Вариант № 1.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

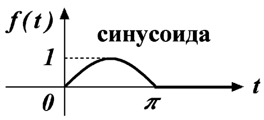
1. $f(t) = \sin 2t \sin 3t$.

2. $f(t) = e^t \operatorname{ch} 2t - 2 \operatorname{sh} 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^2 e^{-2\tau} d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \cos 3(t-5)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^2 \operatorname{ch} 3\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-1) \cdot (3t^2 - 4t + 1)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{2e^{-3p}}{(p-4)^2}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p(p^2 - 2p + 2)}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-1}{p(p^2 - 2p - 15)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 2x' - 3x = 3 \operatorname{sh} 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$.

12. $x'' + 9x = 3 \cos 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -6$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + x + y &= -e^{2t}, \\ y' - 2x - 2y &= e^{3t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x'' - 3x' + 2x = \frac{1}{1 + e^t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$tx'' + (1 - 4t)x' + (4t - 2)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 2\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \;\; (x > 0,\; t > 0), \quad u\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = u_0\,.$$

Вариант № 2.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

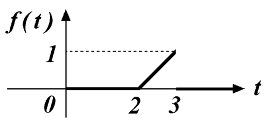
1. $f(t) = \sin t \sin 2t$.

2. $f(t) = e^{2t} \cos t + \sin t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \operatorname{ch}^2 \tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \operatorname{sh} 3(t-5)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 \operatorname{sh} 5(t-\tau) \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-2) \cdot (t^2 - 4t + 5)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{2e^{-3(p-4)}}{(p-4)^2}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p(p^2+2p+2)}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{5}{p^2(p^2-p-12)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 2x' - 8x = 7 \operatorname{sh} 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 4$.

12. $x'' + 4x = 2\cos 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -4$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - x - y &= -e^{2t}, \\ y' + 2y + 2x &= e^{t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x'' + 3x' + 2x = \frac{1}{1+e^{t}}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$tx'' + (1-6t)x' + 3(3t-1)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 3\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \ \ (x > 0,\ t > 0), \quad u\Big|_{t=0} = u_1, \quad u\Big|_{x=0} = 0\,.$$

Вариант № 3.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

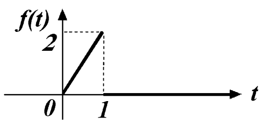
1. $f(t) = \sin 3t \sin t$.

2. $f(t) = e^t \cos 2t - 2 \sin 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \operatorname{ch}^2 2\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-7) \cdot \operatorname{sh} 4(t-7)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^4 \operatorname{ch} 7\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-3) \cdot (t^2 - 9)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{2(p-1)}{(p-1)^2+16}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p(p^2-2p+5)}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-5}{p^2(p^2-7p+12)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 14x' + 49x = 3e^{3t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$.

12. $x'' + x = \cos t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -2$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + x + y = e^t, \\ y' + 2y + 2x = e^{2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x'' + 5x' + 6x = \frac{1}{1+e^t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$2tx'' + (5t+2)x' + (3t+2)x = 0, \quad x(0) = -1, \quad x'(0) = 1\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (a > 0,\ x > 0,\ t > 0), \quad u\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = u_0\,.$$

Вариант № 4.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

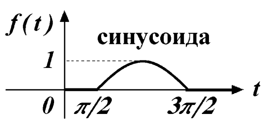
1. $f(t) = \sin 4t \sin 2t\,.$

2. $f(t) = e^{-t}\operatorname{ch} 2t + 2\operatorname{sh} t\,.$

3. $f(t) = \displaystyle\int_0^t \tau^2 e^{3\tau}\,d\tau\,.$

4. $f(t) = \eta(t-4)\cdot \operatorname{ch}^2(t-4)\,.$

5. $f(t) = \displaystyle\int_0^t (t-\tau)^2 \cos 3\tau\,d\tau\,.$

6. 

