,03183 = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 314 * 0,01910 = 6 \text{ Ом}.$$

1.3 Емкостные сопротивления обратно пропорциональны емкости и частоте

$$X_{C1} = 1/(\omega C_1) = 1/(314 * 0,000637) = 5 \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = 1/(\omega C_3) = 1/(314 * 0,000354) = 9 \text{ Ом}.$$

1.4 Упрощение схемы

Поскольку ЭДС $\underline{E}_1', \underline{E}_1''$ и $\underline{E}_2', \underline{E}_2''$ включены последовательно, то результирующая равна их алгебраической сумме

$$\underline{E}_1 = \underline{E}_1' + \underline{E}_1'' = 100e^{j135} + 200e^{-j45} = (-70,7 + j70,7) + (141,1 - j141,1) = 70,7 - j70,7 = 100e^{j45} B;$$

$$\underline{E}_2 = \underline{E}_2' - \underline{E}_2'' = 50e^{-j30} - 50e^{-j210} = (43,3 - j25,0) - (-43,3 + j25,0) = 86,6 - j50,0 = 100e^{j30} B.$$

С учетом выполненных преобразований схема преобразуется к виду на рис.1.

Последовательно соединенные резисторы и реактивные сопротивления в ветвях заменяются комплексными сопротивлениями ветвей $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2$ и \underline{Z}_3 .

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} - jX_{C1} = R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) = 5 + j(10 - 5) = 5 + j5 = 7,07e^{j45} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 = 10 = 10e^{j0} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L3} - jX_{C3} = R_3 + j(X_{L3} - X_{C3}) = 4 + j(6 - 9) = 4 - j3 = 5e^{j30} \text{ Ом}.$$

Схема упрощается и приводится к виду рис. 1а.

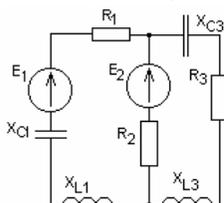


Рис. 1

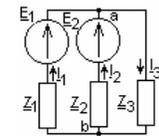


Рис. 1а

2 Расчет по методу узловых потенциалов (двух узлов).

2.1 Принимается потенциал одного из узлов, например, b равным нулю ($\phi_b = 0$). Тогда потенциал узла a $\phi_a = (\underline{E}_1/\underline{Z}_1 + \underline{E}_2/\underline{Z}_2)/(1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2 + 1/\underline{Z}_3) = (100e^{j45}/7,07e^{j45} + 100e^{j30}/10e^{j0})/(1/7,07e^{j45} + 1/10e^{j0} + 1/5e^{-j30}) = 21,04 - j54,34 = 58,27e^{j68,84} B.$

2.2 Записываются уравнения по второму закону Кирхгофа для каждой ветви и напряжения \underline{U}_{ab} между узлами a и b : $\underline{U}_{ab} + \underline{I}_1 * \underline{Z}_1 = \underline{E}_1$; $\underline{U}_{ab} + \underline{I}_2 * \underline{Z}_2 = \underline{E}_2$; $\underline{U}_{ab} - \underline{I}_3 * \underline{Z}_3 = 0$, из которых находятся токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = (\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab})/\underline{Z}_1 = (100e^{j45} - 58,27e^{j68,84})/7,07e^{j45} = 3,3298 - j6,6028 = 7,3949e^{j63,24} A;$$

$$\underline{I}_2 = (\underline{E}_2 - \underline{U}_{ab})/\underline{Z}_2 = (100e^{j30} - 58,27e^{j68,84})/10 = 6,556 + j0,4335 = 6,57e^{j3,78} A;$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U}_{ab}/\underline{Z}_3 = 58,27e^{j68,84}/5e^{-j30} = 9,8862 - j6,1692 = 11,65e^{j31,97} A;$$

3 Расчет цепи по методу контурных токов необходимо:

3.1 Произвольно выберутся взаимно независимые контуры и направления контурных токов \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} (рис.2);

3.2 Записывается стандартная система линейных алгебраических уравнений по числу контурных токов:

$$\underline{Z}_{11} * \underline{I}_{11} + \underline{Z}_{12} * \underline{I}_{22} = \underline{E}_{11};$$

$$\underline{Z}_{21} * \underline{I}_{11} + \underline{Z}_{22} * \underline{I}_{22} = \underline{E}_{22};$$

3.3 По исходным данным вычисляются собственные сопротивления контуров $\underline{Z}_{11}, \underline{Z}_{22}$, смежной ветви $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$, и контурные ЭДС $\underline{E}_{11}, \underline{E}_{22}$ (коэффициенты перед неизвестными и свободные члены):

$$\underline{Z}_{11} = R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) + R_2 = 5 + j(10 - 5) + 10 = 15 + j5 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{22} = R_3 + j(X_{L3} - X_{C3}) + R_2 = 4 + j(6 - 9) + 10 = 14 - j3 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -R_2 = -10 \text{ Ом};$$

$$\underline{E}_{11} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = (70,7 - j70,7) - (86,6 - j50) = -15,9 - j20,7 B;$$

$$\underline{E}_{22} = \underline{E}_2 = 86,6 - j50 B;$$

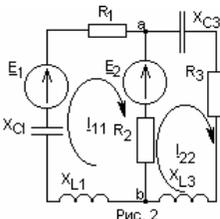


Рис. 2

3.4 С учетом найденных коэффициентов уравнений и свободных членов записывается система уравнений в окончательном виде:

$$(15 + j5) * \underline{I}_{11} - 10 * \underline{I}_{22} = -15,9 - j20,7;$$

$$-10 * \underline{I}_{11} + (14 - j3) * \underline{I}_{22} = 86,6 - j50;$$

3.5 Решается полученная система уравнений с комплексными числами вручную или используются доступные аппаратно-программные средства: компьютер с программными средствами **Maple, Eureka, MatLab** и т.п.

3.5.1 В системе символьической математики Maple:

```
> with(linalg);
Z:=matrix(2, 2, [[ 15+5.0*I, -10.0], [-10.0, 14.0-3.0*I ]]);
E:=vector(2, [-15.9-20.7*I, 86.6-50.0*I]);
Ikk:=linsolve(Z,E);
Ikk := [3.329846154 - 6.602769230I, 9.886153846 - 6.169230768I].
```

3.5.2 В системе Eureka:

В окне Edit:	В окне Solution:	
Scomplex=YES;	Variables:	Values:
j=sqrt(-1);	re I11	3.3298462
(15+j*5)*I11 - 10*I22 = -15.9 - j*20.7;	im I11	-6.6027694
-10*I11 + (14 - j*3)*I22 = 86.6 - j*50;	re I22	9.8861535
	im I22	-6.1692309

3.5.3 В системе MatLab (в командной строке):

```
>> j=sqrt(-1);
>> Z = [15+j*5 -10; -10 14.0-j*3];
>> E = [-15.9-j*20.7; 86.6 -j*50];
>> Ikk = E/Z;
Ikk =
    3.3298    -6.6028i
    9.8862    -6.1692i
```

Из результатов решения следует, что контурные токи: $\underline{I}_{11} = 3,3298 - j6,6028 A$ и $\underline{I}_{22} = 9,8862 - 6,1692 A.$

3.6 Токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 3,3298 - j6,6028 = 7,3949e^{j63,24} A;$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{11} = (9,8862 - 6,1692) - (3,3298 - j6,6028) = 6,556 + j0,4335 = 6,57e^{j3,78} A;$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{22} = 9,8862 - j6,1692 = 11,65e^{j31,97} A.$$

3.7 Проверка расчета.

Правильность расчета проверяется по балансу мощностей $\sum \underline{E}_i \underline{I}_i = \sum \underline{I}_i^2 \underline{Z}_i$.

3.7.1 Мощность источников:

$$\underline{S}_\Sigma = \sum \underline{E}_i \underline{I}_i = \underline{E}_1 \underline{I}_1 + \underline{E}_2 \underline{I}_2 = 100e^{j45} * 7,3949e^{j63,24} + 100e^{j30} * 6,57e^{j3,78} = 1248,34 + j133,96 \text{ ВА}.$$

3.7.2 Мощность приемников:

$$\underline{S}_\Pi = \sum \underline{I}_i^2 \underline{Z}_i = \underline{I}_1^2 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2^2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_3^2 \underline{Z}_3 = (7,3949)^2 * 7,07e^{j45} + (7,3949)^2 * 10 + (11,65)^2 * 5e^{-j30} = 1248,34 - j133,96 = 1255,50e^{-j6,13} \text{ ВА}.$$

3.7.3 Погрешности расчета полной γ_s , активной γ_r , реактивной γ_o мощностей и фазы γ_ϕ

$$\gamma_s = (S_\Pi - S_\Sigma)/S_\Pi = (1255,502785 - 1255,502785)/1255,502785 = 0;$$

$$\gamma_r = (P_\Pi - P_\Sigma)/P_\Pi = (1248,335231 - 1248,335230)/1248,335231 = 0;$$

$$\gamma_o = (Q_\Pi - Q_\Sigma)/Q_\Pi = (133,9641639 - 133,9641543)/133,9641639 = -2,985873373 * 10^{-9};$$

$$\gamma_\phi = (\phi_\Pi - \phi_\Sigma)/\phi_\Pi = (-6,125211788 - 6,125211811)/(-6,125211788) = -3,754972203 * 10^{-9}.$$

4 Построение векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений по результатам расчета выполняется в следующем порядке.

