

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
**"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**

Кафедра: «Высшая и прикладная математика»

Составители: Блистанова Л.Д., д.ф.-м.н., доцент, Захарова М.В., к.физ.-мат.н., доцент;  
Сперанский Д.В., д.тех.н, профессор

**Методические указания и задания на контрольные работы № 1, 2  
по дисциплине «Математика»  
для студентов 1 курса**

---

*Направление/специальность:* **23.03.01 Технология транспортных процессов**

*Профиль/специализация:* **«Организация перевозок и управление в единой транспортной системе» (ТЕ)**

Москва 2015 г.

Задачи, включенные в контрольную работу, взяты из сборника задач, подготовленного коллективом преподавателей кафедры «Высшая и прикладная математика» РОАТ МГУПС. Все задачи имеют тройную нумерацию, которая включает номер раздела из сборника задач, уровень сложности задачи и порядковый номер задачи. Студент выполняет те задачи, последняя цифра номера которых совпадает с последней цифрой его учебного шифра. Например, студент, учебный шифр которого имеет последнюю цифру 5, в контрольной работе №1 решает задачи 2.1.55, 3.1.5, 6.2.5; 6.3.15, 7.1.15, в контрольной работе №2 – 7.3.5, 8.2.15, 8.3.5, 9.1.35, 9.2.25. Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с содержанием разделов рабочей программы, на освоение которых ориентирована выполняемая контрольная работа. Необходимую учебную литературу студент может найти в рабочей программе (в программе указана как основная, так и дополнительная литература).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны: дисциплина, номер контрольной работы, шифр студента, курс, фамилия, имя и отчество студента. На обложке вверху справа указывается фамилия и инициалы преподавателя-рецензента. В конце работы студент ставит свою подпись и дату выполнения работы.

В каждой задаче надо полностью выписать ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

Решение каждой задачи должно содержать подробные вычисления, пояснения, ответ, а также, в случае необходимости, и рисунки. После каждой задачи следует оставлять место для замечаний преподавателя-рецензента. В случае невыполнения этих требований преподаватель возвращает работу для доработки без ее проверки.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

### Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии и линейной алгебры. Введение в математический анализ. Производная.

2.1.51. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(2;3;-1)$  и  $M_2(3;1;4)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(5;-3;14)$ ; б)  $B(5;14;-3)$ ; в)  $C(-3;5;14)$ ; г)  $D(-3;14;5)$ ;  
д)  $E(14;-3;5)$ . Сделать чертеж.

2.1.52. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(1;1;-1)$  и  $M_2(2;-1;3)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(4;-5;11)$ ; б)  $B(4;11;-5)$ ; в)  $C(-5;4;11)$ ; г)  $D(-5;11;4)$ ;  
д)  $E(11;-5;4)$ . Сделать чертеж.

2.1.53. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(0;1;-1)$  и  $M_2(1;2;-3)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(3;4;-7)$ ; б)  $B(3;-7;4)$ ; в)  $C(4;3;-7)$ ; г)  $D(4;-7;3)$ ;  
д)  $E(-7;4;3)$ . Сделать чертеж.

2.1.54. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(2;0;-1)$  и  $M_2(3;-1;2)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(5;-3;8)$ ; б)  $B(5;8;-3)$ ; в)  $C(-3;5;8)$ ; г)  $D(-3;8;5)$ ;  
д)  $E(8;-3;5)$ . Сделать чертеж.

2.1.55. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(-1;0;4)$  и  $M_2(1;1;1)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(5;3;-5)$ ; б)  $B(5;-5;3)$ ; в)  $C(3;5;-5)$ ; г)  $D(3;-5;5)$ ;  
д)  $E(-5;5;3)$ . Сделать чертеж.

2.1.56. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(0;-2;3)$  и  $M_2(1;-1;2)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(3;1;0)$ ; б)  $B(3;0;1)$ ; в)  $C(1;3;0)$ ; г)  $D(1;0;3)$ ; д)  $E(0;3;1)$ . Сделать чертеж.

2.1.57. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(0;-2;3)$  и  $M_2(1;-1;2)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(-1;-3;4)$ ; б)  $B(-1;5;-3)$ ; в)  $C(-3;-1;5)$ ; г)  $D(-1;5;-3)$ ;  
д)  $E(5;-1;-3)$ . Сделать чертеж.

