

МИНИСТЕРСТВО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

**Кафедра “Электротехника”**

**РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Методические указания и задания

РПК «Политехник»

ВОЛГОГРАД 2002

**УДК 681. 322**

Рецензент Е.Г. Зенина

Расчет погрешностей электрических измерений / **Емельянов А.В., Шилин А.Н.:** Методические указания и задания / ВолгГТУ. – Волгоград, 2002. – 30. с.

В методическом указании приведены основные понятия и определения теории погрешностей электрических измерений, методы нормирования электроизмерительных приборов и задания по расчёту методических и инструментальных погрешностей измерения аналоговых и цифровых приборов.

Указание предназначено для студентов, обучающихся по направлению “Информатика и вычислительная техника”.

Ил. 8, библиогр. 3 - назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Волгоградского государственного технического университета.

© Волгоградский государственный  
технический университет, 2002

## 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

### 1.1. Погрешности измерений и их классификация

При измерении физических величин с помощью даже самых точных и совершенных средств и методов *их результат всегда отличается от истинного значения измеряемой физической величины, т.е. определяется с некоторой погрешностью*. Источниками погрешностей измерения являются следующие причины: несовершенство используемых методов и средств измерений, нестабильность измеряемых физических величин, непостоянство климатических условий, внешние и внутренние помехи, а также различные субъективные факторы экспериментатора.

Определение «погрешность» является одним из центральных в метрологии, в котором используются понятия «погрешность результата измерения» и «погрешность средства измерения».

*Погрешностью результата измерения (погрешностью измерения)* называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой физической величины. Так как истинное значение измеряемой величины неизвестно, то при количественной оценке погрешности пользуются *действительным значением физической величины*. Это значение находится экспериментальным путем и настолько близко к истинному значению, что для поставленной измерительной задачи может быть использовано вместо него.

*Погрешность средства измерения (СИ)* – разность между показаниями СИ и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины. Она характеризует точность результатов измерений, проводимых данным средством.

Существует пять основных признаков [1], по которым классифицируются погрешности измерения.

По способу количественного выражения погрешности измерения делятся на абсолютные, относительные и приведенные.

*Абсолютной погрешностью*  $\Delta$ , выражаемой в единицах измеряемой величины, называется отклонение результата измерения  $x$  от истинного значения  $x_{и}$ :

$$\Delta = x - x_{и} \quad (1.1)$$

*Абсолютная погрешность* характеризует величину и знак полученной погрешности, но не определяет качество самого проведенного измерения.

Понятие *погрешности* характеризует как бы несовершенство измерения. Характеристикой качества измерения является используемое в метрологии понятие *точности измерений*, отражающее меру близости результатов измерений к истинному значению измеряемой физической величины. Точность и погрешность связаны обратной зависимостью. Иначе говоря, высокой точности измерений соответствует малая погрешность. Так, например, измерение силы тока в 10 А и 100 А может быть выполнено с идентичной абсолютной погрешностью  $\Delta = \pm 1$  А. Однако качество (точность) первого измерения ниже второго. Поэтому, чтобы иметь возможность сравнивать качество измерений, введено понятие относительной погрешности.

*Относительной погрешностью*  $\delta$  называется отношение абсолютной погрешности измерения к истинному значению измеряемой величины:

$$\delta = \Delta / x_{и} \quad (1.2)$$

Мерой *точности* измерений служит величина, обратная модулю относительной погрешности, т.е.  $1/|\delta|$ . Погрешность  $\delta$  часто выражают в процентах:  $\delta = 100\Delta / x_{и}$  (%). Поскольку обычно  $\Delta \ll x_{и}$ , то относительная погрешность может быть определена как  $\delta \approx \Delta / x$  или  $\delta = 100\Delta / x$  (%).

Если *измерение* выполнено однократно и за абсолютную погрешность результата измерения  $\Delta$  принята разность между показанием прибора и истинным значением измеряемой величины  $x_{и}$ , то из соотношения (1.2) следует, что значение относительной погрешности  $\delta$  уменьшается с ростом величины  $x_{и}$  (здесь предполагается независимость  $\Delta$  от  $x_{и}$ ). Поэтому для измерений целесообразно выбирать такой прибор, показания которого были бы в

последней части его шкалы (диапазона измерений), а для сравнения различных приборов использовать понятие приведенной погрешности.

*Приведенной погрешностью*  $\delta_{\text{пр}}$ , выражающей потенциальную точность измерений, называется отношение абсолютной погрешности  $\Delta$  к некоторому нормирующему значению  $X_N$  (например, к конечному значению шкалы прибора или сумме конечных значений шкал при двусторонней шкале):

$$\delta_{\text{пр}} = 100\Delta / X_N (\%). \quad (1.3)$$

По характеру (закономерности) изменения погрешности измерений подразделяются на систематические, случайные и грубые (промахи).

*Систематические погрешности*  $\Delta_c$  – составляющие погрешности измерений, остающиеся постоянными или закономерно изменяющиеся при многократных (повторных) измерениях одной и той же величины в одних и тех же условиях. Такие погрешности могут быть выявлены путем детального анализа возможных их источников и уменьшены (применением более точных приборов, калибровкой приборов с помощью рабочих мер и пр.). Однако полностью их устранить нельзя.

По характеру изменения во времени систематические погрешности подразделяются на *постоянные* (сохраняющие величину и знак), *прогрессирующие* (возрастающие или убывающие во времени), *периодические*, а также изменяющиеся во времени по сложному непериодическому закону. Основные из этих погрешностей – прогрессирующие.

*Прогрессирующая (дрейфовая) погрешность* – это непредсказуемая погрешность, медленно меняющаяся во времени. Прогрессирующие погрешности характеризуются следующими особенностями:

- возможна их коррекция поправками только в данный момент времени, а далее эти погрешности вновь непредсказуемо изменяются;
- изменения прогрессирующих погрешностей во времени представляют собой нестационарный случайный процесс (характеристики которого изме-

няются во времени), и поэтому в рамках достаточно полно разработанной теории стационарных случайных процессов они могут быть описаны лишь с некоторыми ограничениями.

*Случайные погрешности*  $\overset{\circ}{\Delta}$  – составляющие погрешности измерений, изменяющиеся случайным образом при повторных (многократных) измерениях одной и той же величины в одних и тех же условиях. В появлении таких погрешностей нет каких-либо закономерностей, они проявляются при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов. Практически случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда имеют место в результатах измерений. Описание случайных погрешностей возможно только на основе теории случайных процессов и математической статистики.

В отличие от систематических случайные погрешности нельзя исключить из результатов измерений путем введения поправки, однако их можно существенно уменьшить путем многократного измерения этой величины и последующей статистической обработкой полученных результатов.

*Грубые погрешности (промахи)* – погрешности, существенно превышающие ожидаемые при данных условиях измерения. Такие погрешности возникают из-за ошибок оператора или неучтенных внешних воздействий. Их выявляют при обработке результатов измерений и исключают из рассмотрения, пользуясь определенными правилами.

