

### *Домашнее задание 3*

## **Расчет переходного процесса в цепи второго порядка, определение передаточной функции и переходной характеристики цепи**

1. Для заданной цепи, пользуясь классическим методом, определить зависимость от времени требуемой (согласно номеру варианта) величины  $X(t)$  в переходном режиме. Построить график найденной функции  $X(t)$ . Считать, что коммутация происходит в момент  $t=0$ , ключ изображен в докоммутационном состоянии.

Вариант	№ схемы	Искомая величина	Вариант	№ схемы	Искомая величина	Вариант	№ схемы	Искомая величина
1	1	iL	41	21	iL	81	20	ic
2	2	iL	42	39	Uc	82	19	Uc
3	3	iL	43	38	ic	83	18	iR3
4	4	Uc	44	37	Uc	84	17	iL
5	5	ic	45	36	iR1	85	16	Uc
6	6	iL	46	35	Uc	86	15	Uc
7	7	Uc	47	34	iL	87	14	iR1
8	8	iL	48	33	iR3	88	13	iR1
9	9	iL	49	32	Uc	89	12	ic
10	10	Uc	50	31	Uc	90	11	ic
11	11	iL	51	30	iL	91	10	ic
12	12	iL	52	29	ic	92	9	Uc
13	13	Uc	53	28	Uc	93	8	ic
14	14	Uc	54	27	iL	94	7	ic
15	15	iL	55	26	Uc	95	6	Uc
16	16	ic	56	25	iL	96	5	iL
17	17	Uc	57	24	iL	97	4	iL
18	18	iL	58	23	iR3	98	3	ic
19	19	ic	59	22	Uc	99	2	Uc
20	20	iL	60	40	UR1	100	1	ic
21	21	Uc	61	20	Uc	101	25	iE
22	22	iL	62	19	iL	102	26	ic
23	23	iL	63	18	Uc	103	27	ic
24	24	ic	64	17	ic	104	30	ic
25	25	Uc	65	16	iL	105	40	UL
26	26	iL	66	15	Uc	106	39	iR2
27	27	Uc	67	14	iL	107	38	Uc
28	28	iL	68	13	iL	108	37	ic
29	29	iL	69	12	Uc	109	36	iL
30	30	Uc	70	11	Uc	110	35	UL
31	31	iL	71	10	iL	111	34	ic
32	32	iL	72	9	ic	112	33	Uc

33	33	iL	73	8	Uc	113	32	ic
34	34	Uc	74	7	iL	114	31	ic
35	35	UR3	75	6	ic	115	29	Uc
36	36	UL	76	5	Uc	116	28	iR3
37	37	UR2	77	4	iR2	117	24	Uc
38	38	UR3	78	3	Uc	118	23	Uc
39	39	iL	79	2	ic	119	22	ic
40	40	Uc	80	1	Uc	120	21	ic

2. В программе TINA составить модель цепи с коммутирующим ключом и провести исследование переходного процесса. Проверить совпадение результатов.

3. В заданной схеме удалить источники напряжения и тока, оставив их внутренние сопротивления. Заменить ключ источником единичного ступенчатого напряжения  $1(t)$ .

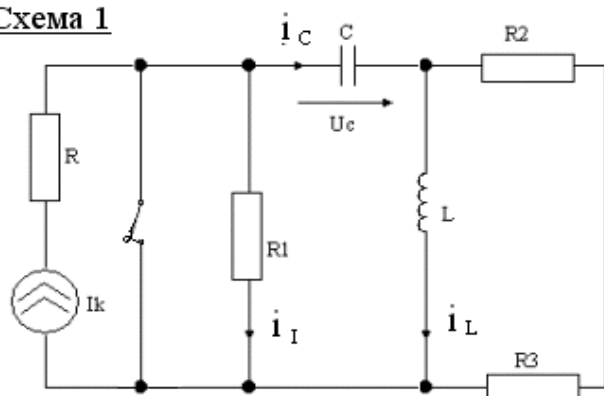
Операторным методом, считая искомую функцию выходным сигналом, найти передаточную функцию цепи и переходную характеристику цепи.

4. Выполнить моделирование и проверить совпадение результатов для переходной характеристики.

5\* Для желающих: Используя Analysis – Symbolic Analysis – Semi-symbolic AC Transfer, проверить расчет передаточной функции моделирования.

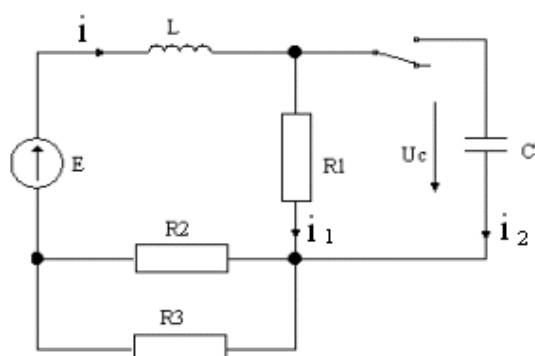
6\*. Для желающих: Используя Analysis – Symbolic Analysis – Semi-symbolic Transient, проверить расчет переходной характеристики моделирования.

Схема 1



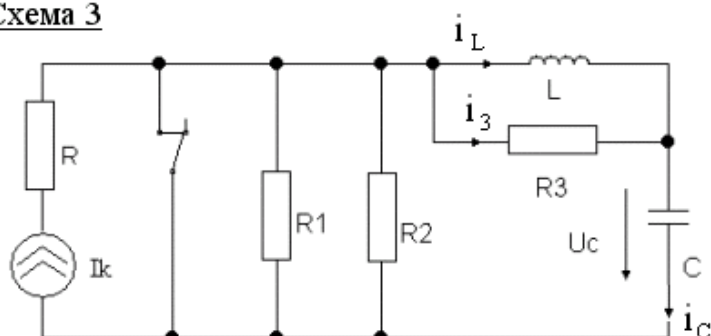
$I_k$	0,4A
$C$	100мкФ
$L$	20мГн
$R_1$	40Ом
$R_2$	15Ом
$R_3$	50Ом
$R$	100Ом

Схема 2



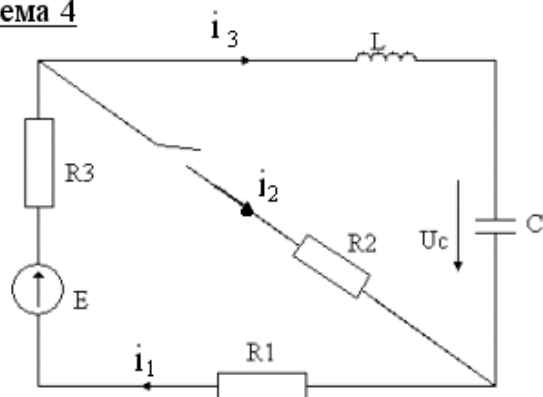
$E$	10В
$L$	20мГн
$C$	100мкФ
$R_1$	200Ом
$R_2$	120Ом
$R_3$	60Ом

Схема 3



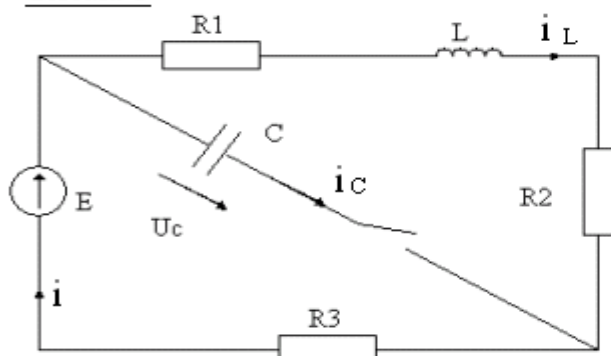
$I_k$	0,4A
$C$	100мкФ
$L$	20мГн
$R_1$	60Ом
$R_2$	120Ом
$R_3$	50Ом
$R$	150Ом

Схема 4



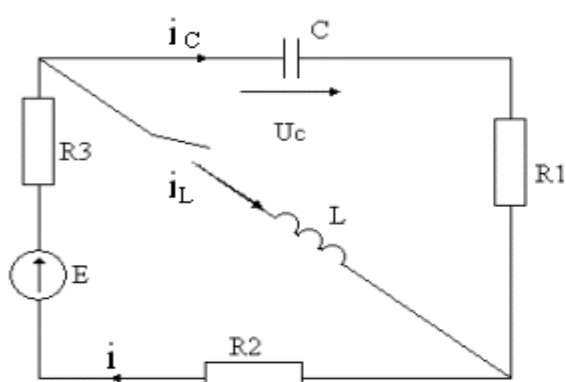
$E$	10В
$L$	20мГн
$C$	100мкФ
$R_1$	50Ом
$R_2$	60Ом
$R_3$	100Ом

Схема 5



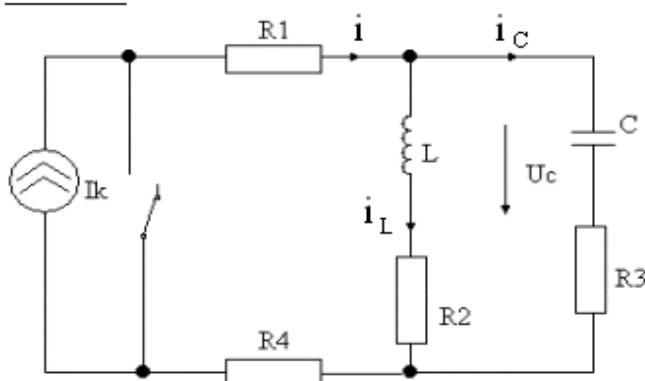
E	10В
L	20мГн
C	100мкФ
R1	40Ом
R2	10Ом
R3	40Ом

