

Используя необходимое условие экстремума  $\delta J = 0$  и основную лемму вариационного исчисления  $\int_a^b \Phi(x)\eta(x)dx = 0 \Leftrightarrow \Phi(x) = 0$ , найти функциональные уравнения для определения стационарных функций функционалов:

$$1. J[\varphi] = \int_{-\infty}^{+\infty} [p(x) * \varphi'^2(x) + 2\varphi(x+1) * \varphi(x-1) - \varphi^2(x) - 2\varphi(x) * f(x)]dx. (* - \text{знак умножения})$$

где функциональный аргумент  $\varphi(x)$  непрерывен и имеет кусочно-непрерывные производные во всем интервале  $-\infty < x < +\infty$ ;

$p(x)$  имеет непрерывную производную;

$f(x)$  непрерывно.

(Ответ:  $(p\varphi')' - \varphi(x+2) - \varphi(x-2) + \varphi(x) + f(x) = 0$ .)

$$2. J[\varphi] = \int_{x_0}^{x_1} [p(x) - \varphi'^2(x) + q(x) * \varphi^2(x) - 2\varphi(x) * f(x)]dx.$$

(\* - знак умножения)

$\varphi(x_0) = 0$ ;

$\varphi(x_1) = 1$ ;

где  $p(x)$  имеет непрерывную производную;

$q(x)$  и  $f(x)$  непрерывны;

$\varphi(x)$  (функциональный аргумент) дважды непрерывно дифференцируем.

(Ответ:  $-(p * \varphi')' + q * \varphi = f(x)$ . (\* - знак умножения))