Таким образом, без учета промахов, абсолютная погрешность измерения  $\Delta$ , определяемая выражением (1.1), в общем случае представляет собой сумму систематической  $\Delta_c$  и случайной  $\overset{\circ}{\Delta}$  погрешностей:

$$\Delta = \Delta_c + \overset{\circ}{\Delta}. \quad (1.4)$$

Это означает, что абсолютная погрешность, как и результат измерения, является случайной величиной.

По причинам возникновения погрешности измерения подразделяются на методические, инструментальные, внешние и субъективные.

*Методические погрешности* возникают обычно из-за несовершенства метода измерений, использования неверных теоретических предпосылок (допущений) при измерениях, а также из-за влияния выбранного средства измерения на измеряемые физические величины. При подключении электроизмерительного прибора от источника сигнала потребляется некоторая мощность. Это приводит к искажению режима работы источника сигнала и вызывает погрешность метода измерения (методическую погрешность).

Так, например, если вольтметр обладает недостаточно высоким входным сопротивлением, то его подключение к исследуемой схеме способно изменить в ней распределение токов и напряжений. При этом результат измерения может существенно отличаться от действительного. Для расчета методической погрешности при измерении токов и напряжений необходимо знать внутренние сопротивления амперметров  $R_A$  и вольтметров  $R_V$ .

Если, например, для измерения тока в некоторую цепь включить амперметр, причем выходное сопротивление цепи по отношению к зажиму амперметра равно  $R$ , а напряжение холостого хода по отношению к тем же зажимам  $U$ , то действительное значение тока в цепи (при  $R_A = 0$ ) определяется  $I_d = U/R$  измеренное равно  $I = U/(R + R_A)$ .

Относительная методическая погрешность при этом равна

$$\delta_I = \frac{I - I_d}{I_d} = -\frac{R_A}{R + R_A}. \quad (1.5)$$

Если для измерения напряжения на зажимах активного двухполюсника с выходным сопротивлением  $R$  и напряжением холостого хода  $U$  использовать вольтметр с внутренним сопротивлением  $R_V$ , то для относительной методической погрешности измерения напряжения можно аналогично получить

$$\delta_V = \frac{U_V - U}{U} = -\frac{R}{R + R_V}, \quad (1.6)$$

где  $U_V$  – напряжение на зажимах вольтметра.

Методическую погрешность можно уменьшить путем применения более точного метода измерения.

*Инструментальные (аппаратурные, приборные) погрешности* возникают из-за несовершенства средств измерения, т.е. из-за погрешностей средств измерений. Источниками инструментальных погрешностей могут быть, например, неточная градуировка прибора и смещение нуля, вариация показаний прибора в процессе эксплуатации и т.д. Уменьшают инструментальные погрешности применением более точного прибора.

*Внешняя погрешность* – важная составляющая погрешности измерения, связанная с отклонением одной или нескольких влияющих величин от нормальных значений или выходом их за пределы нормальной области (например, влияние влажности, температуры, внешних электрических и магнитных полей, нестабильности источников питания, механических воздействий и т.д.). В большинстве случаев внешние погрешности являются систематическими и определяются дополнительными погрешностями применяемых средств измерений.

*Субъективные погрешности* вызываются ошибками оператора при отсчете показаний средств измерения (погрешности от небрежности и невнимания оператора, от параллакса, т.е. от неправильного направления взгляда при отсчете показаний стрелочного прибора и пр.). Подобные погрешности устраняются применением современных цифровых приборов или автоматических методов измерения.

По характеру поведения измеряемой физической величины в процессе измерений различают статические и динамические погрешности.

*Статические погрешности* возникают при измерении установившегося значения измеряемой величины, т.е. когда эта величина перестает изменяться во времени.

*Динамические погрешности* имеют место при динамических измерениях, когда измеряемая величина изменяется во времени и требуется установить закон ее изменения. Причина появления динамических погрешностей состо-



ит в несоответствии скоростных (временных) характеристик прибора и скорости изменения измеряемой величины.

*Средства измерений* могут применяться в нормальных и рабочих условиях. Эти условия для конкретных видов СИ установлены в стандартах или технических условиях.

*Нормальным условиям* применения средств измерений должен удовлетворять ряд следующих (основных) требований: температура окружающего воздуха  $(20 \pm 5)$  °С; относительная влажность  $(65 \pm 15)$  %; атмосферное давление  $(100 \pm 4)$  кПа; напряжение питающей сети  $(220 \pm 4)$  В и  $(115 \pm 2,5)$  В; частота сети  $(50 \pm 1)$  Гц и  $(400 \pm 12)$  Гц. Как следует из перечисленных требований, нормальные условия применения СИ характеризуются диапазоном значений влияющих на них величин типа климатических факторов и параметров электропитания.

*Рабочие условия* применения СИ определяются диапазоном значений влияющих величин не только климатического характера и параметров электропитания, но и типа механических воздействий. В частности, диапазон климатических воздействий делится на ряд групп, охватывающих широкий диапазон изменения окружающей температуры.

По условиям, в которых используются средства измерения, различают основную и дополнительную погрешности.

*Основная погрешность* измерений имеет место при нормальных условиях эксплуатации средства измерения, оговоренных в регламентирующих документах (паспорте, технических условиях и пр.).

*Дополнительная погрешность* средства измерения возникает при отклонении условий эксплуатации СИ от нормальных (номинальных). Данная погрешность, как и основная, указывается в нормативных документах.

Необходимо отметить, что проведенная выше классификация погрешностей измерений является условной (относительной).

В частности, при изготовлении измерительных мостов разброс сопротивлений его резисторов можно отнести к случайным погрешностям, в то

время как в конкретном собранном мосте этот разброс следует отнести к систематическим погрешностям измерительного моста.

Другим примером может служить климатическая погрешность измерительного прибора. Если возможен контроль температуры, при которой проводятся измерения, и имеется поправочная таблица, то такую погрешность следует рассматривать как систематическую. Однако при отсутствии контроля температур эта же погрешность учитывается как случайная.

## 1.2. Нормирование метрологических характеристик средств измерений

Электроизмерительные приборы характеризуются: диапазоном измерений; погрешностями; чувствительностью; потребляемой от источника измеряемой величины мощностью; зависимостью показаний от влияющих величин (температуры окружающей среды, формы кривой и частоты измеряемого тока или напряжения и т.д.).

Каждому виду средств измерений приписываются определенные номинальные (близкие к теоретическим) метрологические характеристики. Реальные же характеристики средств измерений, как правило, не совпадают с номинальными, что и определяет их инструментальные погрешности.

К метрологическим характеристикам средств измерений относятся те, которые оказывают влияние на результаты и погрешности измерений. С помощью этих характеристик оценивается погрешность измерений, выполняемых используемыми СИ в *известных условиях*. Для совокупности *рабочих средств измерений определенного типа* данные о метрологических характеристиках содержатся в *нормах*, установленных в соответствующих нормативно-технических документах. Причем отдельный экземпляр СИ должен иметь метрологические характеристики, не выходящие за пределы, оговоренные в вышеуказанных документах.

Формы представления и нормирования погрешностей СИ связаны с градуировочной характеристикой СИ.

