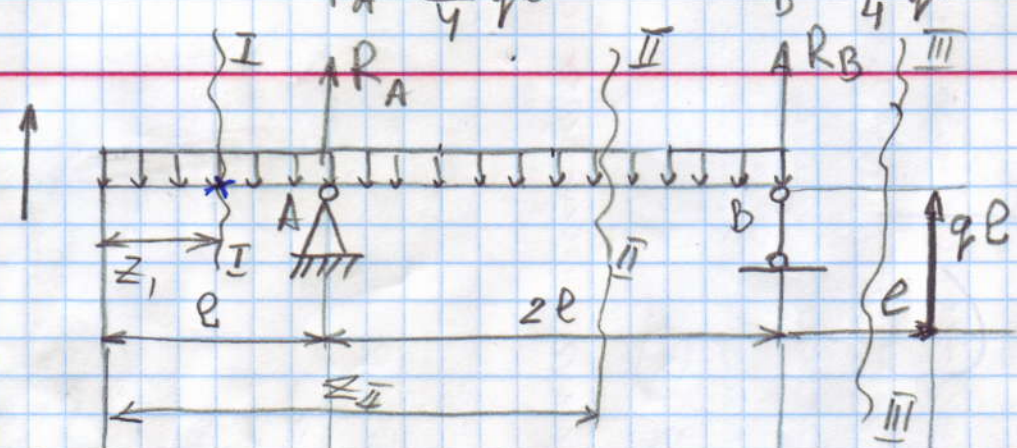
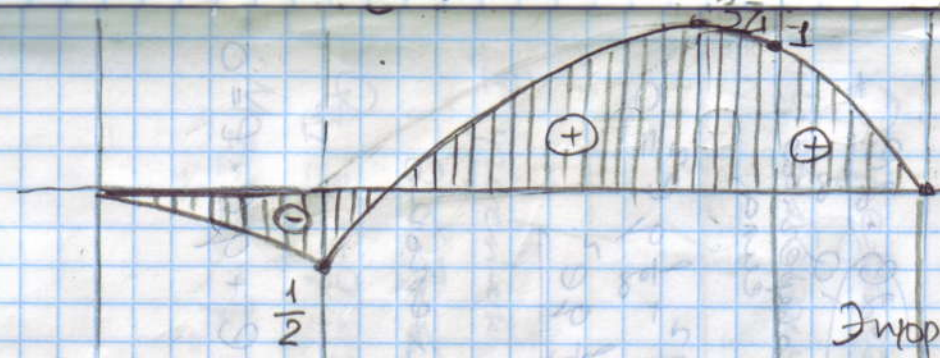
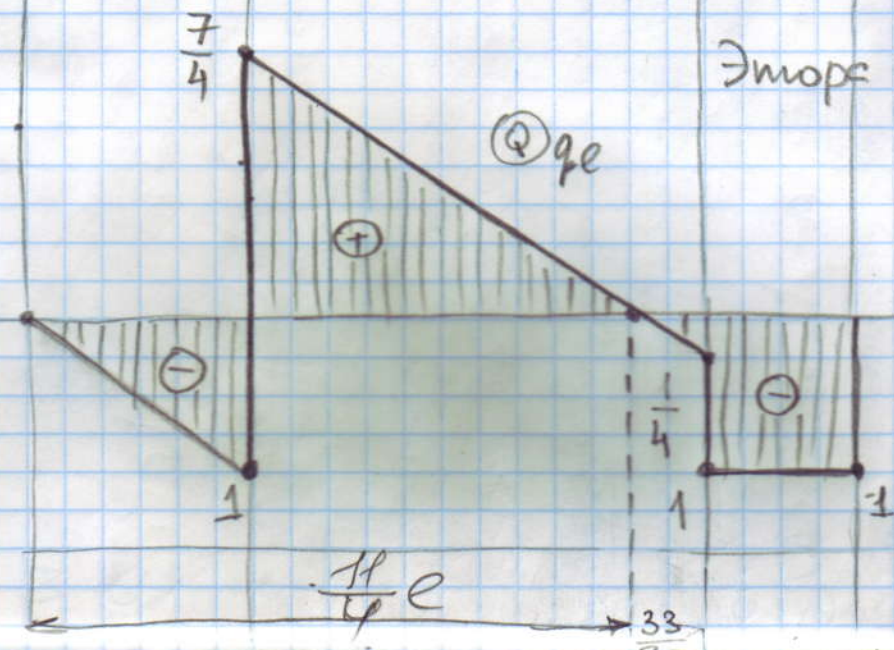


