

I. Образуют ли поле экстремалей (собственное или центральное) следующие семейства кривых в указанных областях:

1.  $y = c * \cos x$

а)  $|x| < \frac{\pi}{4}$

б)  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

в)  $|x| \leq \pi$

2.  $y = c(x^2 - 2x)$

а)  $0 \leq x < 1$

б)  $-1 \leq x \leq 3$

в)  $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

3.  $y = e^{x+c}$

а)  $x^2 + y^2 \leq 1$

II. Для функционала  $J[y] = \int_0^\alpha (y'^2 + y^2) dx$ , где  $\alpha > 0$  указать и построить собственное и центральное поле экстремалей.

III. Показать, что экстремали задач можно включить в поле экстремалей (собственное или центральное):

1.  $J[y] = \int_0^1 (y'^2 - 2xy) dx;$

Условия:  $y(0) = y(1) = 0$

2.  $J[y] = \int_0^1 (2e^x * y + y'^2) dx;$

Условия:  $y(0) = 1, y(1) = e$

3.  $J[y] = \int_0^2 (y'^2 + x^2) dx;$

Условия:  $y(0) = 1, y(2) = 3$

IV. Проверить возможность включения экстремали в поле для следующих функционалов:

1.  $J[y] = \int_0^1 (y'^2 - y * y') dx;$

Условия:  $y(0) = 0, y(1) = 0$

$$2. J[y] = \int_0^{\alpha} y'^3 dx;$$

Условия:  $y(0) = 0, y(\alpha) = b > 0$

$$3. J[y] = \int_0^a (6y'^2 - y'^4) dx;$$

Условия:  $y(0) = 0, y(a) = b; a, b > 0$