Схема 6



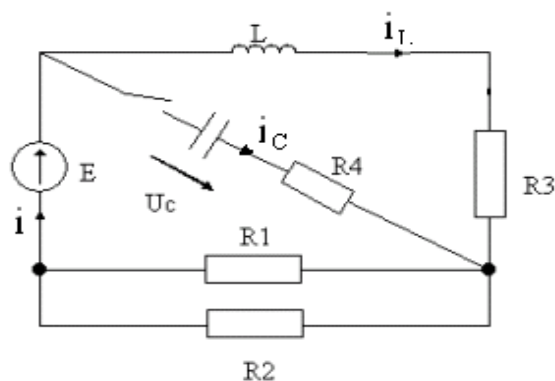
E	10В
L	20мГн
C	100мкФ
R1	50Ом
R2	15Ом
R3	25Ом

Схема 7



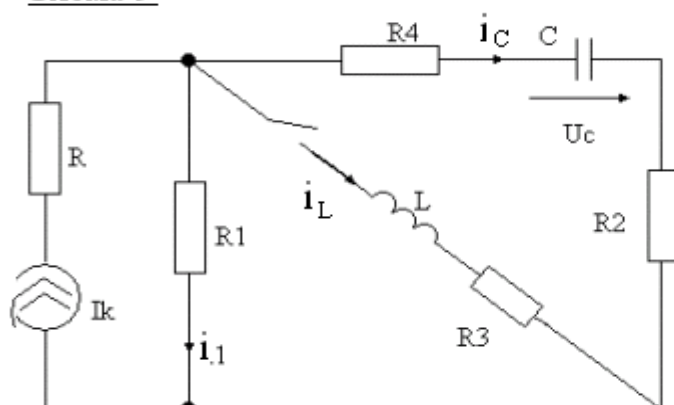
Ik	0,4А
C	100мкФ
L	20мГн
R1	40Ом
R2	9Ом
R3	20Ом
R4	40Ом

Схема 8



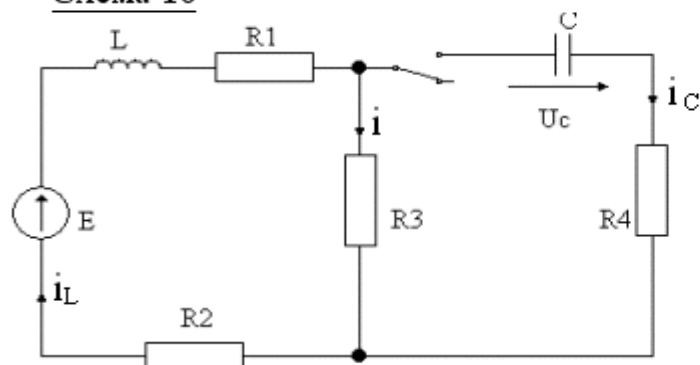
E	10В
C	100мкФ
L	20мГн
R1	240Ом
R2	120Ом
R3	20Ом
R4	20Ом

Схема 9



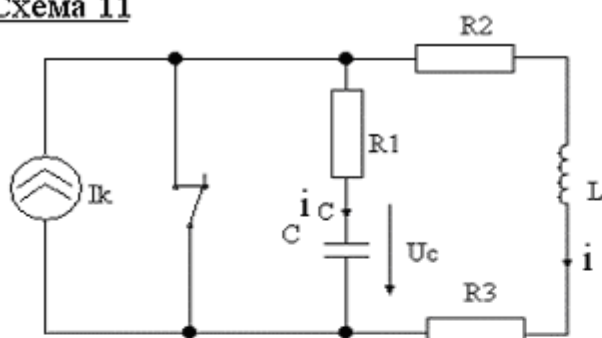
$I_k$	0,8A
$L$	24мГн
$C$	120мкФ
$R_1$	80Ом
$R_2$	20Ом
$R_3$	90Ом
$R_4$	180Ом
$R$	100Ом

Схема 10



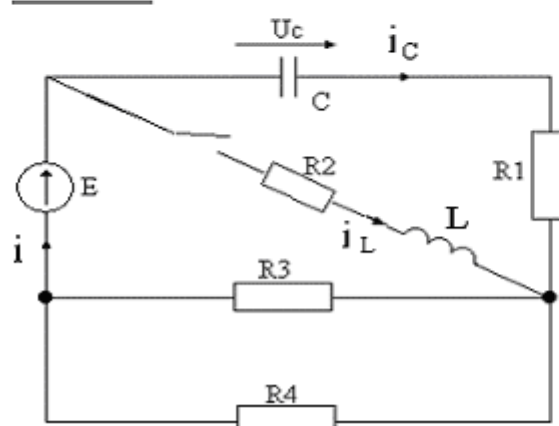
$L$	20мГн
$C$	100мкФ
$R_1$	10 Ом
$R_2=R_3=R_4$	20Ом
$E$	10В

Схема 11



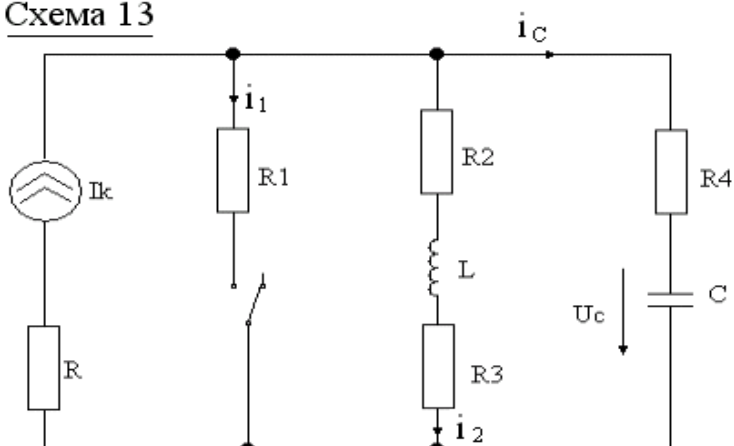
$I_k$	0,4A
$L$	20мГн
$C$	100мкФ
$R_1$	100Ом
$R_2$	200Ом
$R_3$	50Ом

Схема 12



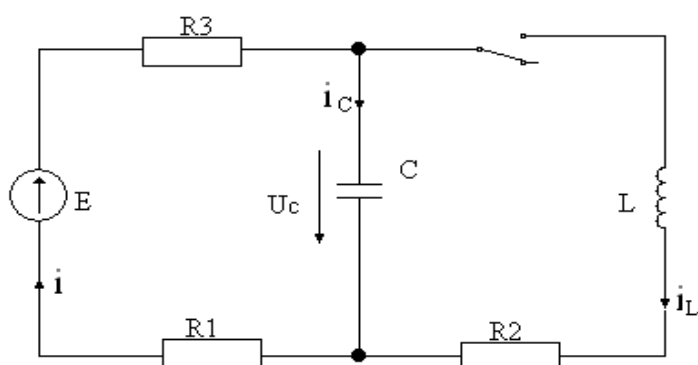
$E$	10В
$C$	100мкФ
$L$	20мГн
$R_1$	100Ом
$R_2$	200Ом
$R_3$	900Ом
$R_4$	720Ом

Схема 13



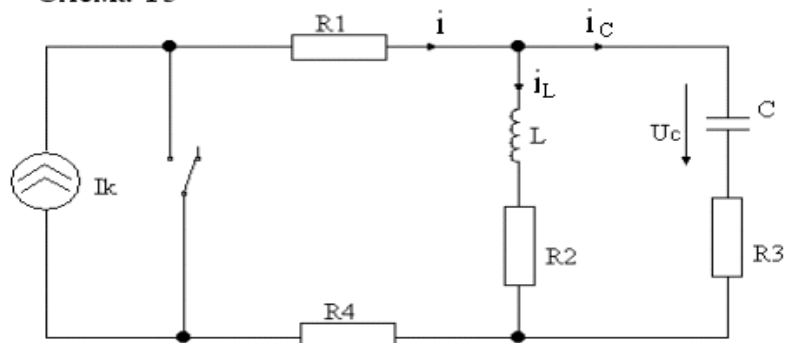
$I_k$	0,4A
$R=R_4$	20Ω
$R_1$	40Ω
$R_2$	80Ω
$R_3$	40Ω
$L$	20мГн
$C$	100мкФ

Схема 14



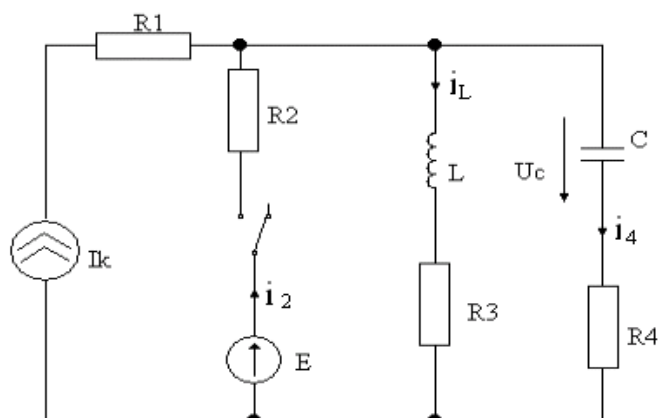
$E$	10В
$L$	20мГн
$C$	100мкФ
$R_1$	30Ω
$R_2$	40Ω
$R_3$	10Ω