$$R_A = \frac{11}{4} q\ell$$

$$R_B = -\frac{3}{4} q\ell \text{ балки.}$$



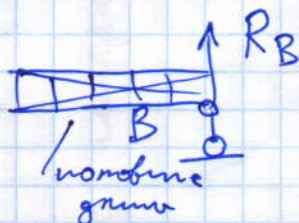
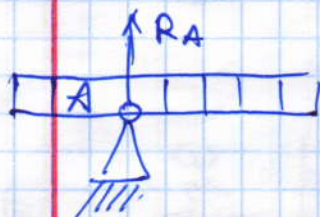
Эпюра непрерывных сил



Эпюра изгибающих моментов

Решение: Балки.

1. Построить эпюры попереч. сил.
Сумма моментов относительно
точки A



$$1. \sum M_{O A} = q \cdot l \cdot 3l + R_B \cdot 2l - \underbrace{(q \cdot 2l) \cdot \frac{2l}{2}}_{\substack{q \\ \text{поперечная} \\ \text{сила}}} + q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$R_B = \frac{11}{4} q l \quad 3ql^2 + R_B \cdot 2l - 2ql^2 + \frac{1}{2}ql^2 = 0$$

$$R_B = \frac{-3ql^2 + 2ql^2 - \frac{1}{2}ql^2}{2l}$$

2. Сумма моментов относительно
точки B.

$$\sum M_{O B} = \underbrace{q \cdot 3l}_{q} \cdot \frac{3l}{2} - R_A \cdot 2l + ql \cdot l = 0$$

$$R_A = -\frac{3}{4} ql$$

3. Проверка:

Сумма проекций всех сил на ось y

$$\uparrow \sum = q\ell + R_B + R_A - \frac{q \cdot 3\ell}{2} = q\ell + \frac{11}{4}q\ell - \frac{3}{2}q\ell - 3q\ell = \frac{8}{4}q\ell - 2q\ell = 0$$

Реакции определены верно.

Определим поперечные силы и изгибающие моменты.



z_I участок: опред. участок z_I

$$0 \leq z_I \leq \ell$$

$$Q_{z_I} = -q \cdot z_I$$

$$M_{z_I} = -q \cdot z_I \cdot \frac{z_I}{2}$$

$$\text{при } z_I = 0$$

$$Q_{z_I} = 0$$

$$M_{z_I} = 0$$

$$\text{при } z_I = \ell$$

$$Q_z = -q\ell$$

$$M_{z_I} = -q \cdot \ell \cdot \frac{\ell}{2} = -\frac{q\ell^2}{2}$$

2. Второе граничное
значение Z_{II}

$$e \leq Z_{II} \leq 3e$$

$$Q_{Z_{II}} = -q \cdot Z_{II} + R_A$$

$$M_{Z_{II}} = \underbrace{-q \cdot Z_{II}}_{-q} \cdot \frac{Z_{II}}{2} + R_A(Z_{II} - e)$$

Подставляем при:

$$Z_{II} = e \quad Q_{Z_{II}} = \underbrace{-q \cdot e}_{-\frac{3}{4} q e} + (-\frac{3}{4} \cdot q e) = -\frac{7}{4} q e$$

$$M_{Z_{II}} = -q \cdot e \cdot \frac{e}{2} + (-\frac{3}{4} q e) \cdot (e - e) = -\frac{q e^2}{2}$$

при $Z_{II} = 3e$

$$\begin{aligned} Q_{Z_{II}} &= -q \cdot 3e + (-\frac{3}{4} \cdot q e) = -\frac{12}{4} q e - \frac{3}{4} q e = \\ &= -\frac{15}{4} q e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Z_{II}} &= -q \cdot 3e \cdot \frac{3e}{2} + (-\frac{3}{4} q e) \cdot (3e - e) = \\ &= -\frac{9}{2} q e^2 - \frac{3}{4} q e \cdot 2e = -\frac{9}{2} q e^2 - \frac{3}{2} q e^2 = \\ &= -6 q e^2 \end{aligned}$$

3. третий участок.

