

Используя необходимое условие экстремума $\delta J = 0$ и основную лемму вариационного исчисления $\int_a^b \Phi(x)\eta(x)dx = 0 \Leftrightarrow \Phi(x) = 0$, найти функциональные уравнения для определения стационарных функций функционалов:

$$1. J[\varphi] = \int_{-\infty}^{+\infty} [p(x) * \varphi'^2(x) + 2\varphi(x+1) * \varphi(x-1) - \varphi^2(x) - 2\varphi(x) * f(x)]dx. (* - знак умножения)$$

где функциональный аргумент $\varphi(x)$ непрерывен и имеет кусочно-непрерывные производные во всем интервале $-\infty < x < +\infty$;
 $p(x)$ имеет непрерывную производную;
 $f(x)$ непрерывно.

$$(\text{Ответ: } (p\varphi')' - \varphi(x+2) - \varphi(x-2) + \varphi(x) + f(x) = 0.)$$

$$2. J[\varphi] = \int_{x_0}^{x_1} [p(x) - \varphi'^2(x) + q(x) * \varphi^2(x) - 2\varphi(x) * f(x)]dx.$$

(* - знак умножения)

$$\varphi(x_0) = 0;$$

$$\varphi(x_1) = 1;$$

где $p(x)$ имеет непрерывную производную;

$q(x)$ и $f(x)$ непрерывны;

$\varphi(x)$ (функциональный аргумент) дважды непрерывно дифференцируем.

$$(\text{Ответ: } -(p * \varphi')' + q * \varphi = f(x). (* - знак умножения))$$