Схема 15



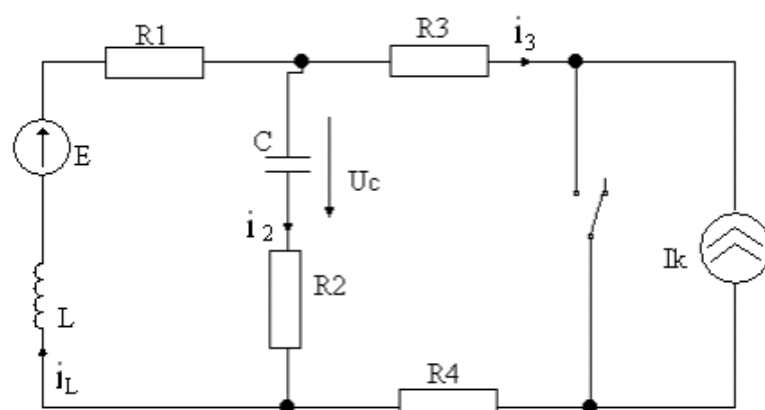
$I_k$	0,4A
$R_4$	70Ω
$R_1$	10Ω
$R_2$	90Ω
$R_3$	20Ω
$L$	20мГн
$C$	100мкФ

Схема 16



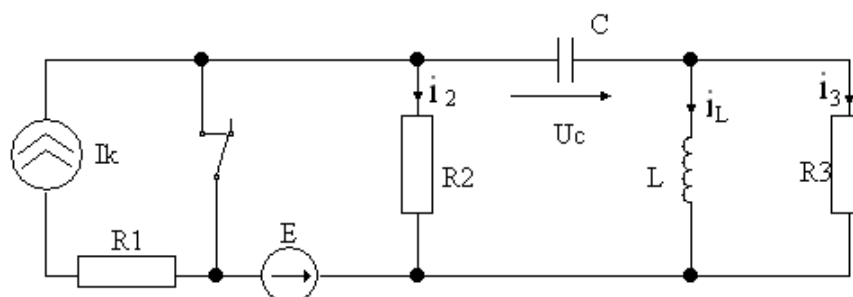
$I_k$	5,2A
$E$	104В
$R_1=R_2$	40Ω
$R_3$	12Ω
$R_4$	20Ω
$L$	0,04Гн
$C$	200мкФ

Схема 17



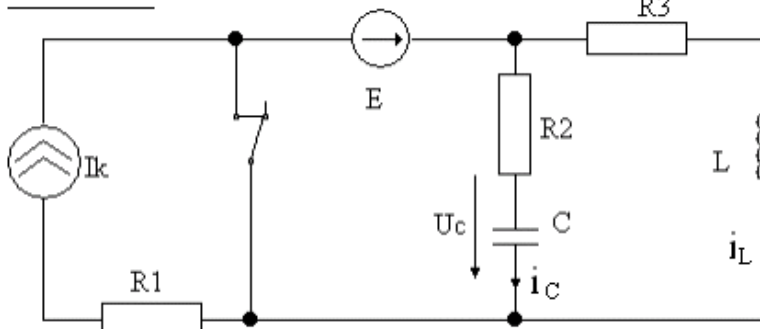
$I_k$	2A
L	0,1ГН
C	500мкФ
R1	90Ом
R2	200Ом
R3	500Ом
R4	300Ом
E	178В

Схема 18



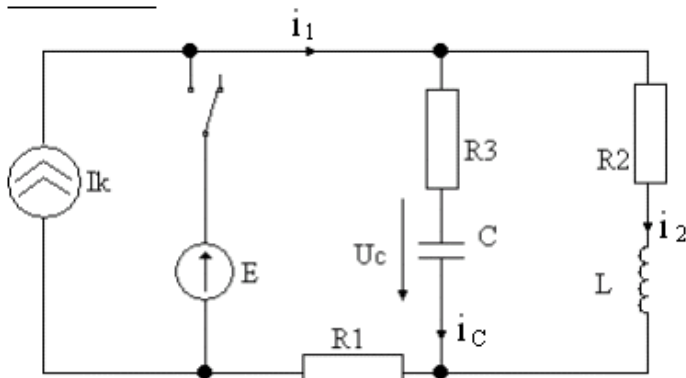
$I_k$	1A
L	0,01ГН
C	50мкФ
R1=R2	100Ом
R3	50Ом
E	10В

Схема 19



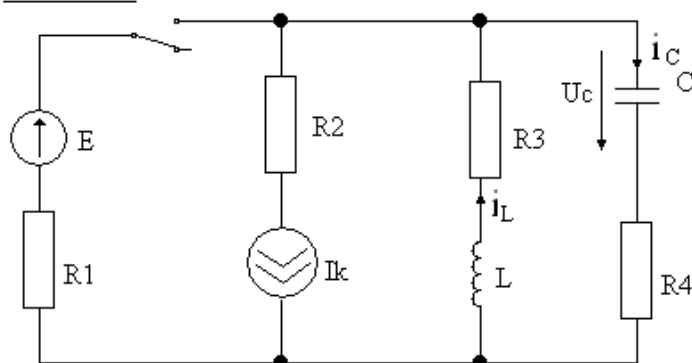
$I_k$	1A
L	0,01ГН
C	50мкФ
R1=R2	100Ом
R3	250Ом
E	10В

Схема 20



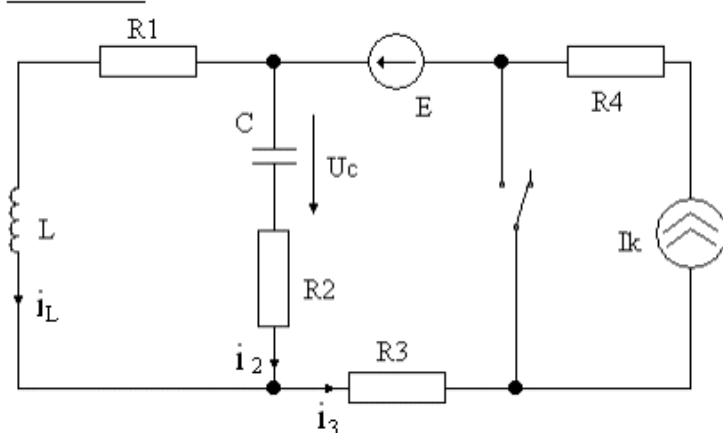
$I_k$	0,4A
E	89В
R1	800Ом
R2	90Ом
R3	200Ом
L	0,005ГН
C	25мкФ

Схема 21



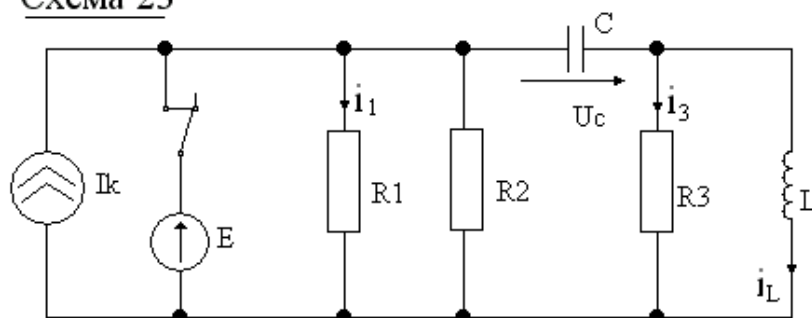
$I_k$	5,2A
$E$	208B
$R1=R2$	40Ом
$R3$	120Ом
$R4$	200Ом
$L$	0,01Гн
$C$	50мкФ

Схема 22



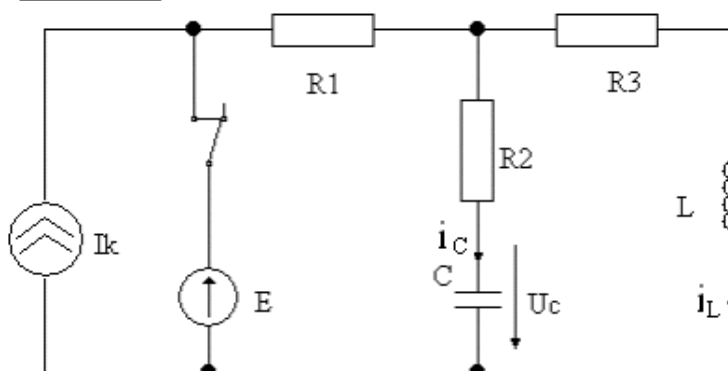
$I_k$	1A
$L$	0,06Гн
$C$	300мкФ
$R1$	90Ом
$R2$	200Ом
$R3$	800Ом
$R4$	400Ом
$E$	178B