4.1 Рассчитываются падения напряжений на каждом элементе исходной электрической цепи. Целесообразно вычислить токи и напряжения как в показательной (полярной), так и в алгебраической форме.

$$\underline{I}_1 = 7,3949e^{j63,24} = 3,3298 - j6,6028 A; \underline{I}_2 = 6,57e^{j3,78} = 6,556 + j0,4335 A;$$

$$\underline{I}_3 = 11,65e^{j31,97} = 9,8862 - j6,1692 A;$$

$$\underline{U}_{ab} = \phi_a = 58,27e^{j68,84} = 21,04 - j54,34 B;$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I}_1 * jX_{L1} = 7,3949e^{j63,24} * 10e^{j90} = 73,949e^{j153,24} = 66,03 + j33,30 B;$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 * -jX_{C1} = 7,3949e^{j63,24} * 5e^{-j90} = 36,975e^{-j26,76} = -33,01 - 16,65 B;$$

$$\underline{U}_{E1} = \underline{E}_1 = 100e^{j45} = 70,7 - j70,7 B;$$

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 * R_1 = 7,3949e^{j63,24} * 5e^{j0} = 36,975e^{j63,24} = 16,65 - j33,01 B;$$

$$\underline{U}_{R2} = \underline{I}_2 * R_2 = 6,57e^{j3,78} * 10 = 65,7e^{j3,78} = 65,56 + j4,335 B;$$

$$\underline{U}_{E2} = \underline{E}_2 = 100e^{j30} = 86,6 - j50,0 B;$$

$$\underline{U}_{L3} = \underline{I}_3 * jX_{L3} = 11,65e^{j31,97} * 6e^{j90} = 69,30e^{j121,97} = 37,02 + j59,32 B;$$

$$\underline{U}_{C3} = \underline{I}_3 * -jX_{C3} = 11,65e^{j31,97} * 5e^{-j90} = 58,25e^{-j58,03} = -55,52 - j88,98 B;$$

$$\underline{U}_{R3} = \underline{I}_3 * R_3 = 11,65e^{j31,97} * 4 = 47,20e^{j31,97} = 39,54 - j24,68 B.$$

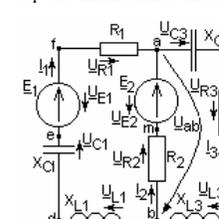


Рис. 3а

4.2 Записываются уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров, в которые входит напряжению $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{ab1} = \underline{U}_{ab2} = \underline{U}_{ab3}$ и одна из ветвей:

$$\begin{aligned} U_{ab1} + U_{L1} + U_{C1} - U_{E1} + U_{R1} &= 0; \\ U_{ab2} + U_{R2} - U_{E2} &= 0; \\ U_{ab3} - U_{L3} - U_{R3} - U_{C3} &= 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений получим:

$$\begin{aligned} U_{L1} + U_{C1} - U_{E1} + U_{R1} &= -U_{ab1}; \\ U_{R2} - U_{E2} &= -U_{ab2}; \\ U_{L3} + U_{R3} + U_{C3} &= U_{ab3} \text{ или } -U_{L3} - U_{R3} - U_{C3} = -U_{ab3} \end{aligned}$$

и по ним строится диаграмма

4.3 Выбираются масштабы токов $m_I = 1 \text{ А/см}$ и напряжений $m_U = 10 \text{ В/см}$ для комплексной плоскости, исходя и соображений наглядности и максимального использования площади рисунка.

4.4 Построение векторной диаграммы токов осуществляется согласно уравнению по первому закону Кирхгофа для узла а: $I_1 + I_2 = I_3$, а топографическая диаграмма напряжений по уравнениям, полученным из второго закона Кирхгофа, путем последовательного откладывания векторов от узла b, потенциал которого принимается равным нулю.

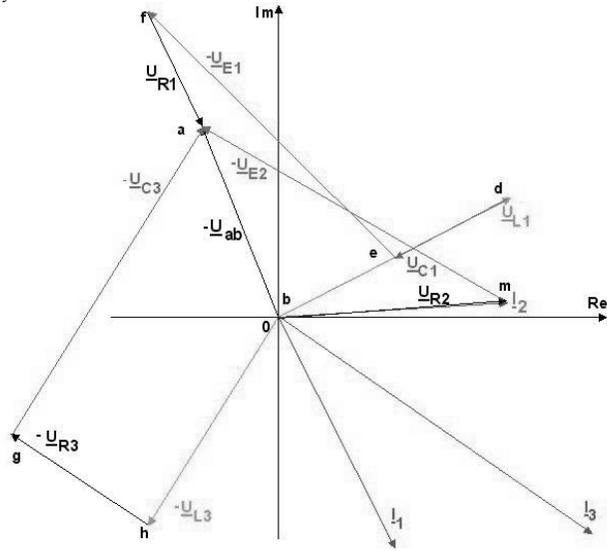


Рисунок 4 - Векторная диаграмма токов и топографическая напряжений

5 Построение диаграммы мгновенных значений (временных диаграмм) токов (i_1, i_2, i_3) (в диапазоне $-T/2 \dots T$).

5.1 Записываются уравнения мгновенных значений токов через их комплексные амплитуды (I_1, I_2, I_3) по действующим значениям (I_1, I_2, I_3) и оператор вращения $e^{j\omega t}$.

Согласно формуле Эйлера:

$$i_1 = \text{Im}[I_{11}e^{j\omega t}] = \text{Im}[\sqrt{2} \cdot I_1 e^{j\omega t}] = \text{Im}[\sqrt{2} \cdot 7.40 e^{j(\omega t - 63.24^\circ)}] = \text{Im}[1.414 \cdot 7.40 (\cos(\omega t - 63.24^\circ) + j \sin(\omega t - 63.24^\circ))] = 10.40 \sin(314t - 63.24^\circ) \text{ А};$$

$$i_2 = \text{Im}[I_{12}e^{j\omega t}] = \text{Im}[\sqrt{2} \cdot I_2 e^{j\omega t}] = \text{Im}[\sqrt{2} \cdot 6.57 e^{j(\omega t + 3.78^\circ)}] = 9.29 \sin(314t + 3.78^\circ) \text{ А};$$

$$i_3 = \text{Im}[I_{13}e^{j\omega t}] = \text{Im}[\sqrt{2} \cdot I_3 e^{j\omega t}] = \text{Im}[\sqrt{2} \cdot 11.65 e^{j(\omega t - 31.97^\circ)}] = 16.47 \sin(314t - 31.97^\circ) \text{ А}.$$

5.2 Построить синусоиду можно тремя способами:

5.2.1 По точкам пересечения синусоидой оси времени (нулевым), максимумам и минимумам;

5.2.2 По числовым данным таблицы

$t, \text{мс}$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$i_1, \text{А}$	9.29	4.77	-1.57	-7.31	-10.26	-9.30	-4.78	1.55	7.30	10.26	9.30	4.80	-1.54	-7.29	-10.26	-9.31
$i_2, \text{А}$	-0.63	-5.95	-9.01	-8.62	-4.95	0.61	5.94	9.00	8.63	4.96	-0.60	-5.93	-9.00	-8.64	-4.98	0.58
$i_3, \text{А}$	8.69	-1.18	-10.61	-15.99	-15.26	-8.72	1.16	10.59	15.98	15.27	8.74	-1.13	-10.57	-15.97	-15.28	-8.76

5.2.3 При помощи компьютерных программ.

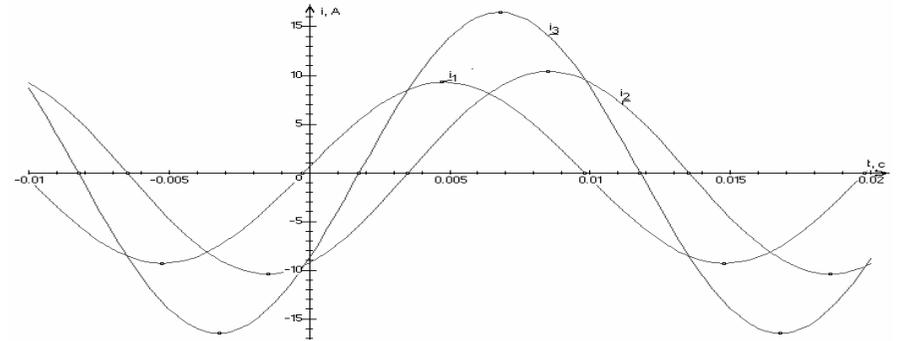
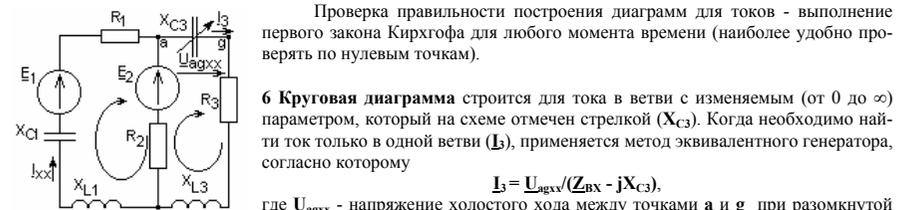


Рисунок 5 – Диаграмма мгновенных значений токов



Проверка правильности построения диаграмм для токов - выполнение первого закона Кирхгофа для любого момента времени (наиболее удобно проверять по нулевым точкам).