7. $f(t) = \eta(t-8)\cdot\left(\dfrac{t^2}{4} + t - 24\right).$

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{3e^{-2p}}{(p-1)^3}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 2p^2 + 5p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{4}{p^2(p^2 - 9p + 18)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 12x' + 36x = -2e^{-t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 2\,.$

12. $x'' + 36x = 6\cos 6t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -3\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 2x + 2y &= 2e^{t}, \\ y' - x - y &= e^{2t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 6x' + 8x = \frac{1}{1 + e^{2t}}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$$3tx'' + (14t + 3)x' - 5(t - 3)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = -5\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (x > 0,\ t > 0), \quad u\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = a\cos\omega t\,.$$

Вариант № 5.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

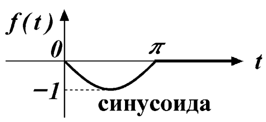
1. $f(t) = \sin t \sin 5t\,.$

2. $f(t) = e^{-2t} \operatorname{ch} t - \operatorname{sh} 2t\,.$

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 e^{-2\tau} d\tau\,.$

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \operatorname{ch}^2(t-5)\,.$

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 \cos 5(t-\tau)\, d\tau\,.$

6. 

7. $f(t) = \eta(t-4) \cdot \left(\frac{t^2}{2} - 4t + 10\right).$

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{4e^{-p}}{(p-3)^4}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{1}{p^3 - 4p^2 + 5p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{-4}{p^2(p^2 - p - 2)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 12x' + 36x = e^{-3t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1\,.$

12. $x'' + 25x = 5\cos 5t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -4\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 2x + 2y &= 2e^{t}, \\ y' + x + y &= e^{2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 2x' = \frac{1}{1 + e^{2t}}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$2tx'' + (3t + 2)x' - 2(t - 2)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = -2\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (x > 0,\ t > 0), \quad u\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = a\sin\omega t\,.$$

Вариант № 6.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

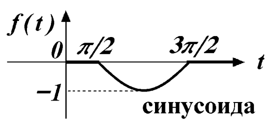
1. $f(t) = \cos 2t \cos 3t\,.$

2. $f(t) = e^{2t} \operatorname{ch} t + \operatorname{sh} t\,.$

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 e^{-3\tau} d\tau\,.$

4. $f(t) = \eta(t-7) \cdot \cos 4(t-7)\,.$

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^3 \operatorname{ch} 9\tau\, d\tau\,.$

6. 

7. $f(t) = \eta(t-3) \cdot (t^2 - 6t)\,.$

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{3e^{-2(p-1)}}{(p-1)^3}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 4p^2 + 5p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^2(p^2 + 2p - 15)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 10x' + 25x = -2e^{-5t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1\,.$

12. $x'' + 16x = 4\cos 4t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - x - y &= -e^{t}, \\ y' - 2x - 2y &= e^{4t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 3x' = \frac{1}{1 + e^{3t}}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$$3tx'' + (10t + 3)x' - 4(2t - 3)x = 0, \quad x(0) = \frac{1}{2}, \quad x'(0) = -2\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = x + y, \quad u\Big|_{x=0} = u\Big|_{y=0} = 1\,.$$

Вариант № 7.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

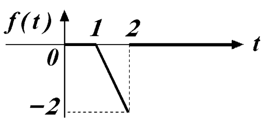
1. $f(t) = \cos t \cos 2t$.

2. $f(t) = e^{-2t} \operatorname{sh} 2t - \operatorname{ch} 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \sin^2 \tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-7) \cdot \sin 4(t-7)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^2 e^{3(t-\tau)} d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-4) \cdot (t^2 + 16)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{4e^{-(p-3)}}{(p-3)^4}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 4p^2 + 8p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-2}{p^2(p^2 + 8p + 15)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 8x' + 16x = -3e^{-2t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$.

12. $x'' + \dfrac{1}{16}x = 3\cos\dfrac{t}{4}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -5$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + x + y &= 2e^{2t}, \\ y' + 2x + 2y &= 2e^{3t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x''' = \frac{1}{1+t^2}, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$tx'' + (4t+1)x' - 6(2t-1)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = -6\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$(x+y)\,\frac{\partial u}{\partial x} = u + y, \ \ (x > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = y^3 - y\,.$$

Вариант № 8.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

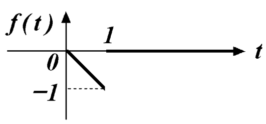
1. $f(t) = \cos 3t \cos t\,.$

2. $f(t) = e^{2t} \operatorname{sh} t + \operatorname{ch} t\,.$

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \sin^2 2\tau \, d\tau\,.$

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \sin 3(t-5)\,.$

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^3 e^{5\tau} \, d\tau\,.$

6. 