*Градуировочной характеристикой средства измерения* называется зависимость вида  $y = f(x)$ , имеющая место между его входной  $x$  и выходной  $y$  величинами. Пусть функция  $y_n = f_n(x)$  – *номинальная* градуировочная характеристика, которой должно обладать СИ, а  $y = f(x)$  – *реальная*, соответствующая конкретным условиям его использования. Для широкого круга средств измерений данные характеристики имеют следующую аналитическую форму записи:

$$y_n = S_n x + y_{0n}; \quad (1.7)$$

$$y = Sx + y_0, \quad (1.8)$$

где  $y_{0n}$ ,  $y_0$  – соответственно выходные величины при отсутствии и наличии так называемой аддитивной (см. ниже) составляющей погрешности;  $S_n$  и  $S$  – номинальная и реальная чувствительности СИ, определяемые выражением  $S = \Delta y / \Delta x$ , где  $\Delta y$  – изменение сигнала на выходе;  $\Delta x$  – изменение измеряемой величины.

Абсолютная погрешность СИ равна разности значений реальной и номинальной градуировочной характеристик при одном и том же значении измеряемой величины  $x$ :

$$\Delta = \Delta(x) = y(x) - y_n(x). \quad (1.9)$$

В общем случае абсолютная погрешность средств измерения  $\Delta$  (рассмотрим случаи, когда она положительна) состоит из *аддитивной* (суммируемой с измеряемой величиной) и *мультипликативной* (умножаемой на измеряемую величину) составляющих. Аддитивная составляющая не зависит, а мультипликативная зависит от измеряемой величины  $x$ . Наличие в погрешности  $\Delta$  аддитивной и мультипликативной составляющих связано с характером отклонения реальной градуировочной характеристики СИ от номинальной.

Три возможных случая такого отклонения градуировочной характеристики СИ (для линейного вида зависимости) от номинальной представлены на рис. 1.1.

Отклонение градуировочной характеристики от номинальной, показанное на рис. 1.1, а, приводит к появлению в абсолютной погрешности СИ только аддитивной составляющей:

$$\Delta = \Delta(x) = y - y_{\text{н}} = y_0 - y_{0\text{н}} = a \quad (1.10)$$

где  $a$  – постоянная, выраженная в единицах измеряемой величины.

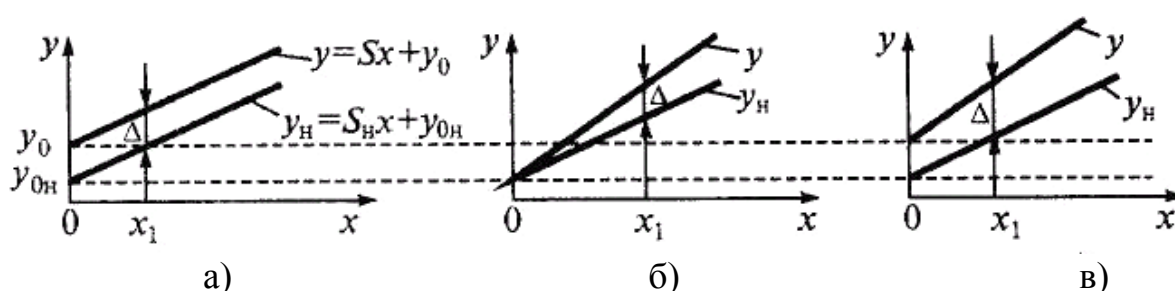


Рис. 1.1. Характер отклонений реальной градуировочной характеристики СИ от номинальной вызванных аддитивной (а), мультипликативной (б) и суммой аддитивной и мультипликативной погрешностями

Отклонение характеристик, приведенных на рис. 1.1, б, вызывает мультипликативную (умножаемую на измеряемую величину) погрешность

$$\Delta = \Delta(x) = y - y_{\text{н}} = (S - S_{\text{н}}) = bx \quad (1.11)$$

где  $b$  – постоянный коэффициент.

Отклонение характеристик, представленных на рис. 1.1, в, приводит к появлению в абсолютной погрешности суммы аддитивной и мультипликативной составляющих:

$$\Delta = \Delta(x) = y - y_{\text{н}} = a + bx. \quad (1.12)$$

График абсолютной погрешности СИ общего вида  $\Delta = a + bx$  приведен на рис. 1.2, а для диапазона измерений  $0 \leq x \leq x_{\text{к}}$ , где  $x_{\text{к}}$  – конечное значение диапазона измерений;  $a$  и  $bx$  – соответственно аддитивная и мультипликативная составляющие.

Для построения соответствующего графика *относительной* погрешности средств измерений  $\delta = 100\Delta/x_{\text{и}} = 100\Delta/x$  необходимо учитывать следующее обстоятельство. При оценке относительной погрешности принято

значения аддитивной и суммарной составляющих абсолютной погрешности  $\Delta$  выразить в долях конечного значения диапазона измерений  $x_k$  так, как показано на рис. 1.2, а. Причем в конце диапазона изменений эти составляющие должны быть соответственно равны:

$$a = dx_k / 100; \quad (1.13)$$

$$a + bx_k = cx_k / 100. \quad (1.14)$$

В этих формулах  $d = 100a/x_k$  и  $c = 100(a + bx_k)/x_k$  – коэффициенты, характеризующие точность СИ и равные его относительным погрешностям (аддитивной и суммарной соответственно) при  $x = x_k$ . При этом, как следует из рассмотрения треугольника  $ABC$  на рис. 1.2, а, коэффициент  $b$  равен

$$b = \operatorname{tg} \alpha = BC / AC = (cx_k - dx_k) / 100x_k = (c - d) / 100. \quad (1.15)$$

С учетом данного значения для  $b$ , а также величины коэффициента  $a$  в (1.13) выражение для относительной погрешности СИ принимает вид

$$\delta = 100 \frac{\Delta}{x} = 100 \frac{a + bx}{x} = c + d \left( \frac{x_k}{x} - 1 \right). \quad (1.16)$$

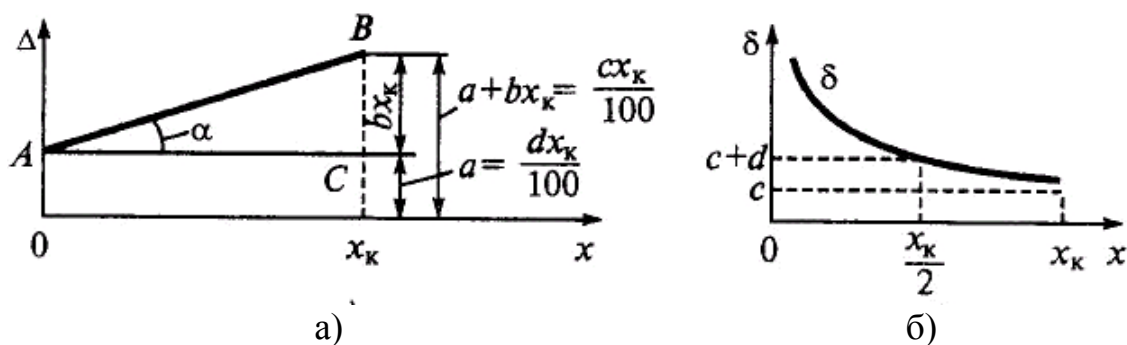


Рис. 1.2. Абсолютная (а) и относительная (б) погрешности измерительного прибора

Из графика функции  $\delta$  (см. рис. 1.2, б) наглядно видно, что относительная погрешность СИ  $\delta$  изменяется по гиперболе и увеличивается при уменьшении измеряемой величины  $x$ . Поэтому *следует выбирать такой диапазон измерений, в котором значение  $x$  близко к  $x_k$* . Напомним, что рассмотренные выше выражения и графики для абсолютной  $\Delta$  и относительной

$\delta$  погрешностей СИ получены для приведенного на рис. 1.1, в частного случая, когда  $\Delta > 0$ . Однако в практике измерений вполне возможно получение значения  $\Delta < 0$ . Поэтому в общем случае выражения для абсолютной и относительной погрешностей СИ аналитически записываются со знаком « $\pm$ ».