Схема 23



$I_k$	2A
$L$	0,04Гн
$C$	200мкФ
$R1=R2$	200Ом
$R3$	50Ом
$E$	10B

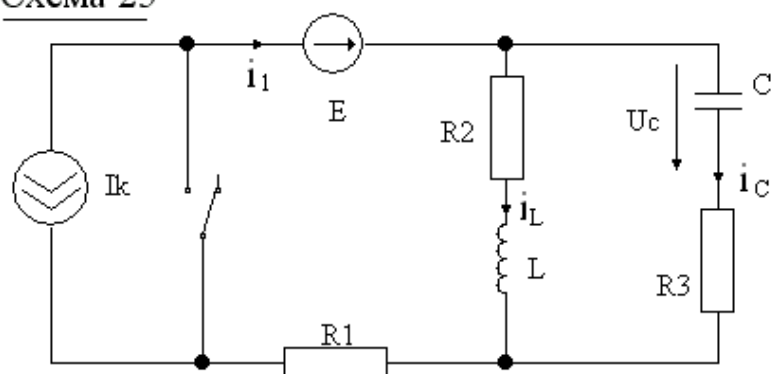
Схема 24



$I_k$	1A
$E$	10B
$R1$	150Ом
$R2$	100Ом
$R3$	250Ом
$L$	0,04Гн
$C$	50мкФ

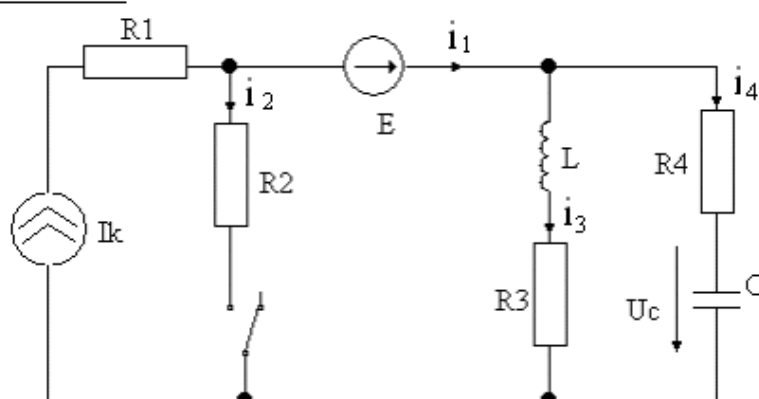


Схема 25



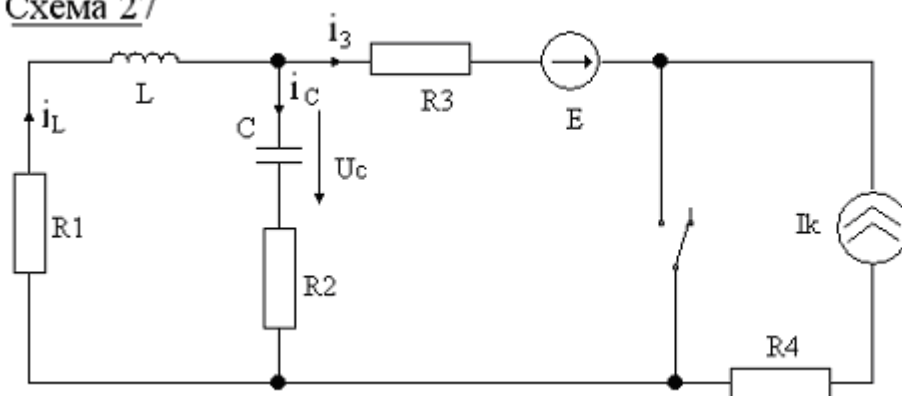
$I_k$	0,4A
$E$	89B
$R_1$	80OM
$R_2$	90OM
$R_3$	200OM
$L$	0,04ГH
$C$	200МКФ

Схема 26



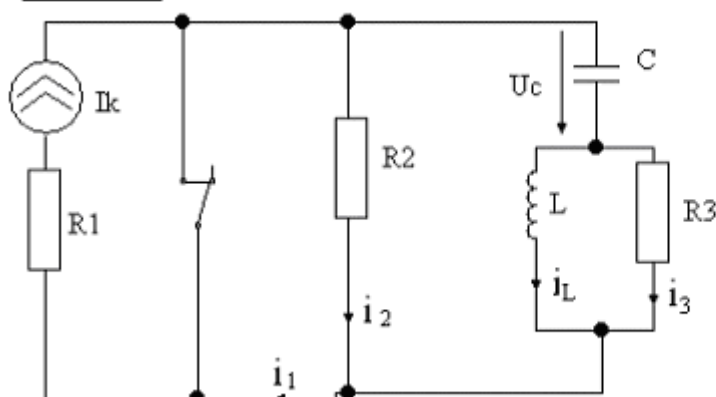
$I_k$	5,2A
$E$	208B
$R_1=R_2$	40OM
$R_3$	120M
$R_4$	200M
$L$	5MГH
$C$	25МКФ

Схема 27



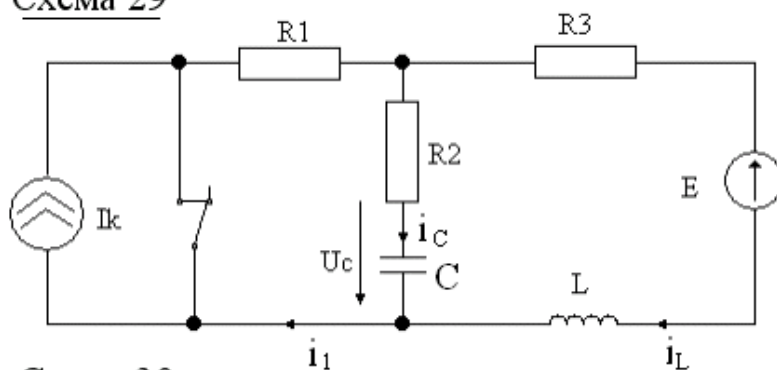
$I_k$	1A
$L$	50мГн
$C$	250мкФ
$R_1$	90Ом
$R_2$	200Ом
$R_3$	800Ом
$R_4$	800Ом
$E$	89В

Схема 28



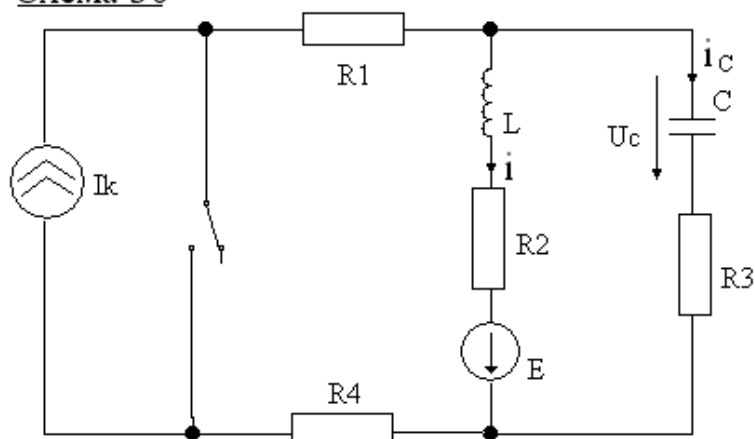
$I_k$	5A
$L$	0,005Гн
$C$	25мкФ
$R_1=R_2$	100Ом
$R_3$	50Ом
$E$	10В

Схема 29



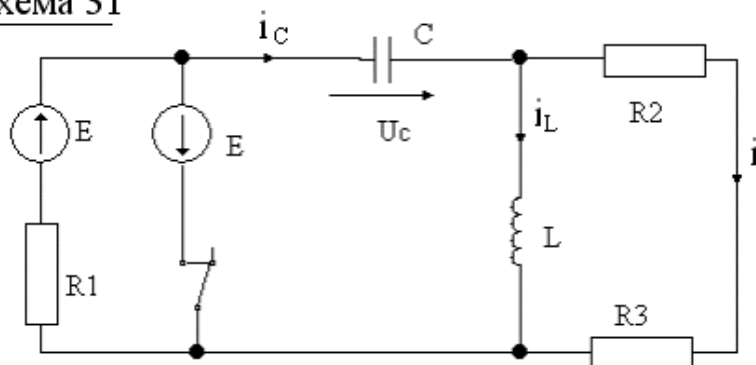
$I_k$	2A
$E$	20В
$R_1$	150Ом
$R_2$	100Ом
$R_3$	250Ом
$L$	5мГн
$C$	25мкФ

Схема 30



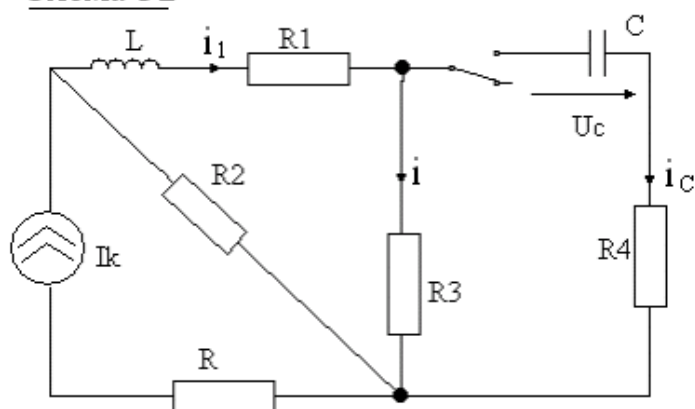
$I_k$	2A
$L$	0,01 Гн
$C$	50мкФ
$R_1$	100Ом
$R_2$	90Ом
$R_3$	200Ом
$R_4$	700Ом
$E$	89В