2.1.58. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(1;1;1)$  и  $M_2(-3;2;0)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(-11;4;-2)$ ; б)  $B(-11;-2;4)$ ; в)  $C(4;-11;-2)$ ; г)  $D(-2;-11;4)$ ; д)  $E(-2;4;-11)$ . Сделать чертеж.

2.1.59. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(2;-2;1)$  и  $M_2(3;1;-1)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(5;7;-5)$ ; б)  $B(5;-5;4)$ ; в)  $C(4;5;-5)$ ; г)  $D(4;-5;5)$ ;  
д)  $E(-5;5;4)$ . Сделать чертеж.

2.1.60. Составить уравнения прямой, проходящей через т.  $M_1(2;-1;1)$  и  $M_2(1;2;-1)$  и указать какая из т.  $A, B, C, D, E$  лежит на этой прямой:

- а)  $A(-1; 8; -5)$ ;    б)  $B(-1; -5; 8)$ ;    в)  $C(8; -1; -5)$ ;    г)  $D(8; -5; -1)$ ;    д)  $E(-5; -1; 8)$ . Сделать чертеж.

**3.1.1–3.1.10.** Дана матрица  $A$ . Найти матрицу  $A^{-1}$ , обратную данной. Решить задачу, воспользовавшись определением обратной матрицы. Сделать проверку, вычислив произведение  $AA^{-1}$ .

$$3.1.1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3.1.2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$3.1.3. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$3.1.4. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.5. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.6. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.1.7. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$3.1.8. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$3.1.9. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**6.2.1–6.2.10.** Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$6.2.1. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-2} \right)^x$$

$$6.2.2. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+1}{2x^3+1}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x$$

$$6.2.3. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+x^2-5}{x^3+x-2}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{|x|} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+1}{4x} \right)^{2x} \\
6.2.4. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1} \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg x} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (x + 2x)^{1/x} \\
6.2.5. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 5}{5x^2 - x - 1} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2} \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[ \ln(x+1) - \ln x \right] \\
6.2.6. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2} \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \left[ \ln(x+3) - \ln x \right] \\
6.2.7. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^2 + x^3}; \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x-5) [\ln(x-3) - \ln x]. \\
6.2.8. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}; \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(x/2)}{x^2}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{x/(3x-3)}. \\
6.2.9. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x}; \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{2x/(x^2-4)}. \\
6.2.10. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x-2}}; \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} 5x \operatorname{ctg} 3x; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{2/(x-3)}.
\end{array}$$

**6.3.11–6.3.20.** Задана функция  $y=f(x)$ . Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать схематический чертеж.

$$6.3.11. f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$6.3.12. f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1; \\ -x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$6.3.13. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$6.3.14. f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x < 1; \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$6.3.15. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$6.3.16. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi; \\ x-2, & x > \pi. \end{cases}$$

$$6.3.17. f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0; \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$$6.3.18. f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0; \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \pi/4; \\ 2, & x > \pi/4. \end{cases}$$

$$6.3.19. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

$$6.3.20. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4; \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

**7.1.11–7.1.20.** Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  данных функций.

$$7.1.11. \text{ а) } y = x^2 \sin 3x; \quad \text{ б) } \begin{cases} y = t + \operatorname{arctg} 2t, \\ x = t^3 - 6 \operatorname{arctg} t \end{cases} \text{ при } t = 1;$$

$$b) y = \left( \ln x^3 \right)^{\ln 4x}.$$

$$7.1.12. a) y = x^3 \ln 4x; \quad б) \begin{cases} y = 3t - \operatorname{arctg} t^2, \\ x = t^4 + \operatorname{arcctg} t \end{cases} \text{ при } t = \frac{1}{2};$$

$$b) y = \left( \cos 2x \right)^{\sin 3x}.$$

$$7.1.13. a) y = x^4 \operatorname{tg} 2x; \quad б) \begin{cases} y = t^3 + \operatorname{arctg} 3t, \\ x = \frac{1}{3}t - \operatorname{arcctg} 3t \end{cases} \text{ при } t = \frac{1}{3};$$

$$b) y = \left( \cos x^5 \right)^{\sin 3x}.$$

$$7.1.14. a) y = x^5 e^{4x}; \quad б) \begin{cases} y = t - 65 \operatorname{arctg} t^3, \\ x = t^2 + \operatorname{arcctg} t \end{cases} \text{ при } t = \frac{1}{2};$$

$$b) y = \left( \cos 2x \right)^{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$7.1.15. a) y = x^4 \operatorname{ctg} 5x; \quad б) \begin{cases} y = t^5 + \ln 25t, \\ x = \frac{1}{4}t - \arccos 3t \end{cases} \text{ при } t = \frac{1}{5};$$