Наряду с аддитивной и мультипликативной погрешностями средства измерений (как, впрочем, и сами измерения) могут вносить и погрешности нелинейного характера, имеющие нелинейную зависимость от измеряемой величины.

Перейдем к рассмотрению порядка нормирования (установки норм) погрешностей средств измерений. Как уже отмечалось ранее, для СИ электрических величин основная и дополнительная погрешности нормируются отдельно. Максимальная основная погрешность измерительного прибора, при которой он допускается к применению, называется *пределом допускаемой основной погрешности*. Способы указания предела допускаемой основной погрешности для измерительного прибора установлены ГОСТ 8.401–80 «Классы точности средств измерений. Общие требования».

Рассмотрим формы аналитического выражения и способы нормирования пределов допускаемых основной и дополнительной погрешностей средств измерений.

*Пределы допускаемой абсолютной основной погрешности*, выраженные в единицах измеряемой величины или условно в делениях шкалы СИ, устанавливаются по одной из следующих двух формул на основании выражений (1.10) или (1.12):

$$\Delta = \pm a; \quad (1.17)$$

$$\Delta = \pm(a + bx). \quad (1.18)$$

*Пределы допускаемой относительной основной погрешности* устанавливаются как

$$\delta = \pm 100\Delta / x = \pm q, \quad (1.19)$$

если  $\Delta = \pm a$ . Здесь  $q$  – отвлеченное положительное число.

Когда абсолютная погрешность задана формулой (1.18), *пределы допускаемой относительной основной погрешности*

$$\delta = 100 \frac{\Delta}{x} = \pm \left[ c + d \left( \frac{x_k}{x} - 1 \right) \right]. \quad (1.20)$$

*Пределы допускаемой приведенной основной погрешности* устанавливаются по формуле

$$\delta_{\text{пр}} = \gamma = 100 \Delta / X_N = \pm p, \quad (1.21)$$

где  $p$  – отвлеченное положительное число;  $X_N$  – нормирующее значение, выраженное в тех же единицах, что и абсолютная погрешность  $\Delta$ .

Отвлеченные положительные числа  $q$ ,  $p$ ,  $c$  и  $d$  выбираются из ряда предпочтительных чисел:

$$1 \cdot 10^n; 1,5 \cdot 10^n; 2 \cdot 10^n; 2,5 \cdot 10^n; 4 \cdot 10^n; 5 \cdot 10^n; 6 \cdot 10^n, \quad (1.22)$$

где  $n = 1, 0, -1, -2$  и т.д.

Для средств измерений с равномерной, практически равномерной или степенной шкалой значение  $X_N$  принимают следующим:

- большему из пределов измерений или равным большему из модулей пределов измерений, если нулевое значение (нулевая метка) находится на краю или вне диапазона измерений;
- сумме модулей пределов измерений, если нулевое значение внутри диапазона измерения.

Представленные формы записи пределов допускаемой основной погрешности используются для установления класса точности СИ, которые имеют различные обозначения.

Необходимо отметить, что в ГОСТе дается следующее определение класса точности: «Класс точности средства измерения – обобщенная характеристика СИ, определяемая пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами СИ, влияющими на точность, значения которых устанавливают в стандартах на отдельные виды средств измерений». Есть в данном документе и такое примечание: «Класс

точности средств измерений характеризует их свойства в отношении точности, но не является непосредственным показателем точности измерений, выполненных с помощью этих средств» (ГСОЕИ. Метрология. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1991). Классы точности измерительных приборов, пределы допускаемой основной погрешности которых принято выражать по формуле (1.20) (т.е. в виде отдельного значения предела допускаемой основной погрешности), обозначают числами  $c / d$  (в процентах), разделяя их косой чертой (например, 0,05/0,02).

При нормировании допускаемой абсолютной основной погрешности классы точности обозначают прописными буквами латинского алфавита или римскими цифрами. При этом более высоким классам точности соответствуют начальные буквы алфавита или меньшие числа.

Правила и примеры обозначения классов точности измерительных приборов приведены в табл. 1.1.

Примеры обозначения классов точности

Таблица 1.1

Формула для предельной основной погрешности	Пределы допускаемой основной погрешности, %	Обозначение класса точности	
		В документации	На средство измерения
$\delta_{\text{пр}} = \frac{100\Delta}{X_N} = \pm p$	$\pm p$	Класс точности 1,5	1,5
$\delta_{\text{пр}} = \frac{100\Delta}{X_N} = \pm \left[ c + d \left( \frac{x_k}{x} - 1 \right) \right]$	$\pm \left[ c + d \left( \frac{x_k}{x} - 1 \right) \right]$	Класс точности $\frac{c}{d} = \frac{0,02}{0,01}$	$\frac{0,02}{0,01}$
$\Delta = \pm a,$ $\Delta = \pm(a + bx)$	$\pm a$ $\pm (a + bx)$	Класс точности $L$ Класс точности $M$	$L$ $M$

Для разных способов нормирования погрешностей средств измерений вычисления погрешностей различны. Рассмотрим характерные случаи и примеры к ним.



1. Класс точности прибора указан буквой  $p$ . Тогда согласно (1.21) абсолютная погрешность результата измерения  $\Delta = \pm p \cdot X_N / 100 = \pm p \cdot x_k / 100$ . Пусть класс точности используемого вольтметра 1,0. Проводилось измерение напряжения в точке  $x = 1$  В на пределе измерения  $x_k = 10$  В. Тогда относительная погрешность результата измерения

$$\delta_{\text{пр}} = \pm 100 \cdot \frac{\Delta}{x} = \pm \frac{p \cdot x_k}{x} = \pm 10\%. \quad (1.23)$$

2. Класс точности используемого вольтметра указан как  $c/d$ . В этом случае удобнее вычислить относительную погрешность результата измерения по формуле  $\delta_{\text{пр}} = \frac{100\Delta}{X_N} = \pm \left[ c + d \left( \frac{x_k}{x} - 1 \right) \right]$ , а затем найти абсолютную погрешность как  $\Delta = \delta_{\text{пр}} \cdot x / 100$ . Пусть класс точности используемого с вольт-

метра  $\frac{c}{d} = \frac{0,02}{0,01}$ . Проводилось измерение напряжения в точке  $x = 2$  В на пре-

деле измерения  $x_k = 10$  В. Тогда относительная погрешность результата из-

мерения  $\delta_{\text{пр}} = \pm \left[ 0,02 + 0,01 \left( \frac{10}{2} - 1 \right) \right] = \pm 0,06\%$ , а абсолютная погрешность

напряжения

$$\Delta = \pm \delta_{\text{пр}} \cdot x / 100 = \pm 0,06 \cdot 2 / 100 = \pm 12 \cdot 10^{-4} \text{ В}. \quad (1.24)$$

В некоторых случаях инструментальная погрешность прибора рассматривается как случайная с равномерным законом распределения. Тогда

$$\delta = \Delta_{\text{max}} / \sqrt{3}.$$

Класс точности прибора – обобщенная характеристика прибора, определяемая пределами допускаемой основной погрешности и изменением показаний прибора под действием влияющих величин, а также другими свойствами прибора. Зная класс точности прибора, можно найти предел допускаемой основной погрешности – наибольшую основную погрешность прибора, допущенного к применению.