7. $f(t) = \eta(t-5) \cdot (t^2 + 50)\,.$

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{3(p+1)}{(p+1)^2+9}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3+4p^2+8p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{3}{p^2(p^2+3p-4)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 4x' + 4x = 7e^{3t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 4\,.$

12. $x'' + \dfrac{1}{4}x = 2\cos\dfrac{t}{2}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 5\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - 2x - 2y = 2e^{2t}, \\ y' - x - y = e^{2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$x''' = \operatorname{arctg} t, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$tx'' + (1 - 6t)x' - 7(t + 1)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 7\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial x} - \cos x \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \cos x \cdot \cos y, \quad (x > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{y=0} = \sin x\,.$$

Вариант № 9.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

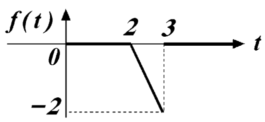
1. $f(t) = \cos 4t \cos 2t$.

2. $f(t) = e^t \operatorname{sh} 2t - 2 \operatorname{ch} 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \sin^2 3\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-3) \cdot (t-3)^2$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 e^{7(t-\tau)} d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-7) \cdot (t^2 - 7t)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{4(p-3)}{(p-3)^2+4}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 2p^2 + 10p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-3}{p^2(p^2 - 6p + 8)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 6x' + 9x = 6e^t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -4$.

12. $x'' + 49x = 7\cos 7t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 2$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - 2x - 2y &= 2e^{2t}, \\ y' + x + y &= e^{3t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$x''' = t\ln^2 t, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$2tx'' + (2 - 9t)x' - 5(t+2)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 5\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial y} + u = x, \quad (x > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = y, \quad \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0\,.$$

Вариант № 10.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

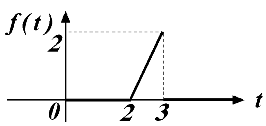
1. $f(t) = \cos t \cos 5t$.

2. $f(t) = e^{-t} \operatorname{sh} 2t + 2 \operatorname{ch} 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \sin^2 4\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-3) \cdot \operatorname{ch} 5(t-3)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 e^{9(t-\tau)} d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-6) \cdot (t^2 - 5t + 1)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{5(p+3)}{(p+3)^2+1}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 2p^2 + 10p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{4 - 3p - p^2}{(p-3)(p^2+1)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 10x' + 25x = e^{4t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 3$.

12. $x'' + \dfrac{1}{16}x = 6 \cos \dfrac{t}{4}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\left\{\begin{array}{rcl} x'+x+y &=& 2e^{-2t}, \\ y'-3x-3y &=& e^{t}; \end{array}\right. \qquad x(0)=y(0)=0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$x'''=\ln\left(1+t^2\right), \quad x(0)=x'(0)=x''(0)=0$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$tx''+(7t+1)x'+3(4t+1)x=0, \quad x(0)=1, \quad x'(0)=-3\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial y}=0, \quad (x>0,\ y>0), \quad u\Big|_{y=0}=A, \quad u\Big|_{x=0}=B,$$
$u(x,y)$ ограничена при $x\to\infty$.

Вариант № 11.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

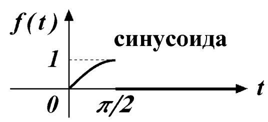
1. $f(t) = \sin 2t \cos 3t\,.$

2. $f(t) = e^{-2t}\,\mathrm{sh}\,4t + \dfrac{t^2}{2}\,.$

3. $f(t) = \displaystyle\int_0^t \tau\,\mathrm{ch}^2\,3\tau\,d\tau\,.$

4. $f(t) = \eta(t-7)\cdot \mathrm{ch}\,4(t-7)\,.$

5. $f(t) = \displaystyle\int_0^t (t-\tau)^5 e^{2\tau}\,d\tau\,.$

6. 

7. $f(t) = \eta(t-8)\cdot\left(\dfrac{t^2}{2} - 4t + 1\right).$

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{8}{(p-1)^2+16}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 6p^2 + 10p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-8e^{-8p}}{(p-6)(p-10)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 2x' - 3x = 6\,\mathrm{sh}\,t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -4\,.$

12. $x'' + \dfrac{1}{4}x = 5\cos\dfrac{t}{2}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 3\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - x - y &= e^{2t}, \\ y' + 3x + 3y &= 2e^{-t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$x''' = \ln(1+t), \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$tx'' - (4t+3)x' + 2(2t+3)x = 0\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$\dfrac{\partial u}{\partial t} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (x > 0,\ t > 0), \quad u\Big|_{t=0} = 5, \quad u\Big|_{x=0} = 8,$
$u(x,t)$ ограничена при $x \to \infty\,.$

Вариант № 12.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

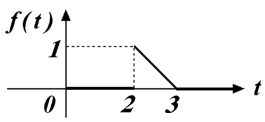
1. $f(t) = \sin t \cos 2t$.