6 Круговая диаграмма строится для тока в ветви с изменяемым (от 0 до ∞) параметром, который на схеме отмечен стрелкой (X_{C3}). Когда необходимо найти ток только в одной ветви (I_3), применяется метод эквивалентного генератора, согласно которому

$$I_3 = U_{agxx} / (Z_{Bx} - jX_{C3}),$$

где U_{agxx} - напряжение холостого хода между точками а и g при разомкнутой ветви ag ($X_{C3} = \infty$), а Z_{Bx} - входное сопротивление цепи относительно точек ag. Для определения напряжения холостого хода нужно в начале найти ток холостого хода I_{XX} из уравнения по второму закону Кирхгофа для контура из первой и второй ветвей $I_{XX}(R_1 + jX_{L1} - jX_{C1} + R_2) = E_1 - E_2$:

$$I_{XX} = (E_1 - E_2) / ((R_1 + R_2) + j(X_{L1} - jX_{C1})) = (100e^{j30} - 100e^{j30}) / ((5+10) + j(10-5)) = 1.65e^{-j146} \text{ А}.$$

Напряжение холостого хода находится из уравнения по второму закону Кирхгофа для второй и третьей ветвей ветвей $U_{agxx} - I_{XX}R_2 = E_2$:

$$U_{agxx} = E_2 + I_{XX}R_2 = 100e^{j30} + 10 \cdot 1.65e^{-j146} = 93.95e^{j39.1} = 72.92 - j59.24 \text{ В}.$$

Входное сопротивление:

$$Z_{Bx} = (R_3 + jX_{L3}) + (R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})) \cdot R_2 / (R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) + R_2) = (4 + j6) + (5 + j(10-5)) \cdot 10 / (5 + j(10-5) + 10) = 8 + j8 = 11.312e^{j45} \text{ Ом}.$$

Рисунок 6

Формула для тока $I_3 = U_{agxx} / (Z_{Bx} - jX_{C3})$ преобразовывается в уравнение окружности. Для этого числитель и знаменатель дроби делится на Z_{Bx}

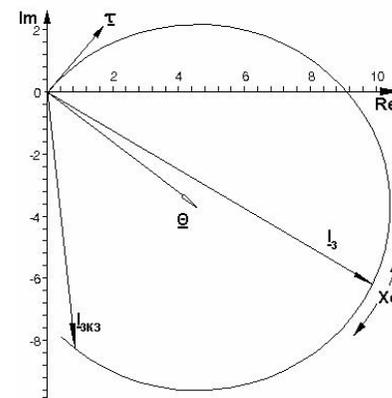


Рисунок 7 – Круговая диаграмма

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{U_{agxx} / Z_{Bx}}{1 + X_{C3}e^{-j90} / Z_{Bx}} = \frac{X_e^{j\psi_x}}{1 + Pe^{j\psi_p}} = \\ &= \frac{93.95e^{-j39.1} / 11.31e^{j45}}{1 + X_{C3}e^{-j90} / 11.31e^{j45}} = \frac{8.3e^{-j84.1}}{1 + X_{C3} \cdot 0.0884e^{-j135}} \end{aligned}$$

Из уравнения следует, что $\psi_x = -84.1^\circ$, $\psi_p = -135^\circ$, а центр дуги окружности

$$O = \frac{X}{2} (1 + j \cdot \text{ctg} \psi_p) = \frac{8.3e^{-j84.1}}{2} (1 + j \cdot \text{ctg}(-135^\circ)) = 5.876e^{-j39.1} \text{ А}.$$

На комплексной плоскости в масштабе откладываются: хорда, стягивающая дугу окружности (в данном случае это ток I_{3k} короткого замыкания сопротивления $X_{C3} = 0$), $I_{3k} = 8.3e^{-j84.1} \text{ А}$; касательная τ под углом $-\psi_p = 135^\circ$ к хорде; центр дуги окружности $O = 5.876e^{-j39.1} \text{ А}$. При помощи циркуля строится дуга окружности, заключенная между хордой и касательной и являющаяся годографом вектора тока I_3 при изменении $X_{C3} = 0 \dots \infty$. Вектор тока I_3 при $X_{C3} = 9 \text{ Ом}$ будет хордой годографа.

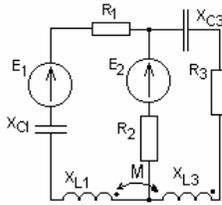


Рисунок 8

7 Расчет электрической цепи синусоидального тока с учетом индуктивной связи катушек

7.1 Исходные данные. Электрическая цепь (рис.8) отличается от рассчитанной ранее (рис.1) тем, что катушки индуктивности L_1 и L_2 индуктивно связаны и взаимная индуктивность составляет 0.7 мГн , т.е.

$$M = 0.7 * L_2 = 0.7 * 0.0191 = 0.01337 \text{ Гн.}$$

Тогда сопротивление взаимоиндукции

$$X_M = j\omega M = j314 * 0.01337 = j4.20 = 4.20e^{j90} \text{ Ом.}$$

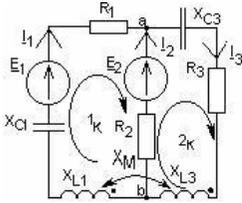


Рисунок 9

7.2 Расчет цепи по законам Кирхгофа. Для произвольно выбранных условно положительных направлений токов I_1 , I_2 , I_3 и обходов взаимно независимых контуров 1_k и 2_k (рис.9) запишем уравнения

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 + jX_{L1} I_1 + jX_M I_2 - jX_{C1} I_1 = E_1 - E_2;$$

$$R_2 I_2 - jX_{C2} I_2 + R_3 I_3 + jX_{L2} I_2 + jX_M I_1 = E_2.$$

Положительные знаки падений напряжений на сопротивлениях взаимной индуктивности X_M обусловлены тем, что токи I_1 и I_2 направлены от начала к концу катушек L_1 и L_2 .

После упрощения система уравнений по законам Кирхгофа примет вид

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$[(R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}))I_1 - R_2 I_2 + jX_M I_2] = E_1 - E_2;$$

$$jX_M I_1 + R_2 I_2 + [R_3 + j(X_{L2} - X_{C2})]I_3 = E_2.$$

После подстановки значений переищем уравнения

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$[5 + j(10 - 5)]I_1 - 10I_2 + j4.20I_3 = 70.7 - j70.7 - 86.6 + j50.0;$$

$$j4.20I_1 + 10I_2 + [4 - j(6 - 9)]I_3 = 86.6 - j50.0.$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$(5 + j5)I_1 - 10I_2 + j4.20I_3 = -15.9 - j20.7;$$

$$j4.20I_1 + 10I_2 + (4 - j3)I_3 = 86.6 - j50.0.$$

В системе Maple 9.01

> with(linalg);

$$Z:=\text{matrix}(3, 3, [1.0, 1.0, -1.0, 5.0+5.0I, -10.0, 4.2I, 4.2I, 1 0.0, 4.0 -3.0I]);$$

$$E:=\text{vector}(3, [0, -15.9 -20.7I, 86.6 -50.0I]);$$

$$Ik:=\text{linsolve}(Z,E);$$

$$Z := \begin{vmatrix} 1.0 & 1.0 & -1.0 \\ 5.0+5.0I & -10.0 & 4.2I \\ 4.2I & 10.0 & 4.0 -3.0I \end{vmatrix}$$

$$E := \begin{vmatrix} 0 \\ -15.9 -20.7I \\ 86.6 -50.0I \end{vmatrix}$$

$$Ik := \begin{vmatrix} -2.096744730 & -6.150272185I, & 6.317763829 & -0.2806804360I, & 4.221019099 & -6.430952621I \end{vmatrix}$$

Из вектора I_k токи в ветвях

$$I_1 = -2.096744730 - j6.15 = 6.50e^{-j108.82} \text{ А;}$$

$$I_2 = 6.317763829 - j0.28 = 6.32e^{-j2.54} \text{ А;}$$

$$I_3 = 4.221019099 - j6.43 = 7.69e^{-j56.72} \text{ А.}$$

7.3 Правильность расчета проверяется по балансу мощностей $\sum E_i I_i = \sum I_i^2 Z_i + \sum U_{ij} I_j$.