### 1.3. Погрешности цифровых методов измерения

Цифровые методы измерений рассмотрим на примере работы частотомера и хронометра, поскольку процесс образования погрешностей в этих приборах является общим для цифровых измерений.

#### 1.3.1. Цифровые частотомеры

Рассмотрим структурную схему цифрового частотомера (ЦЧ) и временные диаграммы сигналов (рис. 1.3). Входной периодический (в частности, синусоидальный) сигнал с измеряемой частотой  $f$  поступает на вход формирователя импульсов  $F$ .

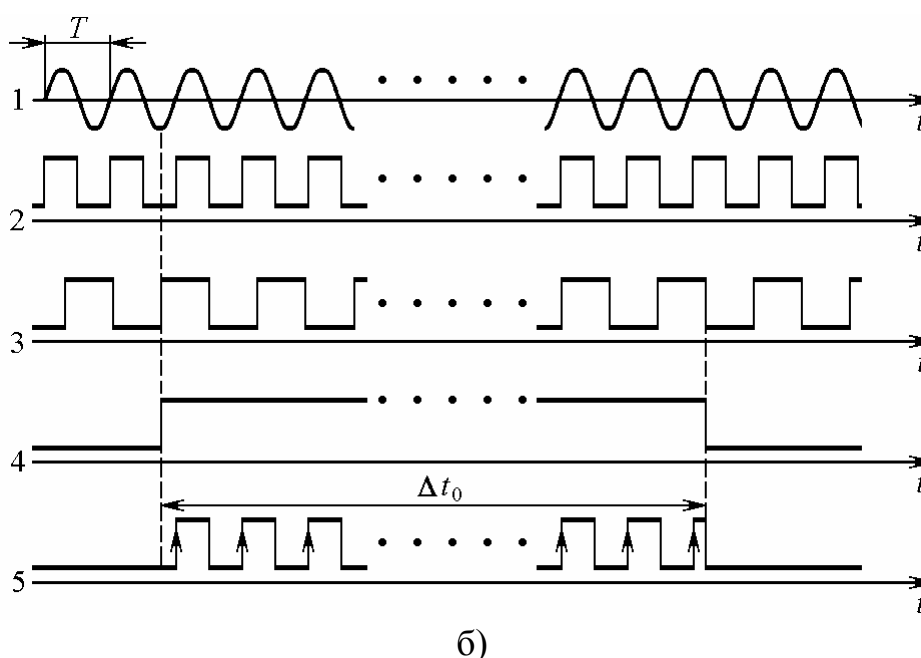
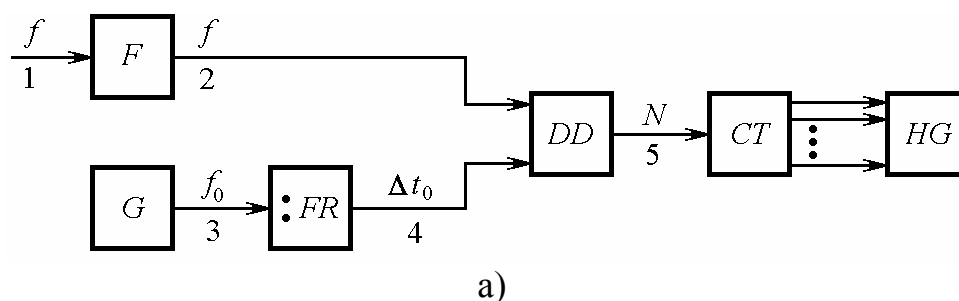


Рис. 1.3. Структурная схема (а) и временные диаграммы сигналов (б) цифрового частотомера

С формирователя импульсов  $F$  сигнал прямоугольной формы и той же частоты  $f$  подается на один из двух входов логического элемента  $DD$ . На дру-

гой вход подается импульс, имеющий заданную длительность  $\Delta t_0$ . Он получается на выходе делителя частоты :  $FR$ , который делит в  $k$  раз опорную частоту сигнала прямоугольной формы, вырабатываемого генератором импульсов  $G$ . На выходе логического элемента  $DD$  образуется сигнал, переходы которого от состояния 0 к 1 на интервале  $\Delta t_0$  подсчитываются счетчиком импульсов  $CT$ . Код числа  $N$  этих переходов поступает с выхода счетчика на устройство индикации  $HG$ .

Без учета погрешностей в соответствии с рис. 1.3, б можно записать

$$N = \Delta t_0 / T = \Delta t_0 f = kf / 2f_0, \quad (1.25)$$

где  $T$  – период входного сигнала. Отсюда

$$f = N / \Delta t_0 = 2f_0 N / k = qN, \quad (1.26)$$

где  $q$  – квант, т. е. значение единицы дискретности ЦЧ.

Теперь рассмотрим погрешности, искажающие идеальное соотношение (1.26). Можно выделить три источника погрешностей:

а) отличие  $\Delta q$  кванта от номинального значения  $q_{\text{ном}}$  из-за ухода частоты  $f_0$  от номинального значения  $f_{0\text{ном}}$  на  $\Delta f_0$  (неточность установки номинала, временная и температурная нестабильность), т. е.

$$q = q_{\text{ном}}(1 + \delta_{f_0}), \quad (1.27)$$

где  $\delta_{f_0} = \Delta q / q_{\text{ном}} = \Delta f_0 / f_{0\text{ном}}$  – относительная погрешность генератора импульсов;

б) отсутствие синхронизации сигнала частоты  $f$  с сигналом частоты  $f_0$ ; максимальная абсолютная погрешность, обусловленная этим фактором, составляет  $\pm 0,5q$ ;

в) преобразование непрерывной величины, а именно частоты  $f$ , в дискретную величину  $qN$ , т. е. погрешность дискретности, максимальное абсолютное значение которой также составляет  $\pm 0,5q$ .

Последние два фактора вместе обуславливают максимально возможные отличия числа  $N$  от его идеального значения на  $\pm 1$ .

С учетом указанных факторов можно записать

$$f \pm \Delta f = f(1 \pm \delta) = (q_{\text{ном}} \pm \Delta q)(N \pm 1) = q_{\text{ном}} N(1 \pm \delta_{f_0})(1 \pm 1/N), \quad (1.28)$$

где  $\Delta f$  и  $\delta$  – абсолютная и относительная погрешности ЦЧ в целом.