Схема 31



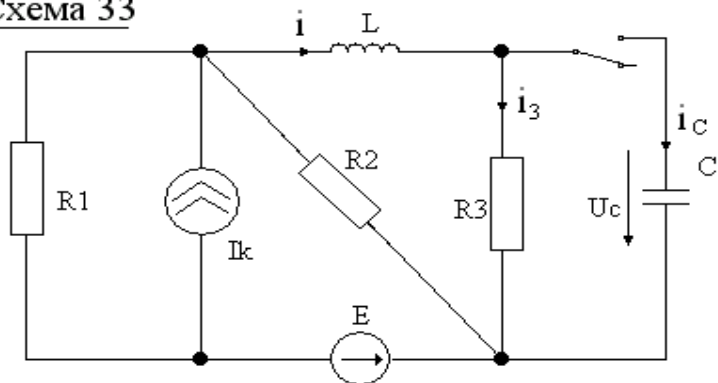
R3	50M
L	20MГH
C	100мкФ
R1	400M
R2	150M
E	60В

Схема 32



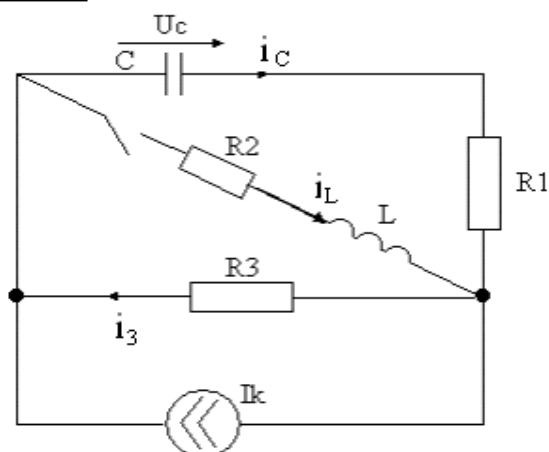
R	300M
L	20MГH
C	100мкФ
R1	100M
R2=R3=R4	200M
Ik	5A

Схема 33



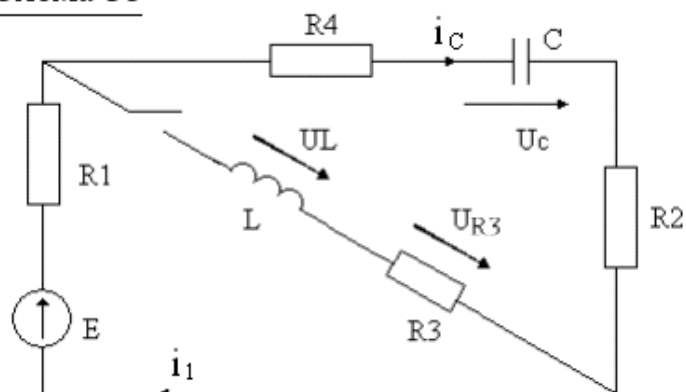
Ik	3A
E	90В
R1	600M
R2	1200M
R3	2000M
L	20MГH
C	100мкФ

Схема 34



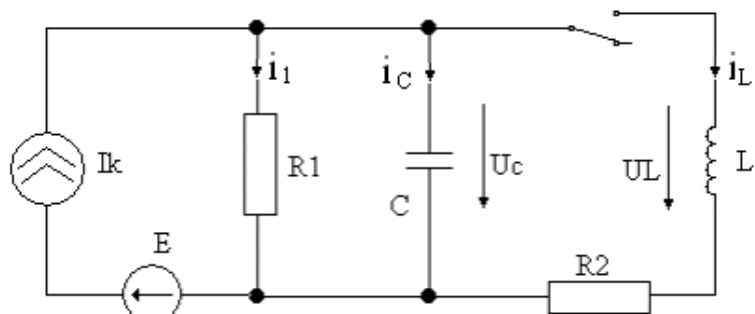
R1	100M
L	20MГH
C	100мкФ
R2	200M
R3	400M
Ik	1,5A

Схема 35



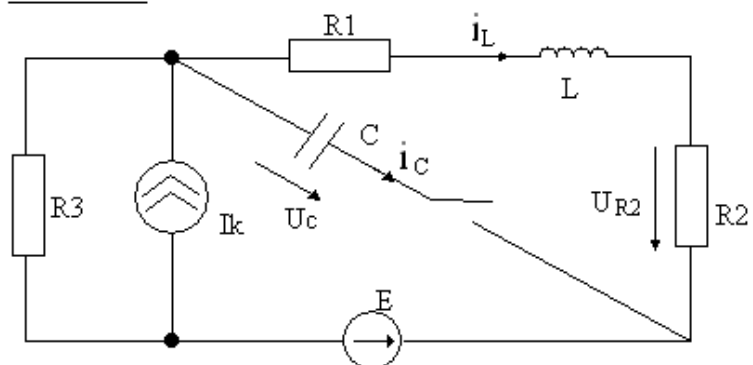
L	8мГн
C	40мкФ
R1	80Ом
R2	20Ом
R3	90Ом
R4	180Ом
E	178В

Схема 36



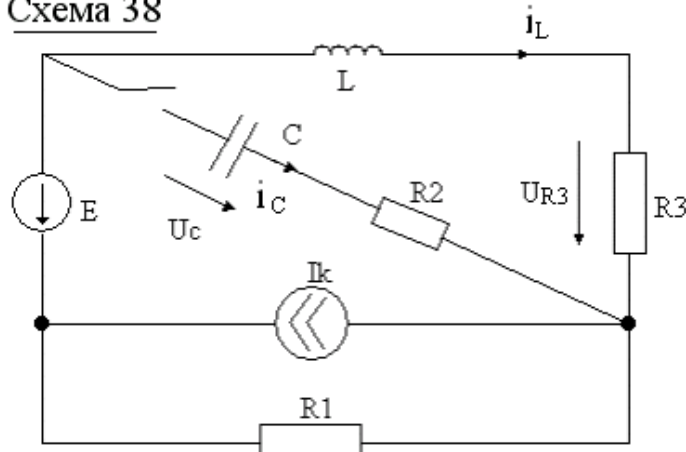
E	10В
L	20мГн
C	100мкФ
R1	40Ом
R2	40Ом
Ik	4А

Схема 37



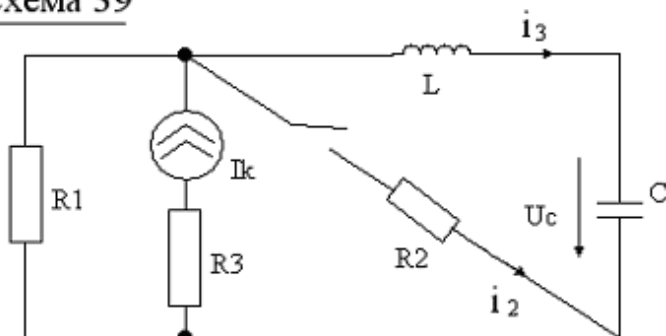
Ik	4,5А
E	90В
R1	40Ом
R2	100Ом
R3	40Ом
L	20мГн
C	100мкФ

Схема 38



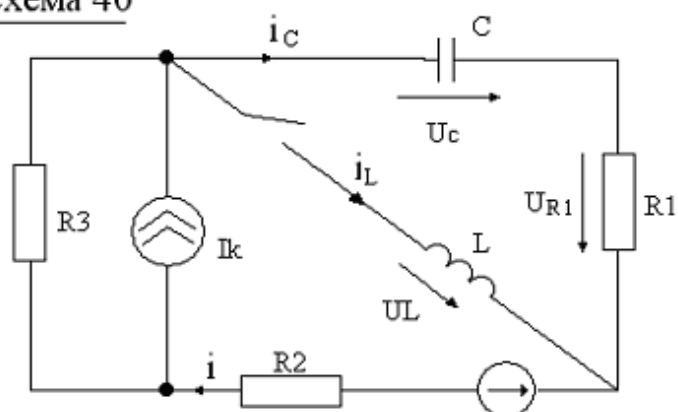
Ik	5А
E	200В
R1	80Ом
R2	20Ом
R3	20Ом
L	20мГн
C	100мкФ

Схема 39



E	10В
L	20мГн
C	100мкФ
R1	60Ом
R2	60Ом
R3	20Ом

Схема 40



Ik	4А
E	20В
R1	50Ом
R2	15Ом
R3	25Ом
L	20мГн
C	100мкФ

## ПРИМЕР

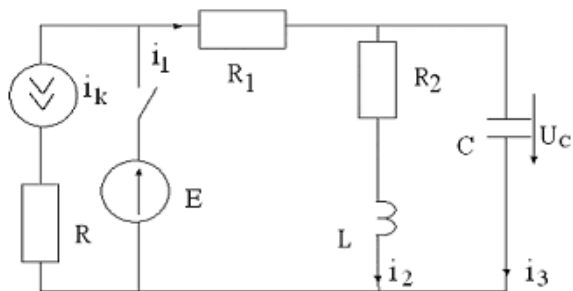


Рис. 4

Дано:

$I_k = 0,1 \text{ А};$

$E = 240 \text{ В};$

$L = 0,2 \text{ Гн};$

Опр:  $i_2(t), U_c(t)$ 

$R_1 = R = 400 \text{ Ом};$

$R_2 = 800 \text{ Ом};$

$C = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$

## Решение

1. До коммутации:

$i_L(0^-) = i_2(0^-) = -I_k = -0,1 \text{ А}.$

$U_c(0^-) = i_2(0^-) \cdot R_2 = -80 \text{ В}.$

2. Принужденный режим:

$$i_{2np} = i_{1np} = \frac{E}{R_1 + R_2} = 240/1200 = 0,2 \text{ A.}$$

$$U_{cnp} = i_{2np} * R_2 = 0,2 * 800 = 160 \text{ В.}$$

3. Характеристическое уравнение получим по комплексному входному сопротивлению относительно ёмкостной ветви послекоммутационной цепи (рис.4.):

$$Z(p) = \frac{(R_2 + Lp)R_1}{(R_2 + Lp) + R_1} + \frac{1}{cp} = 0;$$

$$p_1 = -2000(1/c); \quad p_2 = -3000(1/c)$$

При двух вещественных различных корнях общий вид свободных составляющих:

$$i_{2cb}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t};$$

$$U_{ccb}(t) = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t}.$$

4. Определение  $i_2(t)$ .