2. $f(t) = e^{5t} \operatorname{sh} 3t + 3t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \operatorname{ch}^2 4\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \operatorname{ch} 3(t-5)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^2 \sin 3\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-9) \cdot \left(\dfrac{t^2}{3} - 3t - 2 \right)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp} \left[\dfrac{9}{(p+1)^2 + 9} \right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 6p^2 + 10p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{2}{p^2(p^2 - 7p + 10)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 2x' - 8x = \operatorname{sh} 4t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 3$.

12. $x'' + \dfrac{1}{9}x = 4\cos\dfrac{t}{3}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 6\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + x + y &= e^t, \\ y' + 3x + 3y &= 2e^{-t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x''' = \frac{1}{1+t^2} + t, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$tx'' + (2t-1)x' + (t-1)x = 0\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 36\,e^{2x}\sin 3y, \quad (x > 0,\ y > 0),$$
$$u\Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0} = \sin 3y, \quad u\Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = 3xe^{2x}\,.$$

Вариант № 13.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

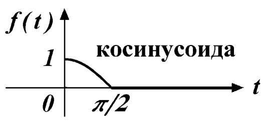
1. $f(t) = \sin 3t \cos t\,.$

2. $f(t) = e^{-5t} \operatorname{sh} 3t - t\,.$

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 e^{4\tau} d\tau\,.$

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \sin^2(t-5)\,.$

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 \sin 5(t-\tau)\, d\tau\,.$

6. 

7. $f(t) = \eta(t-4) \cdot (2t^2 - 9t + 5)\,.$

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{8}{(p-3)^2+4}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 4p^2 + 13p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-6e^{-6p}}{(p-2)(p+6)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 2x' - 3x = 5 \operatorname{sh} 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 2\,.$

12. $x'' + 3x' = 5 \sin 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - 3x - 3y = 2e^{t}, \\ y' + x + y = e^{-2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 4x = \frac{1}{2 + \cos 2t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$$tx'' + (6t - 1)x' + 3(3t - 1)x = 0\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = a(x + y), \quad u\Big|_{x=0} = u\Big|_{y=0} = b\,.$$

Вариант № 14.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

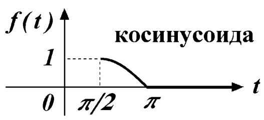
1. $f(t) = \sin 4t \cos 2t$.

2. $f(t) = e^{-3t} \operatorname{sh} 2t - 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 e^{-2\tau} d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-4) \cdot \operatorname{sh}^2(t-4)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^4 \sin 7\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-5) \cdot (3t^2 - 14t - 5)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{5}{(p+3)^2+1}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 4p^2 + 13p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-3-5p}{p(p^2+16)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 3x' - 4x = -\operatorname{sh} t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$.

12. $x'' + 2x' = 6 \sin t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 3x + 3y &= e^{2t}, \\ y' + x + y &= 2e^{-2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 4x = \frac{1}{2 + \sin 2t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$$tx'' - 2(3t+1)x' + 3(3t+2)x = 0\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = x + ay, \quad (x > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = u\Big|_{y=0} = b\,.$$

Вариант № 15.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

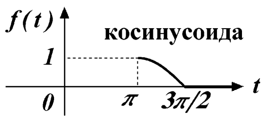
1. $f(t) = \sin t \cos 5t$.

2. $f(t) = e^{3t} \operatorname{sh} t + 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 e^{3\tau} d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \operatorname{sh}^2(t-5)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^3 \sin 9\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-6) \cdot \left(\frac{t^2}{2} - 2t + 6 \right)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{d}{dp} \left[\frac{2(p-1)}{(p-1)^2 - 16} \right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{1}{p^3 - 6p^2 + 13p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{-7e^{-7p}}{(p-1)(p-8)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + x' - 6x = -4 \operatorname{sh} 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -3$.