Отсюда с учетом малости  $\delta_{f_0}$  и при  $N \gg 1$  получим

$$\delta = \Delta f / f = \pm(\delta_{f_0} + 1/N), \quad (1.29)$$

или с заменой  $N$  на идеальное выражение (1.25)

$$\delta = \pm(\delta_{f_0} + 1/\Delta t_0 f). \quad (1.30)$$

Первое слагаемое представляет собой мультипликативную, а второе – аддитивную составляющую общей погрешности ЦЧ.

При кварцевой стабилизации частоты  $f_0$  можно получить мультипликативную составляющую на уровне  $\delta_{f_0} = 10^{-6} \div 10^{-9} = 10^{-4} \div 10^{-7} \%$ .

Аддитивная составляющая растет с уменьшением частоты. Чтобы при  $f = f_{\text{мах}}$  обе составляющие были одного порядка, нужно чтобы  $N_{\text{мах}} = 10^6 \div 10^9$ . Поэтому наиболее точные ЦЧ содержат до десяти десятичных знаков на НГ.

Рост аддитивной составляющей с уменьшением частоты можно несколько «задержать», увеличивая  $\Delta t_0$  (см. 1.30), однако при этом снижается быстродействие ЦЧ, так как время одного измерения определяется значением  $\Delta t_0$ . Обычно предусматривается ряд значений  $\Delta t_0$ , например 0,1 с; 1 с; 10 с. Переключение этих интервалов сопровождается изменением места положения запятой на устройстве индикации НГ, а иногда также и сменой обозначений единиц измерения в буквенной цифровой лампе (Гц, кГц, МГц). Выбирая  $\Delta t_0$ , нужно иметь в виду, что необходимо обеспечить условие  $\Delta t_0 f \leq N_{\text{мах}}$ , иначе счетчик импульсов будет переполнен (часто на НГ предусматривается сигнализация переполнения).

Кроме точности и быстродействия важным показателем ЦЧ является верхний предел измерения частоты, т. е.  $f_{\text{мах}}$ . Он зависит от предельно достижимой скорости счета. Сравнительно просто обеспечивается

$f_{\max} = 10$  МГц, лучшие образцы частотомеров имеют  $f_{\max} = 250$  МГц, уникальные –  $f_{\max} = 1$  ГГц. При измерении еще более высоких частот применяется предварительное преобразование (уменьшение) частоты (см. ниже).

Мы предполагали, что за время  $\Delta t_0$  частота  $f$  остается неизменной; в действительности она может изменяться. Тогда результат измерения представляет собой среднее значение  $f$  за время  $\Delta t_0$ .

**Пример 1.** Пусть имеется ЦЧ со следующими данными;  $\delta_{f_0} = 10^{-6} = 10^{-4} \%$ ;  $N_{\max} = 999999$ ;  $f_{\max} = 10$  МГц;  $\Delta t_0 = 0,1; 1,0; 10$  с. Пусть далее  $f = 5048291,23$  Гц. Выбираем  $\Delta t_0 = 0,1$  с. При этом  $N = \Delta t_0 f = 0,1 \cdot 5048291,23 = 504829 < N_{\max}$  (если бы установили  $\Delta t_0 = 1$  с, то было бы переполнение). На НГ получим результат 5,04829 МГц. Определим  $\delta$ :

$$\delta = \pm(\delta_{f_0} + 1/N) = \pm(10^{-6} + 1/504829) \approx \pm 3 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-4} \%. \quad (1.31)$$

Пусть теперь  $f = 50,48$  Гц. Выбираем  $\Delta t_0 = 10$  с, тогда  $N = 505$ . На НГ получим результат 00050,5 Гц. Определяем  $\delta$ :

$$\delta = \pm(10^{-6} + 1/505) \approx \pm 2 \cdot 10^{-3} = \pm 0,2 \%. \quad (1.32)$$

Таким образом, измерять данным ЦЧ низкие частоты нецелесообразно.

Рассмотренная структура (рис. 1.3, а) очень просто превращается в цифровой измеритель отношения двух частот  $f_1 / f_2$ , если генератор импульсов  $G$  заменить на второй формирователь импульсов (рис. 1.4). В этом случае без учета погрешностей можно записать

$$N = kT_2 / T_1 = kf_1 / f_2, \quad (1.33)$$

откуда

$$f_1 / f_2 = N / k. \quad (1.34)$$

**Пример 2.** Пусть  $f_1 = 1236541,3$  Гц;  $f_2 = 2312462,6$  Гц и  $N_{\max} = 999999$ . Выбираем  $k = 10^5$ , получим  $N = 53473$  и на НГ будет 0,53473.

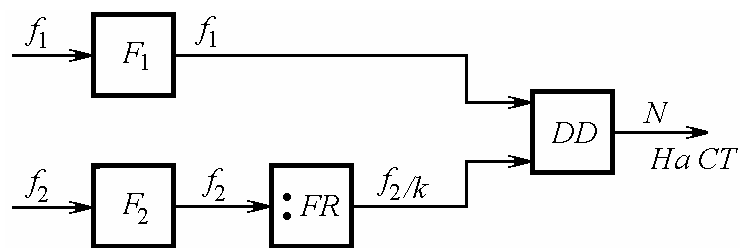


Рис. 1.4. Изменение структурной схемы, показанной на рис. 1.3, а, для цифрового измерения отношения двух частот

### 1.3.2. Цифровые хронометры

Под цифровыми хронометрами (ЦХ) будем понимать приборы, предназначенные для измерения промежутков времени с представлением результата в цифровой форме. Это могут быть:

а) измерители периода  $T$  синусоидального или в общем случае любого периодического сигнала;

б) измерители длительности импульса  $t_{и}$  или длительности паузы  $t_{п}$ ;

в) измерители любого интервала времени.

Принцип действия всех ЦХ основан на использовании времяимпульсного метода преобразования непрерывных величин в код. Рассмотрим более подробно структурную схему и временные диаграммы сигналов ЦХ, предназначенные для измерения периода, т. е. цифрового периодомера (рис. 1.5). Сопоставление с рассмотренной выше структурной схемой ЦЧ (рис. 1.3, а) показывает, что схемы почти одинаковы: в последней отсутствует делитель частоты  $:FR$ . Однако это различие очень важно, настолько, что в этих схемах происходят в некотором смысле противоположные действия: в первой интервал времени счета  $\Delta t_0$  формируется с помощью генератора импульсов  $G$  и делитель частоты  $:FR$  и наполняется импульсами, сформированными из входного сигнала с измеряемой частотой  $f$ , а во второй интервал времени счета задается входным сигналом, т. е. измеряемым периодом  $T$  и наполняется импульсами опорной частоты  $f_0$ , задаваемой генератором импульсов  $G$ .

Для схемы рис. 1.5, а без учета погрешностей в соответствии с рис. 1.5, б запишем

$$N = T / T_0 = T f_0, \quad (1.35)$$

откуда

$$T = N / f_0 = qN, \quad (1.36)$$

где  $q$  – квант.