$$b) y = \left( \ln x^7 \right)^{\sin 4x}.$$

$$7.1.16. a) y = x^3 \sin 5x; \quad б) \begin{cases} y = t + \operatorname{arctg} 3t, \\ x = t^2 - 2 \operatorname{arcctg} t \end{cases} \text{ при } t = 1;$$

$$b) y = \left( \cos 3x \right)^{\sin 2x}.$$

$$7.1.17. a) y = x^4 \ln 7x; \quad б) \begin{cases} y = 7t - \operatorname{arctg} t^3, \\ x = t^5 + \operatorname{arcctg} t \end{cases} \text{ при } t = 2;$$

$$b) y = \left( \cos 5x \right)^{\sin 7x}.$$

$$7.1.18. a) y = x^5 \operatorname{tg} 4x; \quad б) \begin{cases} y = t^5 + \operatorname{arctg} 4t, \\ x = \frac{5}{16}t - \operatorname{arcctg} 4t \end{cases} \text{ при } t = \frac{1}{2};$$

$$b) y = \left( \cos x^4 \right)^{\sin 8x}.$$

$$7.1.19. a) y = x^6 e^{5x}; \quad б) \begin{cases} y = t - 17 \operatorname{arctg} t^2, \\ x = \frac{1}{20}t^5 + \operatorname{arcctg} t \end{cases} \text{ при } t = 2;$$

$$b) y = \left( \cos 4x \right)^{\operatorname{tg} 6x}.$$

$$7.1.20. a) y = x^7 \operatorname{ctg} 10x; \quad б) \begin{cases} y = t^2 - \arcsin 5t, \\ x = \frac{2}{25}t + \arccos 5t \end{cases} \text{ при } t = \frac{1}{25};$$

$$b) y = \left( \ln x^2 \right)^{\sin 7x}.$$

## Контрольная работа № 2

### Приложения производной. Неопределенный и определенный интегралы. Несобственные интегралы. Функции нескольких переменных.

**7.3.1–7.3.10.** Исследовать методами дифференциального исчисления функцию  $y = f(x)$  и, используя результаты исследования, построить ее график.

7.3.1.  $y = x^2 - 2\ln x$ .

7.3.2.  $y = (x^2 - 1)/(x^2 + 1)$ .

7.3.3.  $y = (x^2 + 1)/(x^2 - 1)$ .

7.3.4.  $y = x^2/(x - 1)$ .

7.3.5.  $y = x^3/(x^2 + 1)$ .

7.3.6.  $y = (4x^3 + 5)/x$ .

7.3.7.  $y = (x^2 - 5)/(x - 3)$ .

7.3.8.  $y = x^4/(x^3 - 1)$ .

7.3.9.  $y = 4x^3/(x^3 - 1)$ .

7.3.10.  $y = (2 - 4x^2)/(1 - 4x^2)$ .

**8.2.11–8.2.20.** Найти неопределенные интегралы. В случаях а), б), в) результат проверить дифференцированием.

8.2.11.

а)  $\int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx$ ,

б)  $\int x \arctg x dx$ ,

в)  $\int \frac{dx}{x^3 + 27}$ ;

г)  $\int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx$ ;

д)  $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$ .



8.2.12.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{x^2 dx}{x^3 + 4}; & \text{б)} \int e^x \ln(e^x + 1) dx; \\ \text{в)} \int \frac{x dx}{x^3 + 8}; & \text{г)} \int \frac{dx}{\sin x \cos x}; \\ \text{д)} \int \cos^2 x \cdot \sin^3 x dx. \end{array}$$

8.2.13.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}; & \text{б)} \int x 2^x dx; \\ \text{в)} \int \frac{x+6}{x^3+x^2+x+1} dx; & \text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}; \\ \text{д)} \int \sin^3 x \cos^3 x dx. \end{array}$$

8.2.14.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{\cot x + 1}}; & \text{б)} \int \frac{x \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \\ \text{в)} \int \frac{dx}{x^3 - x^2 + 2x - 2}; & \text{г)} \int \frac{x + \sqrt[3]{1+x}}{\sqrt{x+1}} dx; \\ \text{д)} \int \sin^2 x \cos^2 x dx. \end{array}$$