$$0 \leq z_{III} \leq l$$

$$Q_{z_{III}} = -q l$$

$$M_{z_{III}} = q l \cdot z_{III}$$

$$\text{при } z_{III} = 0$$

$$Q_{z_{III}} = -q l$$

$$M_{z_{III}} = 0$$

$$\text{при } z_{III} = l$$

$$Q_{z_{III}} = -q l$$

$$M_{z_{III}} = q l \cdot l = q l^2$$

$$Q_{z_{II}} = -q \cdot 3l + \frac{11}{4} q l = -\frac{1}{4} q l$$

$$\begin{aligned} M_{z_{II}} &= -q \cdot 3l \cdot \frac{3l}{2} + \frac{11}{4} q l (3l - l) = \\ &= -\frac{9}{2} q l^2 + \frac{11}{2} q l^2 = 1 q l^2 \end{aligned}$$

Писк температуры.

$$\frac{d M_{z_{II}}}{d z_{II}} = Q_{z_{II}} = -q z_{II} + R_A.$$

$$-q z_{II} + R = 0 \Rightarrow z_{II} = \frac{R_A}{q} = \frac{\frac{11}{4} q l}{q} = \frac{11}{4} l$$

$$\begin{aligned}
 M &= -q \cdot Z_{II} \cdot \frac{Z_{II}}{2} + R_A (Z_{II} - e) = \\
 &= -q \cdot \frac{1l}{4} e \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1l}{4} e \right) + \frac{1l}{4} q e \left(\frac{1l}{4} e - e \right) = \\
 &= \frac{33}{32} q e^2
 \end{aligned}$$

Подбор сечения.

1. Круглое сечение
2. Квадратное сечение $a \times a$
3. Прямоугольное сечение
4. Швеллер
5. Двутавр.

Из этих моментов находим наибольшее значение по модулю.

$M_{\max} = \frac{33}{32} q e^2$ в это выражение подставляем свои данные q и e

$$M_{\max} = \frac{33}{32} q e^2 = 23,1 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Условие прочности при изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

W_x - осевой момент сопротивления сечения, $[\text{см}^3; \text{м}^3]$

$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ - допускаемое напр. напр.

Определим расчетный момент сопротивления.

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$$

$$W_x = \frac{23,1 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,144 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \times 10^6 \text{ м}^3 = 144 \text{ см}^3$$

1) Круглое сечение.

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \quad d = 11,36 \text{ см}$$

2) Квадратное сечение.

$$W_x = \frac{a^3}{6} \quad \frac{a^3}{6} = 144 \Rightarrow a = 9,5 \text{ см}$$

3) Прямой равнобедренный треугольник.

$$W_x = \frac{2}{3} b^3 \quad \frac{2}{3} b^3 = 144$$

$$b = 6 \text{ см}; h = 1,5b = 9 \text{ см}.$$

4. Швеллер

В таблице сорта мента швеллеров находим его индекс W_x и подбираем значение, близкое к расчетному

Из таблицы сорта мента выбираем швеллер № 20 : $W_x = 152 \text{ см}^3$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{23,1 \cdot 10^3}{152 \cdot 10^{-6}} = 0,152 \cdot 10^9 \text{ Па} = 152 \text{ МПа.}$$

Меньше 160 МПа - недонапряжением,

$$\Delta = \frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\%$$

$$\Delta = \frac{152 - 160}{160} \cdot 100\% = 5\%$$

$\leq 5\%$ - подходит.

5. Двутавр.

Из таблицы сечения выбираем значение W_x близкое к расчетному

Двутавр № 18 $W_x = 143$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{23,1 \cdot 10^3}{143 \cdot 10^{-6}} = 161,5 \text{ МПа}$$

Больше $> 160 \text{ МПа}$ — перенапряжение

$$\Delta = \frac{161,5 - 160}{160} \cdot 100\% = 0,9\%$$

$0,9 < 5\%$ — подходит

N №	Вид сечения	W_x см ³	A см ²	$\frac{W_x}{A}$; см
1	круглое	144	101,3	1,42
2	квадрат.	144	80,63	1,59
3	прямоуг.	144	54	2,67
4	швеллер	152	23,4	6,49
5	двутавр	143	23,4	6,11

$$A_0 = \frac{\pi d^2}{4} = 101,3 \text{ см}^2$$

$$A_{\square} = a^2 = 80,63 \text{ см}^2$$

$$A_{\square} = b \cdot h = 54 \text{ см}^2$$

$$A_T = 23,4 \text{ см}^2$$

$$A_I = 23,4 \text{ см}^2$$

из таблицы

При $\frac{W_x}{A} = 6,49 = \max$ — наиболее

рациональным сечением является швеллер.