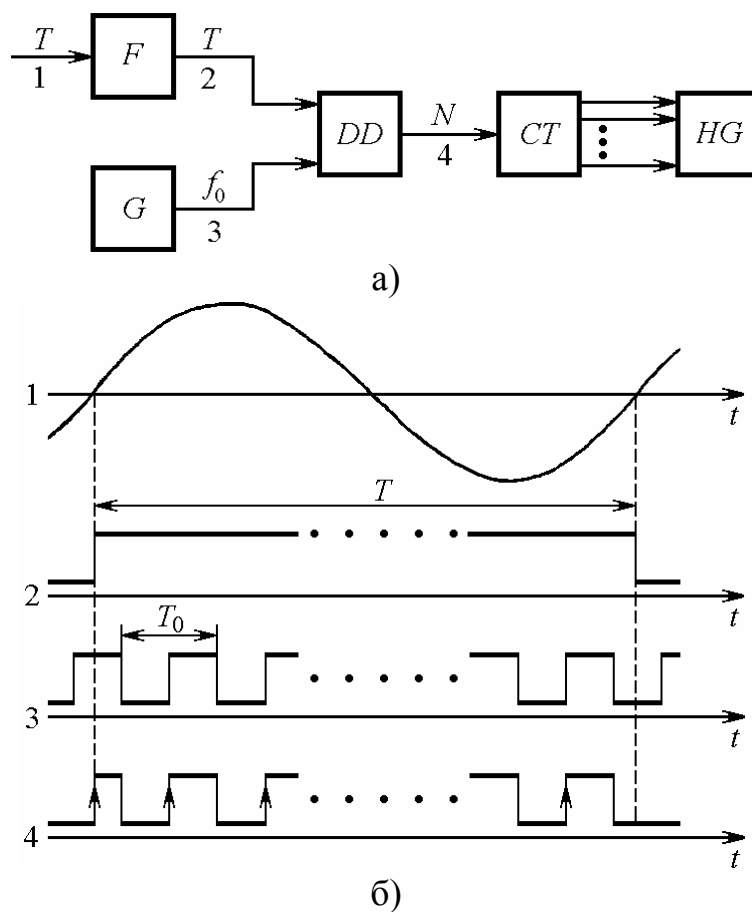


Рис. 1.5. Структурная схема (а) и временные диаграммы сигналов (б) цифрового периодомера

В схеме на рис. 1.5, а те же источники погрешности, что и в схеме на рис. 1.3, а, поэтому, не повторяя вывода (1.29), представим выражение для относительной погрешности в виде

$$\delta = \Delta T / T = \pm(\delta_{f_0} + 1/N), \quad (1.37)$$

или с заменой  $N$  на идеальное выражение (1.35)

$$\delta = \pm(\delta_{f_0} + 1/f_0 T) \quad (1.38)$$

Ясно, что прибор со схемой на рис. 1.5, а дает возможность определить также и частоту входного сигнала

$$f = 1/T. \quad (1.39)$$

При этом вычисление (1.39) должно быть точным. Сопоставление (1.38) и (1.30) показывает противоположность свойств схем представленных на рис. 1.5, а и 1.3, а в том смысле, что у первой схемы аддитивная составляющая уменьшается с ростом периода, т. е. с уменьшением частоты. Следовательно, прибор по схеме на рис. 1.5, а можно использовать как ЦЧ для измерения низких частот при условии, что по результату измерения периода будет выполняться вычисление (1.39).

**Пример 2.** Пусть, как и в примере 1,  $\delta_{f_0} = 10^{-6} \div 10^{-4} \%$  и  $N_{\max} = 999999$ . Зададим значение  $f_0 = 1$  МГц. Измерим низкую частоту  $f = 50,48$  Гц. Напомним, что в примере 1 (см. также рис. 1.3) получена относительная погрешность  $\delta = \pm 0,2 \%$ . Теперь в приборе, выполненном по схеме на рис. 1.5, а непосредственно измеряется не частота, а период  $T = 1/f = 0,0198098$  с. Число просчитанных импульсов  $N_0 = f_0 T = 10^6 \cdot 0,0198098 = 19810$  и на НГ получим результат измерения 019,810 мс. Определим погрешность по (1.37):

$$\delta = \pm(10^{-6} + 1/19810) \approx \pm 5 \cdot 10^{-5} = \pm 0,005 \%. \quad (1.40)$$

Быстродействие прибора по схеме на рис. 1.5, а определяется самой измеряемой величиной, т. е. периодом  $T$ . Обратим внимание, что в схеме представленной на рис. 1.5, а каждый раз измеряется один данный период  $T$ . Следовательно, при определении изменяющейся частоты, в отличие от предыдущей схемы (рис. 1.3, а) получается не усредненное, а мгновенное ее значение, точнее, усредненное за период.

С уменьшением периода, как видно из (1.38), аддитивная составляющая погрешности растет. Этот рост можно снизить, если воспользоваться делителем частоты :  $FR$  (умножителем периода) и включить его, как показано на рис. 1.6. В этом случае без учета погрешностей получим



$$N = kT / T_0 = kf_0 T \quad (1.41)$$

откуда

$$T = N / kf_0 = qN. \quad (1.42)$$

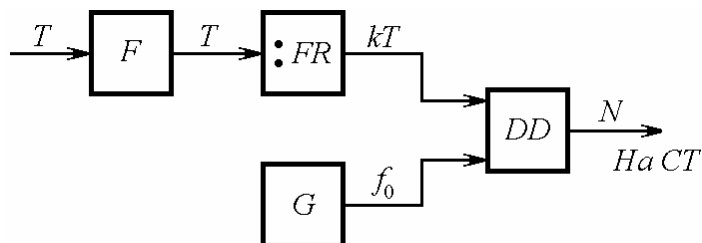


Рис. 1.6. Изменение структурной схемы, показанной на рис. 1.5, а, для снижения аддитивной погрешности

При этом относительная погрешность определяется выражением

$$\delta = \pm(\delta_{f_0} + 1/kf_0 T). \quad (1.43)$$

Коэффициент деления частоты  $k$  в (1.42) и (1.43) может быть выбран равным 10; 100 и т. д.

Заметим, что если период  $T$  изменяется, то в данном случае результат измерения выражает среднее значение из  $k$  периодов, а быстродействие прибора снижается в  $k$  раз и определяется значением  $kT$ .

Структурные схемы ЦХ, предназначенные для измерения других временных интервалов ( $t_{и}$ ,  $t_{к}$ ,  $\Delta t$ ) не отличаются от рассмотренной схемы на рис. 1.5, а для измерения периода. При измерении интервала времени, задаваемого по двум каналам импульсами начала и конца интервала, формирователь импульсов  $F$  должен иметь два входа и может быть выполнен на основе  $SR$  – триггера (рис. 1.7).