12. $x'' + \frac{1}{9}x = 7\cos\frac{t}{3}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 7\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - x - y &= 2e^{t}, \\ y' - 3x - 3y &= e^{2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 4x = \frac{1}{4 + \operatorname{tg}^2 2t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$tx'' + 4(2t-1)x' + 16(t-1)x = 0\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial x} + a\frac{\partial u}{\partial y} = c\cdot x + d\cdot y, \quad (ax > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = u\Big|_{y=0} = b\,.$$

Вариант № 16.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

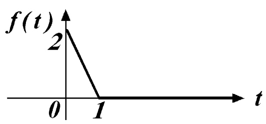
1. $f(t) = \operatorname{sh} 2t \operatorname{ch} 3t$.

2. $f(t) = e^{-2t} \cos 2t - \sin 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 e^{-3\tau} d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-4) \cdot \cos^2(t-4)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^2 \operatorname{sh} 3(t-\tau)\, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-7) \cdot (t^2 - 8t + 7)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{3(p+1)}{(p+1)^2 - 9}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 6p^2 + 13p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{p^2 - 3p - 2}{(p+1)(p^2+9)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - x' - 6x = -2 \operatorname{sh} 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -2$.

12. $x'' + 4x' + 3x = 2 \sin 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 3x + 3y = e^t, \\ y' + 2x + 2y = e^{2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 4x = \frac{1}{1 + \cos^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$tx'' - (2t+1)x' + (t+1)x = 0\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial x} + a\frac{\partial u}{\partial y} = x + y, \quad (ax > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = b, \quad u\Big|_{y=0} = c\,.$$

Вариант № 17.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

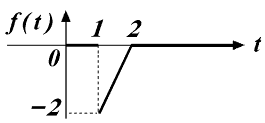
1. $f(t) = \operatorname{sh} t \operatorname{ch} 2t$.

2. $f(t) = e^{-t} \cos 2t + 2 \sin t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 e^{4\tau} d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot \cos^2(t-5)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^3 \operatorname{sh} 5\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-8) \cdot \left(\frac{t^2}{4} - 3t + 7 \right)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{d}{dp} \left[\frac{4(p-3)}{(p-3)^2 - 4} \right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{1}{p^3 + 6p^2 + 18p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{-5e^{-5p}}{(p-3)(p-4)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 3x' - 4x = -3 \operatorname{sh} 4t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$.

12. $x'' + 3x' + 2x = 3 \sin 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 3x + 3y & = & e^{-t}, \\ y' - x - y & = & 3e^{-t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 4x = \frac{1}{1 + \sin^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$tx'' - (2t + 3)x' + (t + 3)x = 0\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = x + y, \quad (x < 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = b, \quad u\Big|_{y=0} = 0\,.$$

Вариант № 18.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

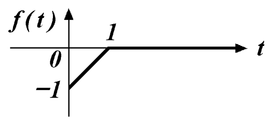
1. $f(t) = \operatorname{sh} 3t \operatorname{ch} t$.

2. $f(t) = e^t \sin 2t - 2\cos 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 e^{-5\tau} d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-4) \cdot \sin^2(t-4)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 \operatorname{sh} 7(t-\tau)\, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-9) \cdot (t^2 - 11t + 20)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{5(p+3)}{(p+3)^2-1}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 6p^2 + 18p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{p^2+3p-2}{(p-1)(p^2+9)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 3x' - 4x = 2\operatorname{sh} t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 2$.

12. $x'' + 4x' = 20\sin 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - 3x - 3y &= 3e^{3t}, \\ y' - x - y &= e^{2t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x''' + x' = \frac{1}{1 + \sin^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами

$$tx'' - (10t + 1)x' + 5(5t + 1)x = 0\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$(x + 1)\frac{\partial u}{\partial x} = u + y, \quad (x > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = y^3\,.$$

Вариант № 19.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

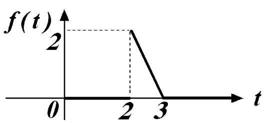
1. $f(t) = \operatorname{sh} 4t \operatorname{ch} 2t$.

2. $f(t) = e^{2t} \sin t + \cos t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \cos^2 \tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-8) \cdot \cos 7(t-8)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^5 \sin 2\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-1) \cdot (t^2 - 6t + 5)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{8}{(p-1)^2 - 16}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 2p^2 + 17p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-4e^{-4p}}{(p-2)(p+1)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + x' - 6x = -\operatorname{sh} 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$.