7.3.1 Мощность источников;

$$S_{\Sigma} = \sum E_i I_i = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 100e^{-j30} * 6.498e^{j108.82} + 100e^{-j30} * 6.32e^{j2.54} = 847.74 + j291.58 = 896.45e^{j19} \text{ ВА.}$$

7.3.2 Мощность приемников;

$$S_{\Pi} = \sum I_i^2 Z_i + \sum U_{ij} I_j = I_1^2 Z_1 + I_2^2 Z_2 + I_3^2 Z_3 + I_1 X_M I_2 + I_1 X_M I_3 =$$

$$= (6.50)^2 * 7.07e^{j45} + (6.32)^2 * 10 + (7.69)^2 * 5e^{-j30} + 7.69e^{j56.72} * 4.20e^{-j90} * 6.50e^{j108.82} +$$

$$+ 6.50e^{-j108.82} * 4.20e^{-j90} * 7.69e^{j56.72} = 847.74 + j291.58 = 896.45 e^{j19} \text{ ВА.}$$

7.3.3 Погрешности расчета полной γ_s , активной γ_p , реактивной γ_Q мощностей и фазы γ_ϕ

$$\gamma_s = (S_{\Pi} - S_{\Sigma})/S_{\Sigma} = (896.4484678 - 896.4484678) / 896.4484678 = 0;$$

$$\gamma_p = (P_{\Pi} - P_{\Sigma})/P_{\Sigma} = (847.7367605 - 847.7367605) / 847.7367605 = 0;$$

$$\gamma_Q = (Q_{\Pi} - Q_{\Sigma})/Q_{\Sigma} = (291.4828302 - 291.4828301) / 291.4828302 = 3.430733808 * 10^{-10};$$

$$\gamma_\phi = (\phi_{\Pi} - \phi_{\Sigma}) / \phi_{\Sigma} = (18.97497623 - 18.97497622) / 18.97497623 = 5.270098828 * 10^{-10}.$$

7.4 Построение векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений по результатам расчета выполняется в следующем порядке.

7.4.1 Рассчитываются падения напряжений на каждом элементе исходной электрической цепи. Целесообразно вычислить токи и напряжения как в показательной (полярной), так и в алгебраической форме.

$$I_1 = -2.096744730 - j6.15 = 6.50e^{-j108.82} \text{ А;}$$

$$I_2 = 6.317763829 - j0.28 = 6.32e^{-j2.54} \text{ А;}$$

$$I_3 = 4.221019099 - j6.43 = 7.69e^{-j56.72} \text{ А.}$$

$$U_{L1} = I_1 * X_{L1} = 6.50e^{-j108.82} * 10e^{j90} = 65.00e^{-j18.83} = 61.50 - j20.97 \text{ В;}$$

$$U_{M1} = I_2 * X_M = 7.69e^{j56.72} * 4.2e^{j90} = 32.31e^{j33.28} = 27.01 + j17.73 \text{ В;}$$

$$U_{C1} = I_1 * X_{C1} = 6.50e^{j108.82} * 5e^{j90} = 32.50e^{j161.18} = -30.75 + j10.48 \text{ В;}$$

$$U_{E1} = E_1 = 100e^{-j45} = 70.7 - j70.7 \text{ В;}$$

$$U_{R1} = I_1 * R_1 = 6.50e^{-j108.82} * 5e^{j0} = 32.50e^{-j108.82} = -10.48 - j30.75 \text{ В;}$$

$$U_{R2} = I_2 * R_2 = 6.32e^{-j2.54} * 10 = 63.2e^{-j2.54} = 63.18 - j2.81 \text{ В;}$$

$$U_{E2} = E_2 = 100e^{-j30} = 86.6 - j50.0 \text{ В;}$$

$$U_{M3} = I_1 * X_M = 6.50e^{-j108.82} * 4.2e^{j90} = 27.29e^{-j18.83} = 25.83 - j8.81 \text{ В;}$$

$$U_{L3} = I_3 * X_{L3} = 7.69e^{-j56.72} * 6e^{j90} = 46.15e^{j33.27} = 38.59 + j25.33 \text{ В;}$$

$$U_{R3} = I_3 * R_3 = 7.69e^{-j56.72} * 4 = 30.77e^{-j56.72} = 16.88 - j25.72 \text{ В.}$$

$$U_{C3} = I_3 * X_{C3} = 7.69e^{j56.72} * 5e^{j90} = 69.23e^{j146.72} = -57.88 - j37.99 \text{ В;}$$

7.4.2 Записываются уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров, в которые входит напряжение U_{ab} и одна из ветвей:

$$U_{ab1} + U_{L1} + U_{M1} + U_{C1} - U_{E1} + U_{R1} = 0;$$

$$U_{ab2} + U_{R2} - U_{E2} = 0;$$

$$U_{ab3} - U_{M3} - U_{L3} - U_{R3} - U_{C3} = 0.$$

Из этих уравнений получим напряжение $U_{ab} = U_{ab1} = U_{ab2} = U_{ab3}$ между узлами ab, равное алгебраической сумме падений напряжений на элементах каждой ветви

$$U_{ab1} = -U_{L1} - U_{M1} - U_{C1} + U_{E1} - U_{R1} = -(61.5 - j20.97) - (27.01 + j17.73) - (-30.75 + j10.48) + (70.7 - j70.7) - (-10.48 - j30.75) =$$

$$= 23.42 - j47.19 = 52.69e^{-j63.6} \text{ В;}$$

$$U_{ab2} = -U_{R2} + U_{E2} = -(63.18 - j2.81) + (86.6 - j50.0) = 23.42 - j47.19 = 52.69e^{-j63.6} \text{ В;}$$

$$U_{ab3} = U_{M3} + U_{L3} + U_{R3} + U_{C3} = (25.83 - j8.81) + (38.59 + j25.33) + (16.88 - j25.7) + (-57.88 - j37.99) =$$

$$= 23.42 - j47.19 = 52.69e^{-j63.6} \text{ В.}$$

7.4.3 Выбираются масштабы токов $m_I = 1 \text{ А/см}$ и напряжений $m_U = 10 \text{ В/см}$ для комплексной плоскости, исходя и соображений наглядности и максимального использования площади рисунка.

7.4.4 Построение векторной диаграммы токов осуществляется согласно уравнению по первому закону Кирхгофа для узла a: $I_1 + I_2 = I_3$, а топографическая диаграмма напряжений по уравнениям, полученным из второго закона Кирхгофа, путем последовательного откладывания векторов от узла b, потенциал которого принимается равным нулю.

