

Одобрено кафедрой  
«Высшая и прикладная математика»

## **МАТЕМАТИКА**

**Задание на контрольные работы № 4-5  
с методическими указаниями по выполнению  
для студентов-специалистов 2 курса  
специальности: «Системы обеспечения движения поездов»**

**специализации: «Автоматика и телемеханика на железнодорожном транспорте»,  
«Электроснабжение железных дорог»,  
«Телекоммуникационные системы и сети железнодорожного транспорта»**

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

### ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Задачи, включенные в контрольную работу, взяты из сборника задач, подготовленного коллективом преподавателей кафедры «Высшая и прикладная математика» РОАТ МГУПС. Все задачи имеют тройную нумерацию, которая включает номер раздела из программы по математике для соответствующей специальности, уровень сложности задачи и порядковый номер задачи. Студент выполняет те задачи, последняя цифра которых совпадает с последней цифрой его учебного шифра. Например, студент, учебный шифр которого имеет последнюю цифру 3, в контрольной работе №4 решает задачи 15.1.63, 15.2.53, 11.1.13, 11.2.43, 11.3.3; в контрольной работе №5 – 17.1.53, 17.2.13, 17.2.43, 19.1.13.

Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с содержанием разделов математических дисциплин, на освоение которых ориентирована выполняемая контрольная работа. Необходимую учебную литературу студент может найти в рабочей программе по математике для своей специальности (в программе указана как основная, так и дополнительная литература).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны: дисциплина, номер контрольной работы, шифр студента, курс, фамилия, имя и отчество студента. На обложке вверху справа указывается фамилия и инициалы преподавателя-рецензента. В конце работы студент ставит свою подпись и дату выполнения работы.

В каждой задаче надо полностью выписать ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

Решение каждой задачи должно содержать подробные вычисления, пояснения, ответ, а также, в случае необходимости, и рисунки. После каждой задачи следует оставлять место для замечаний преподавателя-рецензента. В случае невыполнения этих требований преподаватель возвращает работу для доработки без ее проверки.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

### Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье.

**15.1.61–15.1.70.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

Сделать проверку.

15.1.61.  $(x^2 - y^2)y' = 2xy$ ;

15.1.62.  $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$ ;

15.1.63.  $xy' = y \ln(y/x)$ ;

15.1.64.  $xy' + y = 3$ ;

15.1.65.  $xy' + xe^{y/x} - y = 0$ ;

15.1.66.  $y' \cos x - (y + 1) \sin x$ ;

15.1.67.  $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;

15.1.68.  $x^2 y' - 2xy = 3$ ;

15.1.69.  $x^2 y' + y^2 - 2xy = 0$ ;

15.1.70.  $xy' + y = x + 1$ .

**15.2.51–15.2.60.** Найти общее решение линейного дифференциального уравнения.

Сделать проверку.

15.2.51.  $y'' - 5y' + 4y = 0$ ;

15.2.52.  $y'' - y' = 0$ ;

15.2.53.  $y'' - 8y' + 16y = 0$ ;

15.2.54.  $y'' - 2y' + 17y = 0$ ;

15.2.55.  $y'' - 8y' + 17y = 0$ ;

15.2.56.  $y'' - 4y' - 5y = 0$ ;

15.2.57.  $y'' + 4y' - 5y = 0$ ;

15.2.58.  $y'' - 2y' + y = 0$ ;

15.2.59.  $y'' - 2y' + 26y = 0$ ;

15.2.60.  $y'' - 10y' + 26y = 0$ .

**11.1.11–11.1.20.** Написать простейшую формулу  $n$ -го члена по указанным членам.

11.1.11.  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots$ ;

11.1.12.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots$ ;

11.1.13.  $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \dots$ ;

11.1.14.  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$ ;

11.1.15.  $\frac{3}{4} + \frac{4}{9} + \frac{5}{16} + \frac{6}{25} + \dots$ ;

11.1.16.  $\frac{2}{5} + \frac{4}{8} + \frac{6}{11} + \frac{8}{14} + \dots$ ;

11.1.17.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots$ ;

11.1.18.  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ ;

11.1.19.  $1 + \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10} + \dots$ ;

11.1.20.  $1 + \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{4} + 5 + \frac{1}{6} + \dots$ .

**11.2.41–11.2.50.** При каких значениях  $p$  из множества  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  заданный ряд сходится условно?

11.2.41.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{3n^p + 5}$ .

11.2.42.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{5n^p + 1}$ .