8.2.15.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{\sin 2x dx}{5 - \cos 2x}; & \text{б)} \int x^2 e^{5x} dx; \\ \text{в)} \int \frac{x+1}{x^3 - 2x^2 + x} dx; & \text{г)} \int \frac{\sin x dx}{1 + \sin x}; \\ \text{д)} \int \cos^4 x dx. \end{array}$$

8.2.16.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^3 x}}; & \text{б)} \int x \arccos \frac{1}{x} dx; \\ \text{в)} \int \frac{x+1}{x^3 + 3x^2 - 4x} dx; & \text{г)} \int \frac{\sqrt{x-1} dx}{(\sqrt{x-2} \sqrt[4]{x^3})}; \end{array}$$

$$\text{д) } \int \sin^4 x dx.$$

8.2.17.

$$\text{а) } \int \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad \text{б) } \int x \ln(x^2 + 1) dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{x dx}{x^4 + 5x^2 + 6}; \quad \text{г) } \int \frac{\sqrt[6]{x+5}}{1 + \sqrt[3]{x+5}} dx;$$

$$\text{д) } \int \sin^5 x \cos^2 x dx.$$

8.2.18.

$$\text{а) } \int \frac{\arctg x}{x^2 + 1} dx; \quad \text{б) } \int x \cos 2x dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{x dx}{x^4 - 81}; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\cos x + 3 \sin x};$$

$$\text{д) } \int \sin^2 x \cos^5 x dx.$$

8.2.19.

$$\text{а) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{8 + 3 \sin x}}; \quad \text{б) } \int x \ln^2 x dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{x^2 + x - 1}{x^4 + 3x^2 - 4} dx; \quad \text{г) } \int \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})}{\sqrt[3]{x+1}} dx;$$

$$\text{д) } \int \sin^3 x \cos^4 x dx.$$

8.2.20.

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx; \quad \text{б) } \int x^2 \sin 3x dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{x^3 + x}{x^4 + 5x^2 + 6} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x + 1};$$

$$\text{д) } \int \sin^4 x \cos^3 x dx.$$

**8.3.1–8.3.10.** Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$8.3.1. \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx.$$

$$8.3.2. \int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}.$$

$$8.3.3. \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}.$$

$$8.3.4. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}.$$

$$8.3.5. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

$$8.3.6. \int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}.$$

$$8.3.7. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$8.3.8. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}.$$

$$8.3.9. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}.$$

$$8.3.10. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

**9.1.31–9.1.40.** Дана функция двух переменных  $z = f(x; y)$ . Найти все частные производные первого и второго порядков. Обосновать равенство  $z_{xy} = z_{yx}$ .

$$9.1.31. z = \frac{y}{x^2 - y^2}.$$

$$9.1.32. z = \ln(x^2 - 4y^3).$$

$$9.1.33. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

$$9.1.34. z = e^{x^2 y} - x^2 y.$$

$$9.1.35. z = \cos(x^2 - y^2).$$

$$9.1.36. z = \arcsin \frac{y}{x^2}.$$

$$9.1.37. z = \ln(x^3 - 5y^2)$$

$$9.1.38. z = \sqrt{x^3 + x^2 y + 1}.$$

$$9.1.39. z = \arcsin(x^2 y).$$

$$9.1.40. z = \operatorname{arctg}(x^2 y).$$

**9.2.21–9.2.30.** Найти стационарные точки функции  $F(x, y)$  и исследовать их на локальный экстремум.

$$9.2.21. F(x, y) = -9x^2 - 2y^2 + 6xy + 54x - 24y - 85.$$

$$9.2.22. F(x, y) = 4x^2 + 2y^2 - 4xy + 36x - 28y + 100.$$

$$9.2.23. F(x, y) = -4x^2 - 10y^2 - 12xy + 52x + 84y - 170.$$

$$9.2.24. F(x, y) = -4x^2 - 8y^2 - 12xy - 52x - 72y - 154.$$

$$9.2.25. F(x, y) = 4x^2 + 2y^2 + 4xy + 28x + 12y + 46.$$

$$9.2.26. F(x, y) = -9x^2 - 26y^2 - 30xy + 18x + 36y - 10.$$

$$9.2.27. F(x, y) = 4x^2 + 26y^2 + 20xy + 44x + 116y + 122.$$

$$9.2.28. F(x, y) = x^2 + 8y^2 + 6xy + 18x + 46y + 60.$$

$$9.2.29. F(x, y) = -4x^2 - 3y^2 + 8xy + 56x - 50y - 180.$$

$$9.2.30. F(x, y) = x^2 + 10y^2 + 6xy + 2y + 5.$$