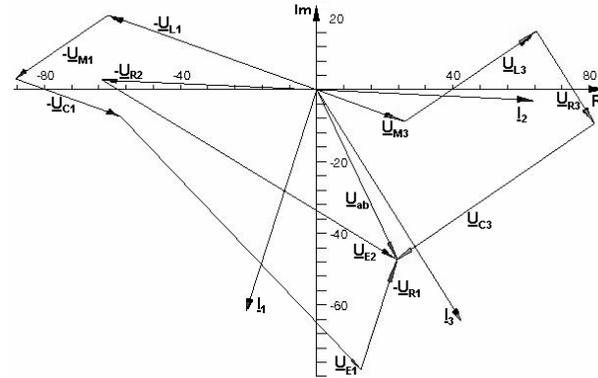


Рисунок 11 - Векторная диаграмма токов и топографическая напряжений

7 Листинг программы расчета токов и напряжений в системе Maple 9.01

```

Подключение модуля "Линейная алгебра" и графического модуля
> restart: with( linalg):with(plottools);
Ввод исходных данных
> E1:=70.7-70.7*I;E2:=86.6-50*I; R1:=5.0; XL1:=10.0*I; XC1:=-5.0*I;R2:=10.0; R3:=4.0;XL3:=6.0*I;XC3:=-9.0*I;
Z1:=R1+XL1+XC1; Z2:=R2; Z3:=R3+XL3+XC3; p:=evalf(Pi);g:=180/p;
> Z:=matrix([[1.0,1.0,-1.0],[Z1,-Z2,0],[Z2,Z3]]);
E:=vector([0, E1-E2, E2]);
Решение системы линейных алгебраических уравнений и вывод токов в виде вектора.
> Ik:=linsolve(Z, E);
Вывод токов в алгебраической и показательной формах.
> I1:=Ik[1];I1p:=polar(I1);fi1:=g*argument(I1);
I2:=Ik[2];I2p:=polar(I2);fi2:=g*argument(I2);I3:=Ik[3];I3p:=polar(I3);fi3:=g*argument(I3);
Мощности источников.
> Se1:=E1*conjugate(I1); Se2:=E2*conjugate(I2); Se:=Se1+Se2; Sep:=polar(Se);fiSe:=g*argument(Se);
Мощности приемников
> Sz1:=abs(I1)^2*Z1;Sz2:=abs(I2)^2*Z2;Sz3:=abs(I3)^2*Z3;Sz:=Sz1+Sz2+Sz3;Szp:=polar(Sz);
fiSz:=g*argument(Sz);
Погрешности баланса мощностей, полной, активной, реактивной и фазы.
> dS:=(abs(Se)-abs(Sz))/abs(Se);dP:=(Re(Se)-Re(Sz))/Re(Se);dQ:=(Im(Se)-Im(Sz))/Im(Se);dfi:=(fiSe-fiSz)/fiSe;
Расчет падений напряжения в первой ветви.
> UL1:=I1*XL1; UL1p:=polar(UL1); fiUL1:=g*argument(UL1);UC1:=I1*XC1;
UL1p:=polar(UC1);fiUC1:=g*argument(UC1);UE1:=E1;UE1p:=polar(UE1);fiUE1:=g*argument(UE1);UR1:=I1*R1;UR1p:=polar(UR1); fiUR1:=g*argument(UR1);
Расчет падений напряжения во второй ветви.
> UR2:=I2*R2; UR2p:=polar(UR2); fiUR2:=g*argument(UR2); UE2:=E2;
UE2p:=polar(UE2);fiE2:=g*argument(UE2);
Расчет падений напряжения в третьей ветви.
> UL3:=I3*XL3; UL3p:=polar(UL3); fiUL3:=g*argument(UL3); UR3:=I3*R3; UR3p:=polar(UR3);
fiUR3:=g*argument(UR3);UC3:=I3*XC3; UC3p:=polar(UC3); fiUC3:=g*argument(UC3);
Расчет напряжения между узлами Uab по падениям напряжений первой, второй и третьей ветвей.
> Uab1:=UL1-UC1+UE1-UR1; Uab2:=-UR2+UE2; Uab3:=UL3+UR3+UC3;
Uab1p:=polar(Uab1);fiUab1:=g*argument(Uab1);
Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов
> Uabg:=arrow([0,0],[Re(Uab1),Im(Uab1)],0,1.2,0.1, color=red);kl:=10;
Расчет векторов тока
> I1g:=arrow(kI*([0,0],[Re(I1),Im(I1)]),0,7.0,0.4, color=red);
I2g:=arrow(kI*([0,0],[Re(I2),Im(I2)]),0,9.0,0.5, color=blue);
I3g:=arrow(kI*([0,0],[Re(I3),Im(I3)]),0,1.2,0.03, color=green);
Расчет векторов падений напряжений первой ветви (вариант 1).
> UL1g:=arrow([0,0],[-Re(UL1),-Im(UL1)],0,6.0,0.6, color=red); UC1g:=arrow([-Re(UL1),-Im(UL1)],[-Re(UL1+UC1),-Im(UL1+UC1)],0,7.0,1,color=red); UE1g:=arrow([-Re(UL1+UC1),-Im(UL1+UC1)],[-Re(UL1+UC1-UE1),-Im(UL1+UC1-UE1)],0,7.0,0.4,color=red); UR1g:=arrow([-Re(UL1+UC1-UE1),-Im(UL1+UC1-UE1)],[-Re(UL1+UC1-UE1+UR1),-Im(UL1+UC1-UE1+UR1)],0,1.2,0.2,color=red);
Расчет векторов падений напряжений второй ветви (вариант 1).
> UR2g:=arrow([0,0],[-Re(UR2),-Im(UR2)],0,7.0,0.7, color=blue); UE2g:=arrow([-Re(UR2),-Im(UR2)],[-Re(UR2-UE2),-Im(UR2-UE2)],0,7.0,0.4,color=blue);
Расчет векторов падений напряжений третьей ветви (вариант 1).
> UL3g:=arrow([0,0],[Re(UL3),Im(UL3)],0,9.0,1.3, color=green);
UR3g:=arrow([Re(UL3),Im(UL3)],[Re(UL3+UR3),Im(UL3+UR3)],0,1.1,0.15, color=green);
UC3g:=arrow([Re(UL3+UR3),Im(UL3+UR3)],[Re(UL3+UR3+UC3),Im(UL3+UR3+UC3)],0,1.3,0.07, color=green);
Arc:=arc([0,0],40,-3.7,-0.55,color=yellow);
Построение векторов на комплексной плоскости (вариант 1).
> plots[display]([I1g,I2g,I3g,UL1g,UC1g,UE1g,UR1g,Uabg,UR2g,UE2g,UL3g,UR3g,UC3g]);
Расчет вектора напряжения -Uab (вариант 2).
> iUabg:=arrow([0,0],[-Re(Uab1),-Im(Uab1)],0,1.2,0.1, color=red);
Расчет векторов падений напряжений первой ветви (вариант 2).
> UL1g:=arrow([0,0],[Re(UL1),Im(UL1)],0,6.0,0.6, color=red); UC1g:=arrow([Re(UL1),Im(UL1)],[Re(UL1+UC1),Im(UL1+UC1)],0,7.0,1, color=red); UE1g:=arrow([Re(UL1+UC1),Im(UL1+UC1)],[Re(UL1+UC1-UE1),Im(UL1+UC1-UE1)],0,7.0,0.4, color=red); UR1g:=arrow([Re(UL1+UC1-UE1),Im(UL1+UC1-UE1)],[Re(UL1+UC1-UE1+UR1),Im(UL1+UC1-UE1+UR1)],0,1.2,0.2, color=red);
Расчет векторов падений напряжений второй ветви (вариант 2).

```

```

> UR2g:=arrow([0,0],[Re(UR2),Im(UR2)],0,7.0,0.7, color=blue);
UE2g:=arrow([Re(UR2),Im(UR2)],[Re(UR2-UE2),Im(UR2-UE2)],0,7.0,0.4, color=blue);
Расчет векторов падений напряжений третьей ветви (вариант 2).
> UL3g:=arrow([0,0],[-Re(UL3),-Im(UL3)],0,9.0,1.3, color=green);
UR3g:=arrow([-Re(UL3),-Im(UL3)],[Re(UL3+UR3),-Im(UL3+UR3)],0,1.1,0.15, color=green); UC3g:=arrow([-Re(UL3+UR3),-Im(UL3+UR3)],[Re(UL3+UR3+UC3),-Im(UL3+UR3+UC3)],0,1.3,0.07, color=green);
Построение векторов на комплексной плоскости (вариант 2).
> plots[display]([I1g,I2g,I3g,UL1g,UC1g,UE1g,UR1g,iUabg,UR2g,UE2g,UL3g,UR3g,UC3g]);
Уравнения мгновенных значений токов
> id1:=plot(1.414*abs(I1)*sin(314*t+argument(I1)),t=-0.01..0.02);
id2:=plot(1.414*abs(I2)*sin(314*t+argument(I2)),t=-0.01..0.02);
id3:=plot(1.414*abs(I3)*sin(314*t+argument(I3)),t=-0.01..0.02);
Построение диаграммы мгновенных значений токов
> plots[display](id1,id2,id3);
Расчет круговой диаграммы
Контурная ЭДС
> E11:=E1-E2;E11p:=polar(E11);fiE11:=g*argument(E11);
Ток холостого хода
> Ixx:=E11/(R1+XC1+XL1+R2);Ixxp:=polar(Ixx);fiIxx:=g*argument(Ixx);
Входное сопротивление
> Zbx:=(R3+XL3)+(R2*(R1+XC1+XL1)/(R1+XC1+XL1+R2));Zbxp:=polar(Zbx);fiZbx:=g*argument(Zbx);
Напряжение холостого хода
> Uagxx:=E2+Ixx*R2;Uagxxp:=polar(Uagxx);fiUagxx:=g*argument(Uagxx);
Ток короткого замыкания, хорда дуги окружности, и проверка расчетов по току, аргумент изменяемого параметра
> Ikz:=Uagxx/Zbx;Ikzp:=polar(Ikz);PsiX:=g*argument(Ikz); I3z:=Uagxx/(Zbx-9*I);I3zp:=polar(Ikz);
PsiP:=argument(XC3)-argument(Zbx); PsiPg:=g*PsiP;
Центр дуги окружности и касательная
> Teta:=(Ikz/2)*(1+cot(PsiP)*I);Tetap:=polar(Teta);fiTetap:=g*argument(Teta); Tau:=0.5*Teta*I;
TauP:=polar(Tau); fiTauP:=g*argument(Tau);
Построение круговой диаграммы
> arcl3:= arc([Re(Teta),Im(Teta)], abs(Teta), p/2+argument(Ikz)-p-argument(Teta), p+argument(Teta));
teta:=arrow([0,0],[Re(Teta),Im(Teta)],0,1.0,1.0); alk3:=arrow([0,0],[Re(Ikz),Im(Ikz)],0,1.0,1.0);
tau:=arrow([0,0],[Re(Tau),Im(Tau)],0,1.0,1.0);
al3:=arrow([0,0],[Re(I3),Im(I3)],0,1.0,0.05); plots[display](arcl3,teta,alk3,tau,al3);

```

8 Листинг программы расчета электрической цепи синусоидального тока с учетом индуктивной связи между катушками