$$\begin{cases} i_2(t) = i_{2np} + i_{2cb}(t) = 0,2 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}; \\ \frac{di_2(t)}{dt} = p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}; \\ \begin{cases} i_2(0+) = 0,2 + A_1 + A_2 = i_L(0+) = i_L(0-) = -0,1; \\ \frac{di_2}{dt}(0+) = p_1 A_1 + p_2 A_2 = \frac{U_L(0+)}{L}. \end{cases} \end{cases}$$

**Расчёт  $U_L(0+)$ .** При  $t=0+$  по 2<sup>м</sup> закону Кирхгофа для контура  $R_2, L, C$ :

$$i_2(0+) * R_2 + U_L(0+) - U_C(0+) = 0;$$

$$U_L(0+) = U_C(0+) - i_2(0+) * R_2.$$

С учётом законов коммутации:

$$U_C(0+) = U_C(0-) = -80 \text{ В};$$

$$i_2(0+) = i_2(0-) = -0,1 \text{ А};$$

$$U_L(0+) = -80 + 0,1 * 800 = 0;$$

$$\frac{di_L}{dt}(0+) = \frac{U_L(0+)}{L} = 0.$$

Уравнения для постоянных:

$$\begin{cases} 0,2 + A_1 + A_2 = -0,1; \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 = -2000 A_1 - 3000 A_2 = 0; \end{cases}$$

$$A_1 = -0,9; \quad A_2 = 0,6.$$

Искомая зависимость

$$i_2(t) = 0,2 - 0,9e^{-2000t} + 0,6e^{-3000t} \text{ А.}$$

График  $i_2(t)$  изображен на рис.5.

Определение  $U_C(t)$ .

$$\begin{cases} U_C(t) = U_{Cmp} + U_{Ccb} = 160 + B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} ; \\ \frac{dU_C(t)}{dt} = p_1 B_1 e^{p_1 t} + p_2 B_2 e^{p_2 t} ; \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_C(0+) = 160 + B_1 + B_2 = U_C(0-) ; \\ \frac{dU_C}{dt}(0+) = p_1 B_1 + p_2 B_2 = \frac{i_c(0+)}{C} = \frac{i_3(0+)}{C} . \end{cases}$$

Расчет  $i_3(0+)$ . Для  $t = 0+$  по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_3(0+) = i_1(0+) - i_2(0+) = i_1(0+) - i_2(0-); \\ E = i_1(0+) \cdot R_1 + U_C(0+) = i_1(0+) \cdot R_1 + U_C(0-); \end{cases}$$

$$i_1(0+) = (E - U_C(0-)) / R_1 = (240 + 80) / 400 = 0,8 \text{ (A)};$$

$$i_3(0+) = 0,8 - (-0,1) = 0,9 \text{ (A)};$$

$$\frac{dU_C(0+)}{dt} = \frac{i_3(0+)}{C} = (0,9 / 2,5) \cdot 10^6 = 360 \cdot 10^3 \text{ (B/c)}.$$

Уравнения для постоянных:

$$\begin{cases} 160 + B_1 + B_2 = -80 , \\ -2000B_1 - 3000B_2 = 360 \cdot 10^3 . \end{cases}$$

$$B_1 = -360 ; \quad B_2 = 120.$$

$$U_C(t) = 160 - 360e^{-2000t} + 120e^{-3000t} \text{ В};$$

График функции  $U_C(t)$  дан на рис.6.

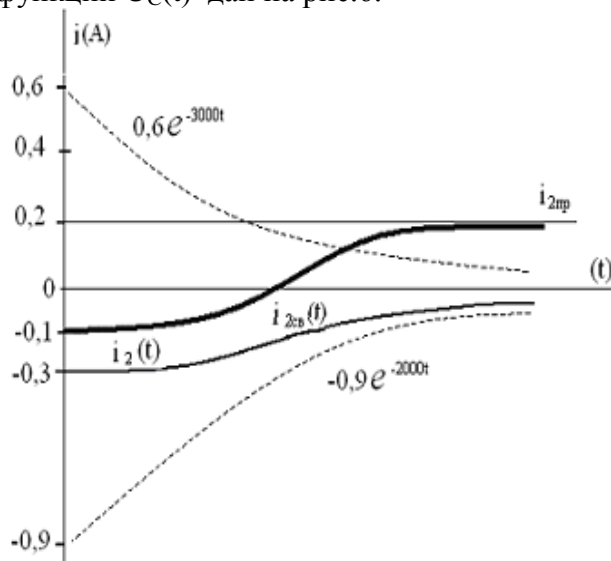


Рис. 5

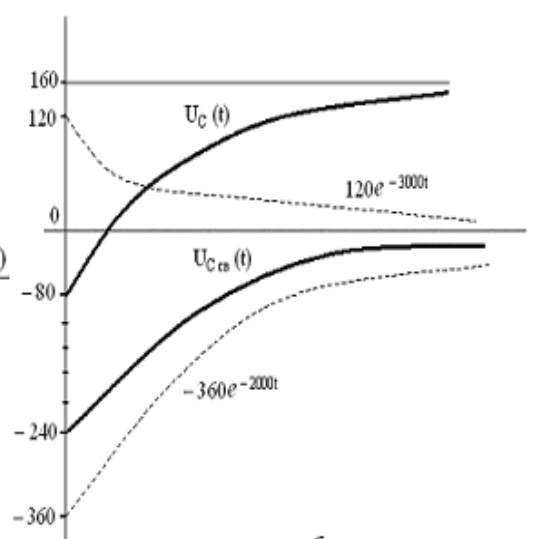


Рис. 6

## Пункт 2. Моделирование переходного процесса

Схема моделирования показана на рис.7. В схеме применен ключ, управляемый по времени. Для того, чтобы начальные до-коммутационные условия в схеме установились, время замыкания ключа задаем  $t_{on}=5$  с. Время размыкания  $t_{off}=10$ с, что значительно больше времени переходного процесса.

Исследование переходного процесса проводим в режиме Transient Analysis. Время начала чуть меньше времени замыкания ключа 4,99 с. Время окончания зависит от длительности переходного процесса. Для нашего примера подходит 5,01 с