11.2.43.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} + 1}{n^p}$ .

11.2.44.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n^p + 3}$ .

11.2.45.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5n - 1}{n^p}$ .

$$11.2.49. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{5n^p + 3}.$$

$$11.2.50. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{n^p}.$$

**11.3.1–11.3.10.** Определить область сходимости степенных рядов.

$$11.3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{(n+1)!} x^n.$$

$$11.3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(n+2)} x^n.$$

$$11.3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n} x^n.$$

$$11.3.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n}{(n+2)^2} x^n.$$

$$11.3.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-n} n}{(n+2)} x^n.$$

$$11.3.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{\sqrt{n(n+1)}} x^n.$$

$$11.3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n+1)}{n} x^n.$$

$$11.3.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{2^n n(n+3)} x^n.$$

$$11.3.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt{2^n (2n+1)}} x^n.$$

$$11.3.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n(n+2)} x^n.$$

**11.3.71–11.3.80.** Разложить функцию  $f(x)$ , заданную на отрезке  $I$ , в ряд Фурье по синусам.

$$11.3.71. f(x) = x^2, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.72. f(x) = \cos 2x, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.73. f(x) = 2x, \quad I = [0, 1];$$

$$11.3.74. f(x) = \cos 3x, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.75. f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.76. f(x) = \operatorname{ch} x, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.77. f(x) = e^x, \quad I = [0, \ln 2];$$

$$11.3.78. f(x) = x, \quad I = [0, 1];$$

$$11.3.79. f(x) = 1, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.80. f(x) = x + \frac{\pi}{2}, \quad I = [0, \pi].$$

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5**  
**Теория вероятностей. Математическая статистика.**

**17.1.51-17.1.60**

17.1.51. Вероятность выхода из строя узла за смену в установке равна 0,2. Найти вероятность выхода из строя 2 узлов, если их в установке 7.

17.1.52. В лотерее 1000 билетов, из них на один билет дают выигрыш 500 рублей, на 10 билетов – по 100 рублей, на 50 билетов – по 20 рублей, на 100 билетов – по 5 рублей, остальные билеты без выигрышные. Некто покупает 1 билет. Найти вероятность выиграть не менее 100 рублей.

17.1.53. В троллейбусном парке 50 троллейбусов, выпущенных Рижским заводом, и 40 троллейбусов – Львовским. Рижские троллейбусы с вероятностью 0,9 ездят без поломок, Львовские – 0,8. Какова вероятность, что едущий троллейбус не сломается.

17.1.54. Вероятность поражения цели у стрелка 0,8 при каждом выстреле. Найти вероятность 2 промахов при 3 выстрелах.

17.1.55. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле 10 очков равна 0,1, вероятность выбить 9 очков равна 0,3, вероятность выбить 8 или меньше очков равна 0,6. Найти вероятность того, что при одном выстреле стрелок выбьет не менее 9 очков.

17.1.56. На клумбе растут ноготки – 10 штук и настурции – 20 штук. С вероятностью 0,9 ноготок имеет яркий цвет, настурция – 0,8. Сорванный цветок яркого цвета. Какова вероятность, что это настурция.

17.1.57. В магазин вошло 8 покупателей. Вероятность совершить покупку для каждого равна 0,6. Найти вероятность того, что покупку совершат пятеро.

17.1.58. В урне имеется 5 шаров с номерами от 1 до 5. Извлекают по одному без возвращения 3 шара. Найти вероятность последовательно появляются шары с номерами 1,2,3.

17.1.59. В ящике лежат яблоки и груши: 80 яблок и 90 груш. С вероятностью 0,8 яблоко хорошее, а груша – 0,6. Взятый фрукт хороший. Какова вероятность того, что это яблоко.

17.1.60. В цехе работает 10 станков. Каждый из них может выйти из строя в течение смены с вероятностью 0,2. Найти вероятность того, что за смену выйдут из строя 2 станка.

**17.2.11-17.2.20**

17.2.11.  $X$  – число выпадения герба при двух бросаниях монеты. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ .

17.2.12. В партии 20% нестандартных деталей.  $X$  – число нестандартных деталей среди 2 отобранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.13. Вероятность попадания стрелком в мишень равна 0,7.  $X$  – число попаданий при двух выстрелах. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ .

17.2.14.  $X$  – число выпадений четверки при двух бросаниях игральной кости. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ .

17.2.15. Вероятность того, что прибор исправен равна 0,8.  $X$  – число исправных приборов из двух выбранных. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ .

17.2.16. На пути автомашины 2 светофора. Каждый из них с вероятностью 0,5 разрешает дальнейшее движение.  $X$  – число светофоров, пройденных до первой остановки. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.17. Станок-автомат производит 90% изделий первого сорта, 7% второго, а остальные третьего.  $X$  – число изделий первого сорта среди двух выбранных. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ .

17.2.18. В коробке 20 конфет, из которых 4 с вареньем.  $X$  – число конфет с вареньем среди двух случайно выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.19. Вероятность того, что в пакетике с чипсами попадется призовой купон равна 0,1.  $X$  – число пакетиков с купонами среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.20. 5% лотерейных билетов – выигрышные.  $X$  – число выигрышных билетов среди двух выбранных. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ .

**17.2.41–17.2.50.** Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины. Схематично построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$17.2.41. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$17.2.42. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ (x^2 - x)/2, & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$17.2.43. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$17.2.44. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 3x^2 + 2x, & 0 < x \leq 1/3; \\ 1, & x > 1/3. \end{cases}$$

$$17.2.45. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ x/2 - 1, & 2 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$17.2.46. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2/9, & 0 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$17.2.47. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2/4, & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$17.2.48. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi/2; \\ \cos x, & -\pi/2 < x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$17.2.49. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq \pi/6; \\ 1, & x > \pi/6. \end{cases}$$

$$17.2.50. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3\pi/4; \\ \cos 2x, & 3\pi/4 < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

**19.1.21.–19.1.30.** Дана выборка количества сделок, совершенных фирмой по работе с недвижимостью за 20 дней. Требуется:

- составить таблицу, устанавливающую зависимость между значениями указанной случайной величины и ее частотами;
- построить статистическое распределение и изобразить полигон распределения;
- найти эмпирическую функцию распределения и изобразить ее график;
- найти выборочное среднее, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

| Задача  | ВЫБОРКА |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19.1.21 | 0       | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 | 0 | 3 | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 2 |
| 19.1.22 | 3       | 4 | 1 | 6 | 1 | 4 | 1 | 1 | 2 | 0 | 2 | 5 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 6 | 2 | 3 |
| 19.1.23 | 2       | 1 | 5 | 5 | 0 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 4 | 2 | 0 | 1 | 2 | 0 | 3 |
| 19.1.24 | 5       | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 4 | 2 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 19.1.25 | 1       | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 2 | 3 | 3 | 1 | 0 | 3 | 2 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 |
| 19.1.26 | 0       | 2 | 2 | 1 | 3 | 0 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 4 | 2 | 0 | 0 | 2 | 3 | 0 | 2 | 0 |
| 19.1.27 | 3       | 1 | 2 | 0 | 2 | 1 | 4 | 0 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| 19.1.28 | 1       | 3 | 1 | 0 | 2 | 5 | 3 | 3 | 1 | 0 | 3 | 0 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 5 | 0 |
| 19.1.29 | 0       | 3 | 0 | 2 | 4 | 1 | 1 | 4 | 3 | 6 | 1 | 3 | 0 | 0 | 5 | 1 | 4 | 0 | 1 | 1 |
| 19.1.30 | 0       | 0 | 0 | 3 | 0 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 3 | 0 | 1 | 1 | 3 | 0 |

**19.1.11–19.1.20.** Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания  $\mu$  нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю  $\bar{x}$ , объем выборки  $n$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ .

$$19.1.11. \quad \bar{x} = 75,17, \quad n = 36, \quad \sigma = 6.$$

$$19.1.12. \quad \bar{x} = 75,16, \quad n = 49, \quad \sigma = 7.$$

$$19.1.13. \quad \bar{x} = 75,15, \quad n = 64, \quad \sigma = 8.$$

$$19.1.14. \quad \bar{x} = 75,14, \quad n = 81, \quad \sigma = 9.$$

$$19.1.15. \quad \bar{x} = 75,13, \quad n = 100, \quad \sigma = 10.$$

$$19.1.16. \quad \bar{x} = 75,12, \quad n = 121, \quad \sigma = 11.$$

$$19.1.17. \quad \bar{x} = 75,11, \quad n = 144, \quad \sigma = 12.$$

$$19.1.18. \quad \bar{x} = 75,10, \quad n = 169, \quad \sigma = 13.$$

$$19.1.19. \quad \bar{x} = 75,09, \quad n = 196, \quad \sigma = 14.$$

$$19.1.20. \quad \bar{x} = 75,08, \quad n = 225, \quad \sigma = 15.$$