Подключение модуля "Линейная алгебра".

```

> with( linalg ):
Ввод исходных данных.
> E1:=70.7-70.7*I;E2:=86.6-50*I; R1:=5.0; XL1:=10.0*I; XC1:=-5.0*I;R2:=10.0;
R3:=4.0;XL3:=6.0*I;XC3:=-9.0*I; XM:=4.2*I; Z1:=R1+XL1+XC1; Z2:=R2;
Z3:=R3+XL3+XC3;
Ввод матрицы сопротивлений вектора ЭДС.
> Z:=matrix(3,3,[1.0,1.0,-1.0,Z1,-Z2, XM, XM, Z2, Z3]);
E:=vector(3, [ 0, E1-E2, E2]);
Решение системы линейных алгебраических уравнений и вывод токов в виде вектора.
> Ik:=linsolve(Z, E);
Вывод токов в алгебраической и показательной формах.
> I1:=Ik[1];I1p:=polar(I1);fi1:=180*argument(I1)/3.14157;
I2:=Ik[2];I2p:=polar(I2);fi2:=180*argument(I2)/3.14157;
I3:=Ik[3];I3p:=polar(I3);fi3:=180*argument(I3)/3.14157;
Мощности источников.
> Se1:=E1*conjugate(I1); Se2:=E2*conjugate(I2); Se:=Se1+Se2;
Sep:=polar(Se);fiSe:=180*argument(Se)/3.14157;
Мощности приемников
> Sz1:=abs(I1)^2*Z1;Sz2:=abs(I2)^2*Z2;Sz3:=abs(I3)^2*Z3;Sml:=XM*I3*conjugate(I1);
Sm3:=XM*I1*conjugate(I3);
Sz:=Sz1+Sz2+Sz3+Sml+Sm3;Szp:=polar(Sz);fiSz:=180*argument(Sz)/3.14157;
Погрешности баланса мощностей (полной, активной, реактивной и фазы) в процентах.
> dS:=100*(abs(Se)-abs(Sz))/abs(Se);dP:=100*(Re(Se)-Re(Sz))/Re(Se);dQ:=100*(Im(Se)-Im(Sz))/Im(Se); dfi:=100*(fiSe-fiSz)/fiSe;
Расчет падений напряжения в первой ветви.

```

```

> UL1:=I1*XL1; UL1p:=polar(UL1);          fiUL1:=180*argument(UL1)/3.14157;
UM1:=I3*XM; UM1p:=polar(UM1); fiUM1:=180*argument(UM1)/3.14157;
UC1:=I1*XC1; UL1p:=polar(UC1); fiUC1:=180*argument(UC1)/3.14157;
UE1:=E1; UE1p:=polar(UE1); fiUE1:=180*argument(UE1)/3.14157;
UR1:=I1*R1; UR1p:=polar(UR1); fiUR1:=180*argument(UR1)/3.14157;
Расчет падений напряжения во второй ветви.
> UR2:=I2*R2; UR2p:=polar(UR2); fiUR2:=180*argument(UR2)/3.14157;
UE2:=E2; UE2p:=polar(UE2); fiUE2:=180*argument(UE2)/3.14157;
Расчет падений напряжения в третьей ветви.
> UL3:=I3*XL3; UL3p:=polar(UL3); fiUL3:=180*argument(UL3)/3.14157;
UM3:=I1*XM; UM3p:=polar(UM3); fiUM3:=180*argument(UM3)/3.14157;
UR3:=I3*R3; UR3p:=polar(UR3); fiUR3:=180*argument(UR3)/3.14157;
UC3:=I3*XC3; UC3p:=polar(UC3); fiUC3:=180*argument(UC3)/3.14157;
Расчет напряжения между узлами Uab по падениям напряжений первой, второй и третьей ветвей.
> Uab1:=-UL1-UM1-UC1+UE1-UR1; Uab2:=-UR2+UE2; Uab3:=UM3+UL3+UR3+UC3;
Uablp:=polar(Uab1);          fiUab1:=180*argument(Uab1)/3.14157;
Подключение графического модуля.
> with(plottools):
Расчет вектора напряжения Uab
> Uabg:=arrow([0,0],[Re(Uab1),Im(Uab1)],.0,1.2,0.1, color=red):
Расчет векторов тока
> I1g:=arrow([0,0],10*[Re(I1),Im(I1)],.0,.7,0.04, color=red):
I2g:=arrow([0,0],10*[Re(I2),Im(I2)],.0,.9,0.05, color=blue):
I3g:=arrow([0,0],10*[Re(I3),Im(I3)],.0,1.2,0.03, color=green):
Расчет векторов падений напряжений первой ветви.
> UL1g:=arrow([0,0],[-Re(UL1),-Im(UL1)],.0,.6,0.06, color=red):
UM1g:=arrow([-Re(UL1),-Im(UL1)],[-Re(UL1)-Re(UM1),-Im(UL1)-Im(UM1)],.0,.7,0.1,
color=red):
UC1g:=arrow([-Re(UL1)-Re(UM1),-Im(UL1)-Im(UM1)],[-
Re(UL1)-Re(UM1)-Re(UC1),-Im(UL1)-Im(UM1)-Im(UC1)],.0,.7,0.1, color=red):
UE1g:=arrow([-Re(UL1)-Re(UM1)-Re(UC1),-Im(UL1)-Im(UM1)-Im(UC1)],[-Re(UL1)-
Re(UM1)-Re(UC1)+Re(UE1),-Im(UL1)-Im(UM1)-Im(UC1)+Im(UE1)],.0,.7,0.04,
color=red):
UR1g:=arrow([-Re(UL1)-Re(UM1)-Re(UC1)+Re(UE1),-Im(UL1)-Im(UM1)-
Im(UC1)+Im(UE1)],[-Re(UL1)-Re(UM1)-Re(UC1)+Re(UE1)-Re(UR1),-Im(UL1)-Im(UM1)-
Im(UC1)+Im(UE1)-Im(UR1)],.0,1.2,0.2, color=red):
Расчет векторов падений напряжений второй ветви.
>UR2g:=arrow([0,0],[Re(UR2),Im(UR2)],.0,.7,0.07, color=blue):
UE2g:=arrow([-Re(UR2),-Im(UR2)],[-Re(UR2)+Re(UE2),-Im(UR2)+Im(UE2)],.0,.7,0.04,
color=blue):
Расчет векторов падений напряжений третьей ветви.
> UM3g:=arrow([0,0],[Re(UM3),Im(UM3)],.0,.7,0.2, color=green):
UL3g:=arrow([Re(UM3),Im(UM3)], [Re(UM3)+Re(UL3),Im(UM3)+Im(UL3)],.0,.9,0.13,
color=green):
UR3g:=arrow([Re(UM3)+Re(UL3),Im(UM3)+Im(UL3)], [Re(UM3)+Re(UL3)+Re(UR3),+Im(UM3)+
Im(UL3)+Im(UR3)],.0,1.1,0.15, color=green):
UC3g:=arrow([Re(UM3)+Re(UL3)+Re(UR3),+Im(UM3)+Im(UL3)+Im(UR3)], [Re(UM3)+Re(UL3)+
Re(UR3)+Re(UC3),Im(UM3)+Im(UL3)+Im(UR3)+Im(UC3)],.0,1.3,0.07, color=green):
Arc:=arc([0,0],40,-3.7-.0.55,color=yellow):
Построение векторов на комплексной плоскости.
>plots[display](I1g,I2g,I3g,UL1g,UM1g,UC1g,UE1g,UR1g,Uabg,UR2g,UE2g,UM3g,UL3g,UR
3g,UC3g);
Уравнения мгновенных значений токов
> id1:=plot(1.414*abs(I1)*sin(314*t+argument(I1)),t=-0.01..0.02):
id2:=plot(1.414*abs(I2)*sin(314*t+argument(I2)),t=-0.01..0.02):
id3:=plot(1.414*abs(I3)*sin(314*t+argument(I3)),t=-0.01..0.02):
Построение диаграммы мгновенных значений токов
> plots[display](id1,id2,id3);