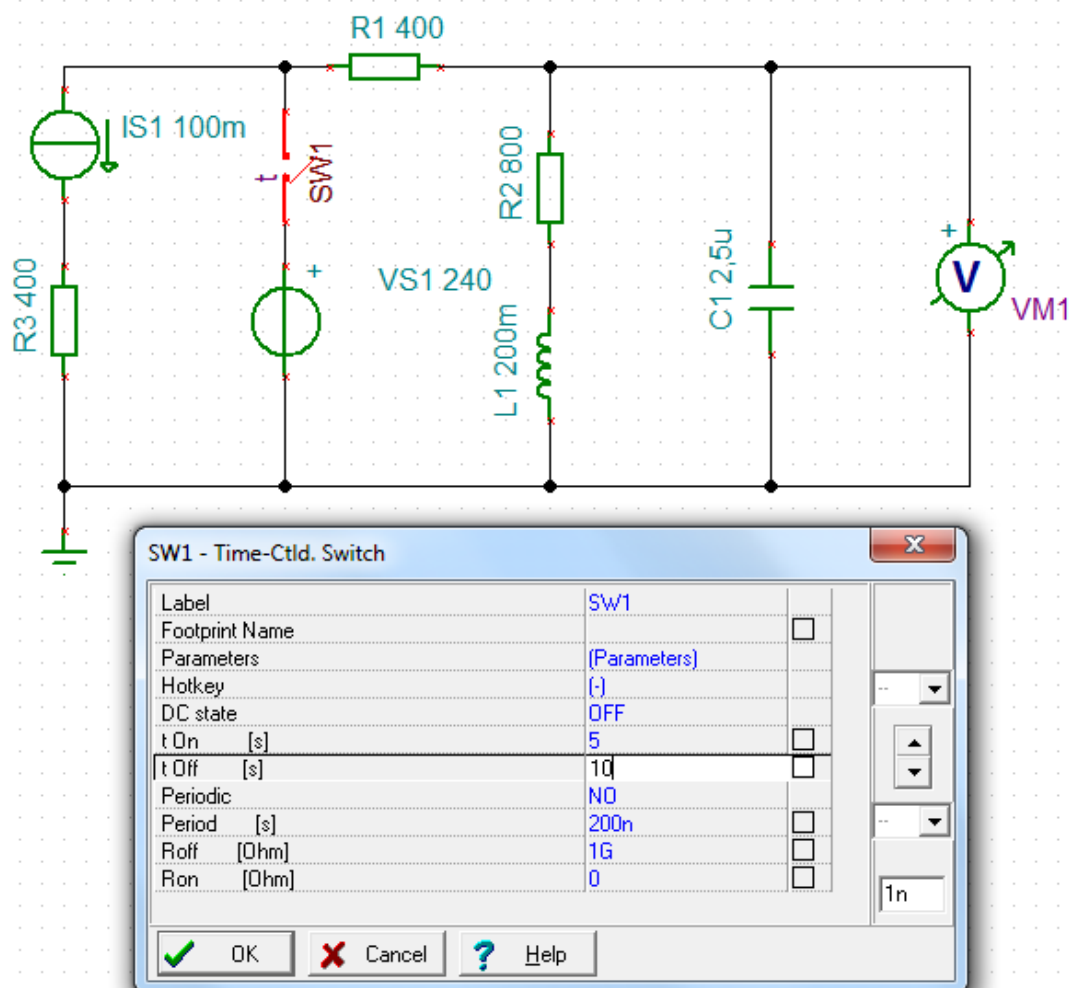


Рис.7. Схема моделирования и установка ключа



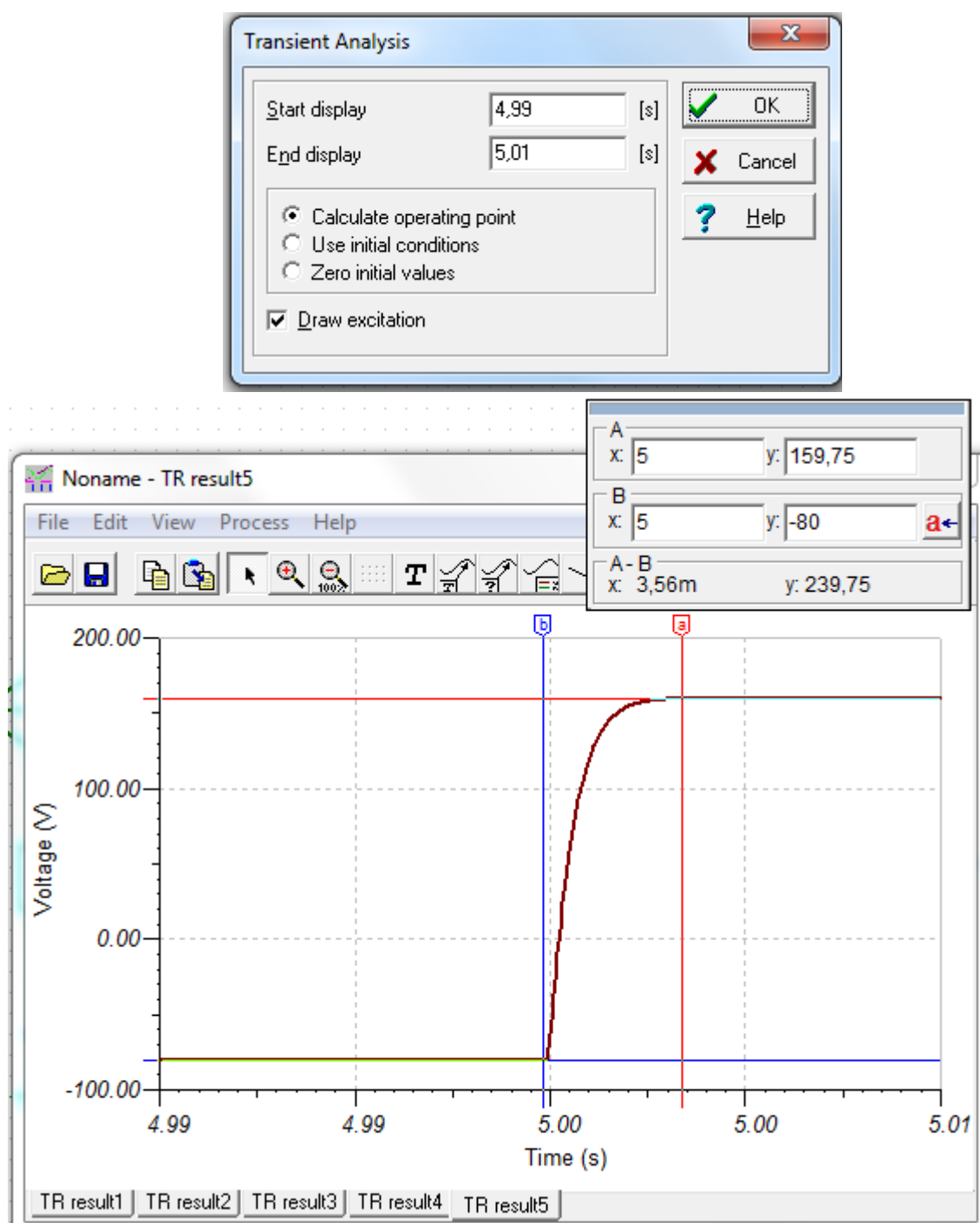


Рис.8. Установка времени анализа и график переходного процесса

### Пункт 3. Расчет передаточной функции

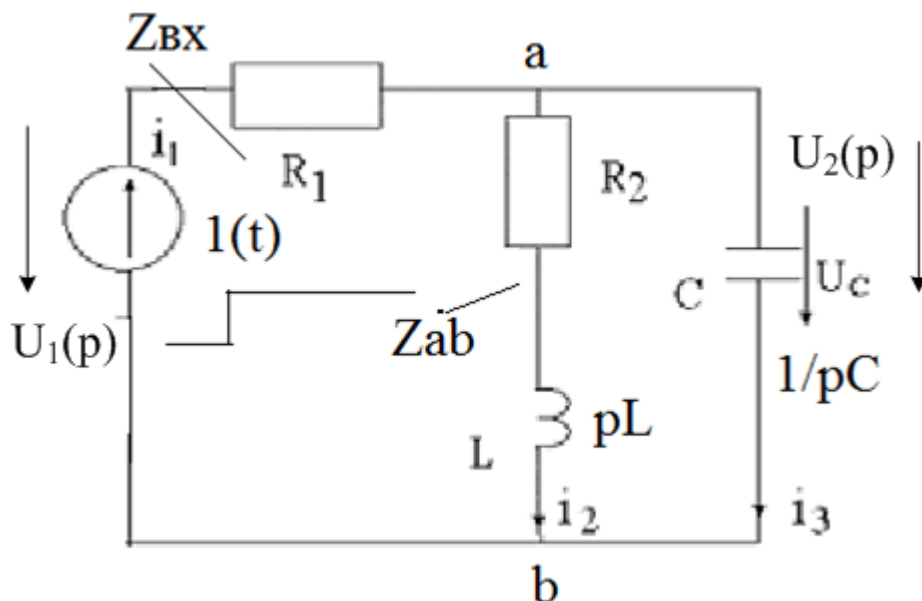


Рис.9. Схема для расчета передаточной функции

Передаточная функция:  $K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}$ .

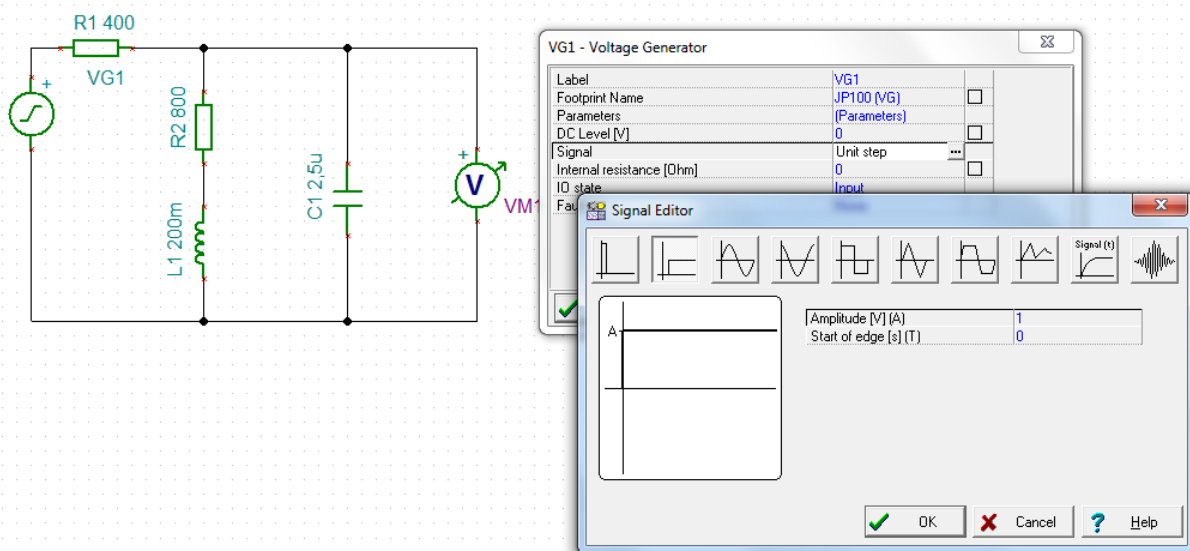
$$Z_{ab}(p) = \frac{(R_2 + pL) \cdot \frac{1}{pC}}{R_2 + pL + \frac{1}{pC}}; \quad Z_{ex}(p) = R_1 + Z_{ab}(p);$$

$$K(p) = \frac{U_1(p)Z_{ab}(p)}{U_1(p)(R_1 + Z_{ab}(p))} = \frac{\frac{(R_2 + pL) \cdot \frac{1}{pC}}{R_2 + pL + \frac{1}{pC}}}{R_1 + \frac{(R_2 + pL) \cdot \frac{1}{pC}}{R_2 + pL + \frac{1}{pC}}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(R_2 + pL) \cdot \frac{1}{pC}}{R_1(R_2 + pL + \frac{1}{pC}) + (R_2 + pL) \cdot \frac{1}{pC}} = \frac{(R_2 + pL)}{R_1LCp^2 + p(R_1R_2C + L) + R_1 + R_2} = \\
 &= \frac{800 + 0,2p}{400 \cdot 0,2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} p^2 + p(400 \cdot 800 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} + 0,2) + 1200} = \\
 &= \frac{800 + 0,2p}{2 \cdot 10^{-4} p^2 + p + 1200} = \frac{800}{1200} \cdot \frac{1 + 2,5 \cdot 10^{-4} p}{1 + 8,33 \cdot 10^{-4} p + 1,67 \cdot 10^{-7} p^2}
 \end{aligned}$$

Проверяем моделированием.