12. $x'' - x' - 2x = 12 \sin 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - 3x - 3y &= 2e^{3t}, \\ y' - 2x - 2y &= 2e^{-t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x''' + x' = \frac{1}{1 + \cos^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами

$$tx'' - 2(t+1)x' + (t+2)x = 0\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \cos y \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \cos x \cdot \cos y, \quad (x > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = \sin y\,.$$

Вариант № 20.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

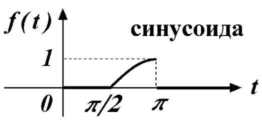
1. $f(t) = \operatorname{sh} t \operatorname{ch} 5t$.

2. $f(t) = e^{-2t} \sin t - \cos 2t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \cos^2 2\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-1) \cdot \sin 5(t-1)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^5 \operatorname{ch} 2(t-\tau) \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-2) \cdot \left(\dfrac{t^2}{2} - 2t + 3 \right)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp} \left[\dfrac{9}{(p+1)^2 - 9} \right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 2p^2 + 17p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{2p^2 + 2p - 1}{(p+1)(p^2+4)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - x' - 6x = 2 \operatorname{sh} 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$.

12. $x'' - 3x' + 2x = 10 \sin 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - 3x - 3y &= 2e^{-2t}, \\ y' + 2x + 2y &= e^{-t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x''' + x' = \frac{1}{2 + \operatorname{tg}^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами

$$tx'' + 2(3t - 1)x' + 3(3t - 2)x = 0\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial y} - u = x, \quad (x > 0,\ y > 0), \quad u\Big|_{x=0} = a, \quad \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0\,.$$

Вариант № 21.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

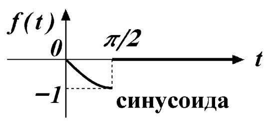
1. $f(t) = \operatorname{ch} 2t \operatorname{ch} 3t$.

2. $f(t) = e^{-t} \sin 2t + 2 \cos t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \operatorname{sh}^2 \tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-2) \cdot \sin 6(t-2)$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^4 \cos 7(t-\tau) \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-3) \cdot \left(\dfrac{t^2}{3} - 2t + 5 \right)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp} \left[\dfrac{8}{(p-3)^2 - 4} \right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 4p^2 + 20p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-e^{-p}}{(p-5)(p+3)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 3x' - 4x = 3 \operatorname{sh} 4t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$.

12. $x'' + 5x' + 4x = \sin t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 3x + 3y &= e^t, \\ y' - 2x - 2y &= 2e^{-3t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x''' + x' = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 t}, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами
$tx'' - 2(2t + 3)x' + 4(t + 3)x = 0\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \leqslant x \leqslant l),$$
$$u\Big|_{t=0} = 3\sin\frac{\pi x}{l}, \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = 0, \quad u\Big|_{x=l} = 0\,.$$

Вариант № 22.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

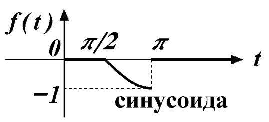
1. $f(t) = \operatorname{ch} t \operatorname{ch} 2t$.

2. $f(t) = e^{-2t} \sin 4t + \dfrac{t}{2}$.

3. $f(t) = \displaystyle\int_0^t \tau \operatorname{sh}^2 2\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-3) \cdot e^{4(t-3)}$.

5. $f(t) = \displaystyle\int_0^t (t-\tau)^3 \cos 9\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-4) \cdot (2t^2 - 5t - 12)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{d}{dp}\left[\dfrac{5}{(p+3)^2 - 1}\right]$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 + 4p^2 + 20p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{2 + 3p + p^2}{(p-1)(p^2+9)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' - 2x' + x = 5e^{3t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 2$.

12. $x'' + 2x' - 3x = 10 \sin 5t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + 2x + 2y &= e^{2t}, \\ y' - 3x - 3y &= 2e^{-t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x''' + x' = \frac{1}{2+\cos t}, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Операционным методом найдите общее решение дифференциального уравнения с переменными коэффициентами

$tx'' - 2(2t+1)x' + 4(t+1)x = 0\,.$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{4}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \leqslant x \leqslant l),$$

$$u\Big|_{t=0} = A\sin\frac{2\pi x}{l}, \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = 0, \quad u\Big|_{x=l} = 0\,.$$

Вариант № 23.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

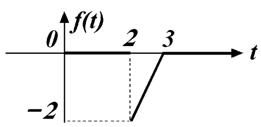
1. $f(t) = \operatorname{ch} 3t \operatorname{ch} t$.