```

Вариант	Рисунок	L_1	L_2	L_3	C_1	C_2	C_3	R_1	R_2	R_3	$f, \Gamma u$	e_1, B	e_1', B	e_2, B	e_2', B	e_3, B	e_3', B
		мГн			мкФ			Ом									
1	1.36	—	6,38	—	10,6	∞	—	—	—	10	500	$99 \sin(\omega t + 20^\circ)$	0	$179 \cos(\omega t + 270^\circ)$	0	—	—
2	1.41	1,27	3,18	—	—	3,98	—	—	—	25	1000	$70,5 \cos(\omega t + 270^\circ)$	0	—	—	$84,6 \sin(\omega t - 30^\circ)$	0
3	1.22	—	1,74	—	—	∞	4,02	17	—	—	1100	$113 \sin \omega t$	0	—	—	$46,2 \cos(\omega t - 90^\circ)$	$32,4 \sin(\omega t - 90^\circ)$
4	1.29	1,36	—	5,46	3,25	—	∞	—	65	—	700	$141 \sin \omega t$	0	—	—	$282 \cos(\omega t - 140^\circ)$	0
5	1.34	—	—	2,63	1,25	—	8,84	—	65	—	2000	$200 \cos \omega t$	$74,2 \sin(\omega t + 120^\circ)$	—	—	$282 \cos(\omega t + 296^\circ)$	0
6	1.40	—	1,06	2,48	—	—	—	1,38	17	—	1800	0	$112,8 \cos(\omega t - 95^\circ)$	—	—	$56,4 \sin(\omega t - 40^\circ)$	0
7	1.31	1,27	0,8	—	—	6,38	—	—	—	25	1000	$70,5 \cos(\omega t - 70^\circ)$	0	—	—	$84,6 \sin(\omega t - 10^\circ)$	0
8	1.24	40,2	—	0	35,4	—	53	—	25	—	150	$70,5 \cos(\omega t + 257^\circ)$	—	$68,5 \cos(\omega t - 174^\circ)$	$56 \sin(\omega t - 170^\circ)$	—	—
9	1.35	—	4,19	1,92	—	0,79	0,74	17	—	—	3000	$113 \sin(\omega t - 22^\circ)$	0	—	—	$56,4 \cos(\omega t - 147^\circ)$	—
10	1.25	1,04	—	2,64	0,76	—	3,23	—	65	—	2600	0	$114 \sin(\omega t + 10^\circ)$	—	—	$200 \cos(\omega t - 85^\circ)$	$200 \sin(\omega t - 85^\circ)$
11	1.26	160	25	—	0,53	6,6	—	—	—	100	500	0	$114 \sin \omega t$	—	—	$141 \cos \omega t$	0
12	1.37	—	160	25	—	0,53	6,6	100	—	—	500	$282 \sin(\omega t - 135^\circ)$	$400 \cos(\omega t - 30^\circ)$	—	—	0	$141 \sin \omega t$
13	1.27	—	—	31,8	1,59	—	1,59	—	100	—	1000	—	$169 \sin \omega t$	$169 \sin(\omega t + 90^\circ)$	0	$169 \cos(\omega t + 90^\circ)$	0
14	1.32	15,9	3,98	—	—	1,27	—	—	—	100	1000	0	$169 \sin(\omega t - 180^\circ)$	$240 \sin(\omega t + 45^\circ)$	$169 \sin(\omega t - 90^\circ)$	$169 \cos \omega t$	0
15	1.38	—	6,8	—	—	0,91	0,46	100	—	—	3500	$169 \cos(\omega t - 90^\circ)$	$240 \sin(\omega t + 135^\circ)$	$169 \sin(\omega t + 180^\circ)$	0	0	$169 \cos(\omega t - 90^\circ)$
16	1.30	6	—	0	0,8	—	0,4	—	100	—	4000	$169 \sin(\omega t + 180^\circ)$	—	0	$169 \cos \omega t$	$169 \sin \omega t$	0
17	1.28	1,6	—	—	∞	0,55	—	—	—	10	5000	0	$282 \sin \omega t$	$282 \cos(\omega t + 90^\circ)$	0	—	—
18	1.33	0	32	58	∞	—	17,8	60	—	—	300	—	—	$689 \cos(\omega t - 78^\circ)$	$496 \sin(\omega t - 59^\circ 40')$	$705 \sin(\omega t - 53^\circ)$	—
19	1.23	—	4,98	50	1	7,96	0,4	—	25	—	800	$566 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0	—	—	$705 \sin(\omega t + 180^\circ)$	—
20	1.39	32	36	0	4	2	∞	—	—	70	400	$141 \sin(\omega t - 300^\circ)$	—	$62 \cos(\omega t - 124^\circ)$	$96,4 \sin(\omega t + 201^\circ)$	—	—
21	1.36	—	12,76	—	10,6	—	15,9	—	—	10	500	$99 \sin(\omega t - 340^\circ)$	0	0	$179 \cos(\omega t - 90^\circ)$	—	—
22	1.41	2,12	3,98	—	—	7,56	—	—	—	25	600	$70,5 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0	—	—	$84,6 \sin(\omega t + 330^\circ)$	0
23	1.22	—	3,47	—	—	∞	8,03	17	—	—	550	$113,1 \sin \omega t$	0	—	—	$56,6 \cos(\omega t - 125^\circ)$	0
24	1.29	0,68	—	5,46	1,62	—	4,73	—	65	—	1400	$141 \cos(\omega t + 270^\circ)$	0	—	—	$282 \sin(\omega t + 310^\circ)$	0
25	1.34	—	—	2,63	1,25	—	8,84	—	65	—	2000	$141 \cos(\omega t - 15^\circ)$	0	—	—	$282 \sin(\omega t + 25^\circ)$	0
26	1.40	—	2,12	4,96	—	—	2,76	17	—	—	900	0	$112,8 \sin(\omega t - 5^\circ)$	—	—	$56,4 \cos(\omega t - 130^\circ)$	0
27	1.31	0,64	0,4	—	—	3,19	—	—	—	25	2000	$70,5 \sin(\omega t + 20^\circ)$	0	—	—	$84,6 \cos(\omega t - 100^\circ)$	0
28	1.24	40,2	—	22,8	35,4	—	26,5	—	25	—	150	$70,5 \cos(\omega t - 130^\circ)$	—	$84,6 \sin(\omega t + 317^\circ)$	0	—	—
29	1.35	—	4,19	0	—	0,79	1,47	17	—	—	3000	$60 \sin(\omega t + 315^\circ)$	$60 \cos(\omega t + 90^\circ)$	—	—	$56,4 \sin(\omega t + 303^\circ)$	—
30	1.25	2,08	—	5,27	1,51	—	6,46	—	65	—	1300	0	$141 \cos(\omega t - 80^\circ)$	—	—	0	$282 \sin(\omega t - 40^\circ)$
31	1.26	106	41,3	—	1,76	11	—	—	—	100	300	$141 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0	—	—	$141 \sin(\omega t - 270^\circ)$	0
32	1.37	—	66,2	10,3	—	0,22	2,76	100	—	—	1200	0	$141 \cos \omega t$	—	—	$100 \sin(\omega t + 135^\circ)$	$100 \cos(\omega t + 315^\circ)$
33	1.27	—	—	31,8	3,18	—	∞	—	100	—	500	—	$169 \sin \omega t$	$120 \sin(\omega t + 135^\circ)$	$120 \cos(\omega t - 45^\circ)$	$169 \sin(\omega t - 180^\circ)$	0
34	1.32	10	2,5	—	—	0,8	—	—	—	100	1590	$169 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$240 \sin(\omega t - 135^\circ)$	0	$169 \sin \omega t$	$169 \cos \omega t$	0
35	1.38	—	13,6	—	—	1,82	0,91	100	—	—	1750	0	$169 \cos \omega t$	$169 \sin(\omega t + 90^\circ)$	$240 \sin(\omega t - 135^\circ)$	0	$169 \sin \omega t$
36	1.30	6	—	4	0,8	—	0,2	—	100	—	4000	$169 \cos(\omega t + 90^\circ)$	0	$120 \sin(\omega t - 45^\circ)$	$120 \sin(\omega t + 45^\circ)$	$169 \sin \omega t$	0
37	1.28	4,8	—	—	2,54	1,1	—	—	—	10	2500	0	$282 \sin \omega t$	$282 \cos(\omega t + 90^\circ)$	—	—	—
38	1.33	0	16	29	∞	—	8,9	60	—	—	600	—	—	$705 \cos(\omega t - 37^\circ)$	—	$705 \sin(\omega t - 53^\circ)$	—
39	1.23	—	0	50	1	∞	0,4	—	25	—	800	$620 \sin(\omega t + 54^\circ)$	—	—	—	$705 \cos(\omega t + 90^\circ)$	—
40	1.39	8	9	6,98	1	0,5	1,42	—	—	70	1600	$141 \sin(\omega t - 300^\circ)$	—	$141 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0	—	—
41	1.36	—	5,3	—	8,84	∞	—	—	—	10	600	$99 \cos(\omega t + 290^\circ)$	0	$155 \sin(\omega t + 30^\circ)$	$89,5 \cos(\omega t - 150^\circ)$	—	—
42	1.41	2,12	0	—	—	13,2	—	—	—	25	600	$56 \sin(\omega t - 60^\circ)$	$64,5 \sin(\omega t - 131^\circ)$	—	—	$84,6 \cos(\omega t - 120^\circ)$	0
43	1.22	—	6,94	—	—	24,1	8,03	17	—	—	550	$113,1 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0	—	—	$56,6 \sin(\omega t - 35^\circ)$	0
44	1.29	0,68	—	2,73	1,62	—	∞	—	65	—	1400	$141 \sin \omega t$	0	—	—	$181,4 \sin \omega t$	$216 \cos(\omega t - 180^\circ)$
45	1.34	—	—	6,35	2,5	—	10	—	65	—	1000	$141 \cos(\omega t - 15^\circ)$	0	—	—	0	$282 \sin(\omega t - 335^\circ)$
46	1.40	—	2,37	2,79	—	—	3,99	17	—	—	800	0	$112,8 \cos(\omega t - 95^\circ)$	—	—	$40 \sin(\omega t + 5^\circ)$	$40 \sin(\omega t - 85^\circ)$
47	1.31	1,27	4,78	—	—	3,19	—	—	—	25	1000	$66,5 \sin \omega t$	$24,2 \cos \omega t$	—	—	$84,6 \cos(\omega t - 100^\circ)$	0
48	1.24	10,1	—	5,69	8,85	—	6,62	—	25	—	600	$70,5 \sin(\omega t - 13^\circ)$	—	$84,6 \cos(\omega t - 133^\circ)$	0	—	—
49	1.35	—	1,68	7,65	—	3,16	2,95	17	—	—	750	$113 \cos(\omega t - 112^\circ)$	0	—	—	$56,4 \sin(\omega t - 57^\circ)$	—
50	1.25	2,08	—	2,94	1,51	—	∞	—	65	—	1300	0	$141 \sin(\omega t + 10^\circ)$	—	—	0	$282 \cos(\omega t - 130^\circ)$
51	1.26	15,9	25	—	2,12	6,6	—	—	—	100	500	$244 \cos \omega t$	$282 \sin(\omega t - 60^\circ)$	—	—	$141 \sin(\omega t - 270^\circ)$	0
52	1.37	—	31,8	25	—	1,59	6,6	100	—	—	500	0	$141 \sin(\omega t + 90^\circ)$	—	—	0	$141 \cos(\omega t + 270^\circ)$
53	1.27	—	—	63,6	3,18	—	3,18	—	100	—	500	—	$169 \cos(\omega t + 270^\circ)$	$169 \sin(\omega t + 90^\circ)$	0	$169 \sin(\omega t - 180^\circ)$	0
54	1.32	5	1,25	—	—	0,4	—	—	—	100	3180	0	$169 \sin(\omega t - 180^\circ)$	0	$169 \sin \omega t$	$240 \cos(\omega t + 45^\circ)$	$169 \sin \omega t$
55	1.38	—	6,8	—	—	0,91	0,45	100	—	—	3500	0	$169 \cos \omega t$	$169 \sin(\omega t - 180^\circ)$	0	0	$169 \sin \omega t$
56	1.30	12	—	8	1,6	—	0,4	—	100	—	2000	$169 \sin(\omega t - 180^\circ)$	0	0	$169 \cos \omega t$	0	$169 \sin \omega t$
57	1.28	1,6	—	—	∞	0,55	—	—	—	10	5000	$282 \cos(\omega t - 90^\circ)$	0	$282 \sin(\omega t + 180^\circ)$	0	—	—
58	1.33	31,8	32	58	8,84	—	17,8	60	—	—	300	—	—	$705 \sin(\omega t - 307^\circ)$	0	$705 \cos(\omega t + 217^\circ)$	—
59	1.23	—	19,9	200	4	31,8	1,6	—	25	—	200	$566 \sin \omega t$	0	—	—	$705 \cos(\omega t - 270^\circ)$	—
60	1.39	32	36	27,9	4	2	5,69	—	—	70	400	$141 \cos(\omega t + 330^\circ)$	—	$141 \cos(\omega t + 270^\circ)$	0	—	—