Удаляем источники тока и напряжения. Устанавливаем вместо ключа генератор ступенчатого напряжения.



Проверяем аналитическое выражение передаточной функции.

Выполняем: Symbolic Analysis-Semi-symbolic AC Transfer:

The Equation Editor window displays the transfer function: 
$$W(s) = 6.67 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{1 + 2.5 \cdot 10^{-4} \cdot s}{1 + 8.33 \cdot 10^{-4} \cdot s + 1.67 \cdot 10^{-7} \cdot s^2}$$

Результаты совпадают.

## Пункт 5. Расчет переходной характеристики цепи

Переходную характеристику можно рассчитать по передаточной функции цепи:

$$h(t) \Leftrightarrow \frac{K(p)}{p} = \frac{800 + 0,2p}{p(2 \cdot 10^{-4} p^2 + p + 1200)} = \frac{A(p)}{B(p)};$$

По теореме разложения находим оригинал:

1. Находим корни знаменателя:

$$B(p) = 0; p_1 = 0,$$

$$(2 \cdot 10^{-4} p^2 + p + 1200) = 0$$

$$p_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 1200}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 0,96}}{4 \cdot 10^{-4}} = \frac{-1 \pm 0,2}{4 \cdot 10^{-4}}$$

$$p_2 = \frac{-0,8}{4 \cdot 10^{-4}} = -2000 \text{ 1/c} \quad p_3 = \frac{-1,2}{4 \cdot 10^{-4}} = -3000 \text{ 1/c}$$

2. Находим производную знаменателя:

$$B'(p) = 6 \cdot 10^{-4} p^2 + 2p + 1200.$$

3. Находим:

$$\frac{A(p_1)}{B'(p_1)} = \frac{800}{1200} = 0,67;$$

$$\frac{A(p_2)}{B'(p_2)} = \frac{800 - 400}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^3 + 1200} = \frac{400}{2400 - 4000 + 1200} = \frac{400}{-400} = -1$$

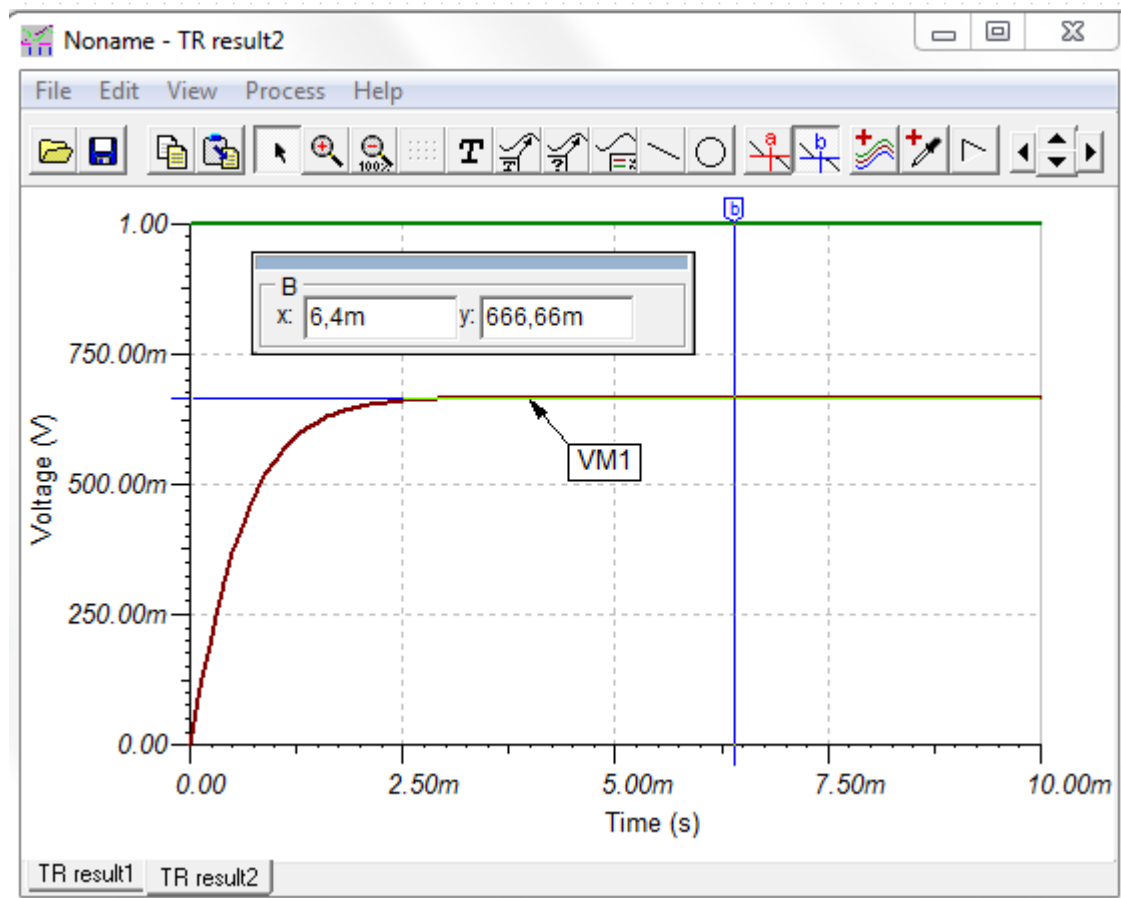
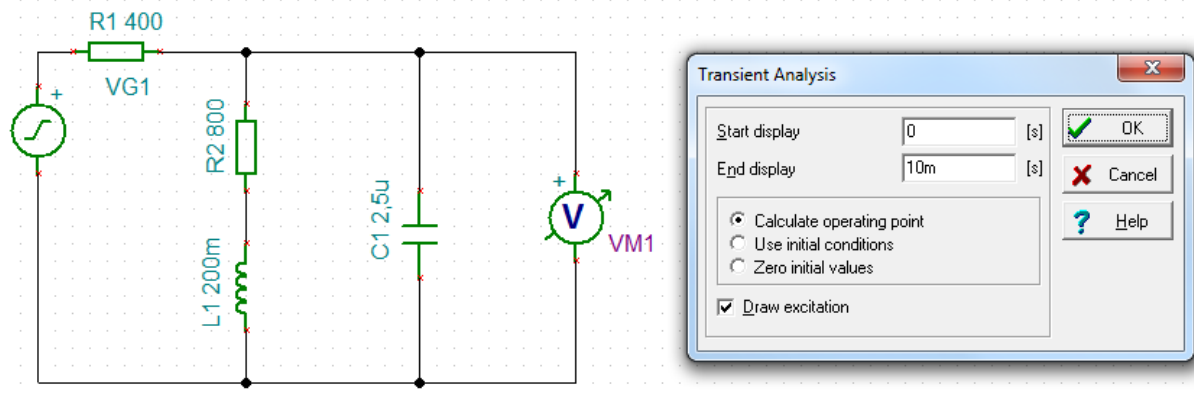
$$\frac{A(p_3)}{B'(p_3)} = \frac{800 - 600}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 9 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^3 + 1200} = \frac{200}{5400 - 6000 + 1200} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3}$$

4. Находим ответ:

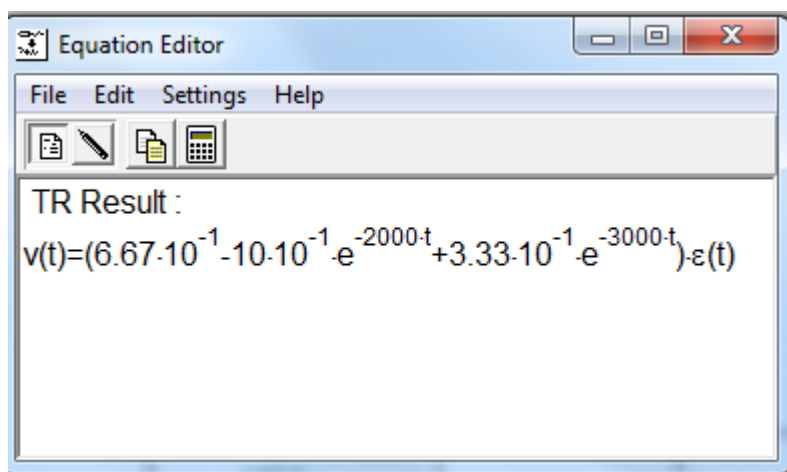
$$h(t) = \frac{A(p_1)}{B'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{A(p_2)}{B'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{A(p_3)}{B'(p_3)} e^{p_3 t} = 0,67 - 1 \cdot e^{-2000t} + \frac{1}{3} \cdot e^{-3000t} \text{ В}$$

Проверим моделированием.

Выполняем: Analysis- Transient:



Проверяем аналитическое выражение:  
 Выполняем: Symbolic Analysis-Semi-symbolic Transient:



$$\varepsilon(t) = 1(t)$$

Результаты совпадают !!!!