2. $f(t) = e^{5t} \sin 3t + 3t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \operatorname{sh}^2 3\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-1) \cdot e^{5(t-1)}$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^5 \cos 2\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-5) \cdot (2t^2 - 9t - 5)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{3}{(p-2)^3} + \dfrac{4}{p^2}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 8p^2 + 17p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{-3e^{-3p}}{(p-4)(p-2)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 8x' + 16x = e^{-t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$.

12. $x'' + 2x' - 3x = 12 \sin t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$.

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - 2x - 2y = e^t, \\ y' + 3x + 3y = 2e^{-2t}; \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' - x' - 2x = \frac{1}{1+e^t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$$4tx'' + (4-3t)x' - (t+4)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 1\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ (x>0,\ t>0), \quad u\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0}, \quad u\Big|_{x=0} = E(t)\,.$$

Вариант № 24.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

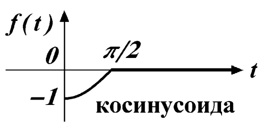
1. $f(t) = \operatorname{ch} 4t \operatorname{ch} 2t$.

2. $f(t) = e^{-5t} \sin 3t - t$.

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \operatorname{sh}^2 4\tau \, d\tau$.

4. $f(t) = \eta(t-5) \cdot e^{3(t-5)}$.

5. $f(t) = \int\limits_0^t (t-\tau)^4 \operatorname{sh} 3\tau \, d\tau$.

6. 

7. $f(t) = \eta(t-6) \cdot \left(\frac{t^2}{3} - 3t + 6 \right)$.

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{5}{(p-3)^2} + \frac{3}{p^3}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{1}{p^3 + 8p^2 + 17p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \frac{3+5p}{p(p^2+16)}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 6x' + 9x = 4e^{-2t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -3$.

12. $x'' + 5x' + 6x = 10\sin 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 2x + 2y &= 2e^{2t}, \\ y' + 3x + 3y &= 2e^{t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение
$$x'' + 4x' + 3x = \frac{1}{1+e^t}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$
с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами
$$2tx'' - (7t-2)x' - 5(3t+2)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 5\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (x > 0,\ t > 0),$$
$$u\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = t^2\,.$$

Вариант № 25.

Найдите изображения данных оригиналов и укажите, какими теоремами пользовались (задачи 1–7).

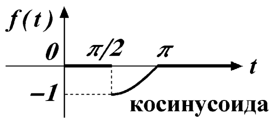
1. $f(t) = \operatorname{ch} t \operatorname{ch} 5t\,.$

2. $f(t) = e^{-3t} \sin 2t - 2t\,.$

3. $f(t) = \int\limits_0^t \tau \cos^2 3\tau \, d\tau\,.$

4. $f(t) = \eta(t-1) \cdot e^{3(t-1)}\,.$

5. $f(t) = \int\limits_0^t \tau^3 \operatorname{sh} 9(t-\tau) \, d\tau\,.$

6. 

7. $f(t) = \eta(t-7) \cdot (t^2 - 6t - 7)\,.$

8. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{7}{(p-4)^4} + \dfrac{2}{p^2}$ с помощью свойств преобразования Лапласа.

9. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{1}{p^3 - 8p^2 + 20p}$ с помощью вычетов.

10. Найдите оригинал изображения $F(p) = \dfrac{2e^{-2p}}{(p-2)(p-5)^2}$ с помощью разложения рациональной дроби в сумму элементарных.

Решите дифференциальные уравнения с заданными начальными условиями (задачи 11–12).

11. $x'' + 2x' + x = 3e^{-4t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1\,.$

12. $x'' - 4x' + 3x = 12 \sin 3t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0\,.$

13. Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + x + y &= e^{-2t}, \\ y' + 2x + 2y &= 2e^{-4t}; \end{cases} \qquad x(0) = y(0) = 0\,.$$

14. Решите дифференциальное уравнение

$$x'' + x' - 2x = \frac{1}{1+e^{t}}, \quad x(0) = x'(0) = 0$$

с помощью формулы Дюамеля.

15. Решите операционным методом дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$tx'' + (1-11t)x' + 4(7t-1)x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 4\,.$$

16. Решите операционным методом уравнение в частных производных

$$a^2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2b\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{b^2}{a^2}u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (x>0),$$

$$u\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad u\Big|_{x=0} = E(t)\,.$$