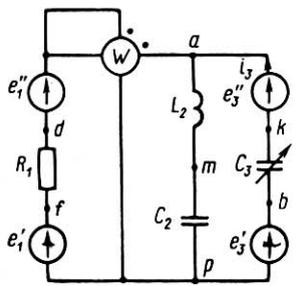


Рис. 1.22

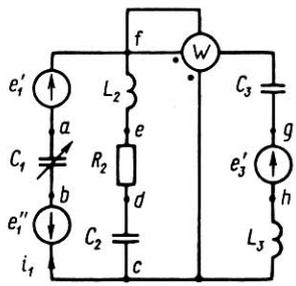


Рис. 1.23

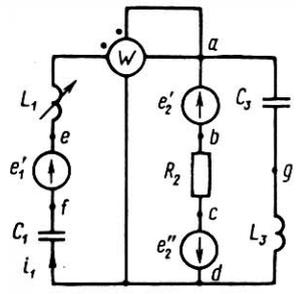


Рис. 1.24

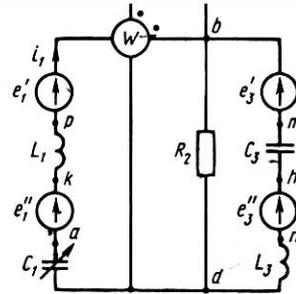


Рис. 1.25

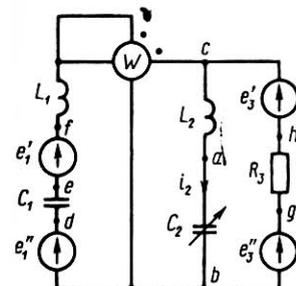


Рис. 1.26

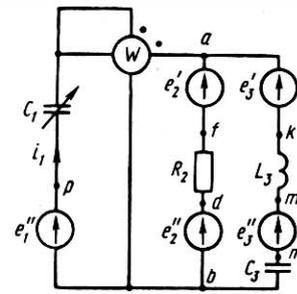


Рис. 1.27

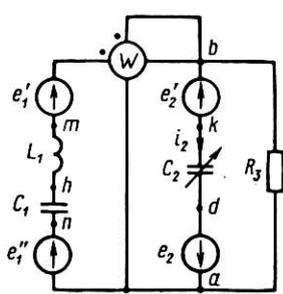


Рис. 1.28

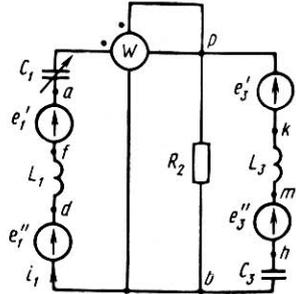


Рис. 1.29

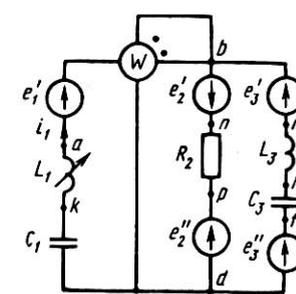


Рис. 1.30

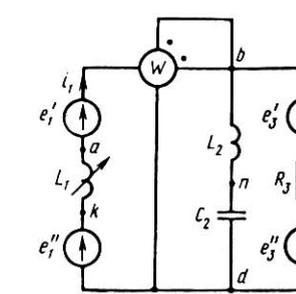


Рис. 1.31

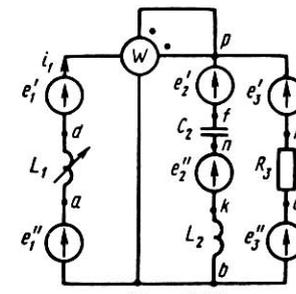


Рис. 1.32

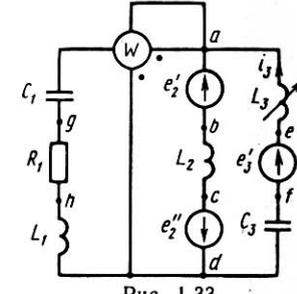


Рис. 1.33

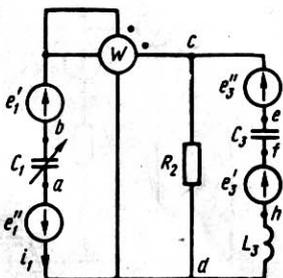


Рис. 1.34

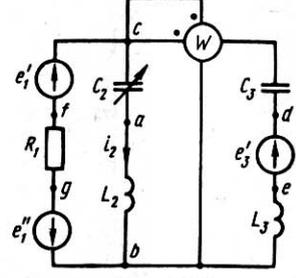


Рис. 1.35

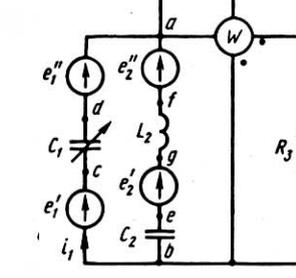


Рис. 1.36

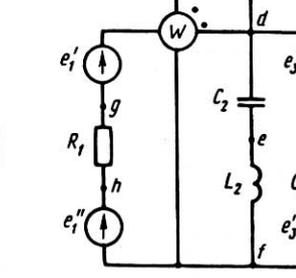


Рис. 1.37

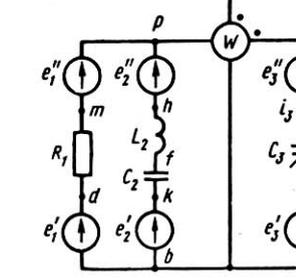


Рис. 1.38

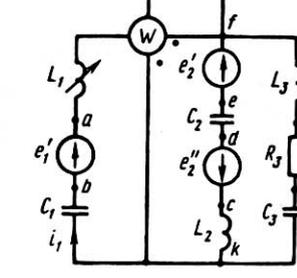


Рис. 1.39

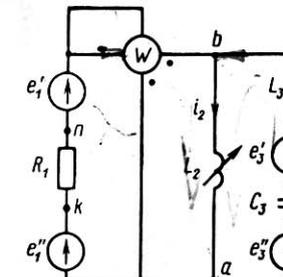


Рис. 1.40

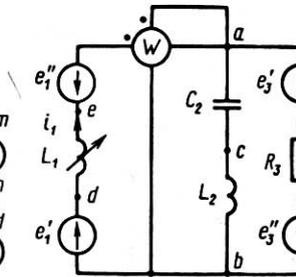


Рис. 1.41