

- 1) Показать (по теореме Бернштейна), что через любые две точки плоскости проходит только одна экстремаль функционала

$$J[y] = \int \sqrt{1 + y^2 + y'^2} dx$$

- 2) Найти экстремали функционалов:

a) $J[y] = \int_a^b [2xy + (x^2 + e^x)y'] dx.$

Условия: $y(a) = A, \quad y(b) = B$

b) $J[y] = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (y'^2 - y^2) dx.$

Условия: $y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $J[y] = \int_0^1 (x + y'^2) dx.$

Условия: $y(0) = 1, \quad y(1) = 2$

d) $J[y] = \int_0^1 (y'^2 + 4y^2) dx.$

Условия: $y(0) = e^2, \quad y(1) = 1$