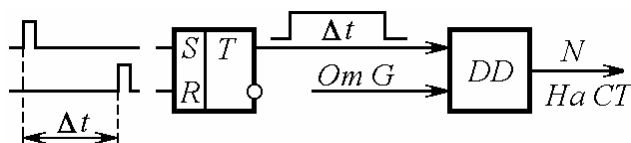


Рис. 1.7. Изменение схемы, показанной на рис. 1.5, а, для цифрового измерения интервала времени

## 2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### 2.1. Указание к выбору варианта задания

Схемы включения аналоговых измерительных приборов изображены на рис. 2.1 а, б, а параметры схем и характеристики аналоговых приборов приведены в таблице 2.1. В таблице 2.2 приведены числовые значения измеряемых частот и характеристики цифрового прибора. В этих же таблицах указаны номера вариантов задания, которые выдаются преподавателем.

### 2.2. Содержание работы

**Задача 1.** Для схем, изображенных на рис. 2.1 а, б рассчитать методические и предельные инструментальные погрешности при измерении напряжения и тока при аддитивном нормировании погрешностей измерительных приборов.

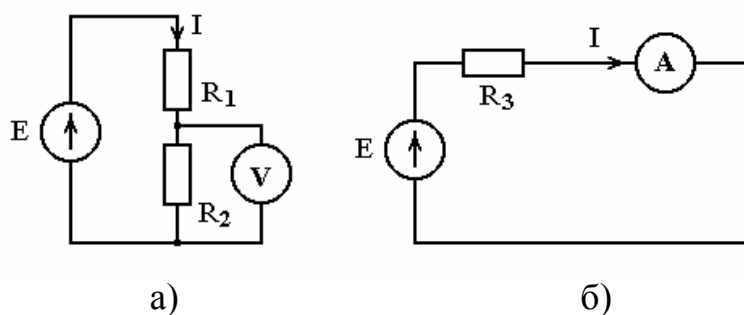


Рис. 2.1

**Задача 2.** Определить погрешность измерения частот двумя методами: непосредственное измерение и измерение периода, сравнить результаты и сделать вывод. Период измерения может иметь следующие значения  $\Delta t_0 = 0,1; 1; 10$  с.

Таблица 2.1

№	$E$ , В	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$\gamma_V$	$\gamma_A$	$U_H$ В	$I_H$ мА	$R_V$ кОм	$R_A$ Ом
1	10	301	215	100	1,0	0,5	15	250	1	2
2	12	274	422	100	0,5	0,2	15	150	2	1,2
3	8	261	355	110	1,0	1,5	10	100	1,5	0,5
4	10	274	536	115	0,5	1,0	10	100	2,5	1
5	5	215	522	121	0,2	0,2	15	100	1,8	2
6	11	205	385	127	1,5	1,5	20	250	2,8	0,8
7	15	196	402	133	1,0	1,0	20	250	2	2
8	14	179	442	150	0,2	0,2	15	100	1,5	1,2
9	13	237	348	147	1,5	1,5	15	100	2,5	0,5
10	10	274	506	156	1,0	1,0	10	250	1,8	1
11	9	316	348	164	0,2	0,2	10	100	2,8	2
12	8	205	403	110	1,5	1,5	15	100	1,5	0,8
13	10	150	454	115	1,0	1,0	15	100	2,5	2
14	20	110	301	156	0,2	0,2	15	150	1,8	1,2
15	23	120	464	167	1,5	1,5	20	250	2,8	0,5
16	25	334	200	178	1,0	1,0	15	250	2	1
17	18	248	156	189	0,2	0,2	20	100	1,5	2
18	7	189	274	201	1,5	1,5	20	50	2,5	0,8
19	17	179	316	211	1,0	1,0	15	250	1,8	1,2
20	23	147	205	244	0,2	0,2	15	100	2,8	0,5
21	21	311	150	206	1,5	1,5	10	100	1,5	1
22	23	289	110	110	1,0	1,0	10	250	2,5	2
23	16	302	120	115	0,2	0,2	15	250	1,8	0,8
24	19	156	334	156	1,5	1,5	15	250	2,8	2
25	8	123	248	167	1,0	1,0	10	250	2	1,2
26	16	173	189	178	0,2	1,5	10	100	1,5	0,5
27	12	157	179	189	1,5	1,0	15	100	2,5	1
28	13	110	147	201	1,0	0,2	20	100	1,8	2
29	15	278	311	211	1,0	1,5	20	100	2,8	0,8
30	22	312	433	244	0,2	1,0	15	250	2,5	2
31	9	215	234	206	1,5	0,2	15	250	1,8	1,2
32	16	237	388	123	1,0	1,5	10	150	2,8	0,5
33	17	278	278	145	1,5	1,0	10	150	2	1
34	18	175	371	125	1,0	1,5	20	150	1,5	0,8
35	20	158	238	115	0,5	0,2	30	250	1,7	2

Таблица 2.2

№	$f_0$ , МГц	$f_1$ , Гц	$f_2$ , Гц	$N_{\max}$	$\delta_{f_0}$
1	1	5028374	502,83	999 999	$10^{-6}$
2	1	7022524	702,25	9 999 999	$10^{-7}$
3	10	8264242	826,42	999 999	$10^{-8}$
4	10	4928191	492,81	9 999 999	$10^{-5}$
5	1	6672138	667,21	999 999	$10^{-6}$
6	1	9264121	926,41	9 999 999	$10^{-7}$
7	10	5624148	562,41	999 999	$10^{-8}$
8	10	6462341	646,23	9 999 999	$10^{-5}$
9	1	7234142	723,41	999 999	$10^{-6}$
10	1	5146426	514,64	9 999 999	$10^{-7}$
11	10	2104845	210,48	999 999	$10^{-8}$
12	1	1412348	141,23	9 999 999	$10^{-5}$
13	10	1582318	158,23	999 999	$10^{-6}$
14	1	1832448	183,24	9 999 999	$10^{-7}$
15	10	7842020	784,20	999 999	$10^{-8}$
16	1	9524031	952,40	9 999 999	$10^{-5}$
17	10	3456345	345,63	999 999	$10^{-6}$
18	1	3956789	395,67	999 999	$10^{-7}$
19	10	8956712	895,67	9 999 999	$10^{-8}$
20	1	8123490	812,34	999 999	$10^{-5}$
21	10	3678459	367,84	999 999	$10^{-6}$
22	1	4123569	412,35	9 999 999	$10^{-7}$
23	10	4978654	497,86	999 999	$10^{-8}$
24	1	2785649	278,56	999 999	$10^{-5}$
25	10	3098765	309,87	9 999 999	$10^{-6}$
26	1	5678345	567,83	999 999	$10^{-7}$
27	10	5876916	587,69	999 999	$10^{-8}$
28	1	6782349	678,23	9 999 999	$10^{-5}$
29	10	7534712	753,47	999 999	$10^{-6}$
30	1	9856342	985,63	999 999	$10^{-7}$
31	10	3498764	349,87	9 999 999	$10^{-8}$
32	1	5912345	591,23	999 999	$10^{-5}$
33	10	8123490	812,34	999 999	$10^{-6}$
34	1	3678459	367,84	9 999 999	$10^{-7}$
35	10	4123569	412,35	999 999	$10^{-8}$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Метрология и электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах: Учебник для вузов / В. И. Нефёдов, В. И. Хахин, Е. В. Федорова и др.; Под ред. В. И. Нефёдова. – М.: Высш. шк., 2001. – 383 с.: ил.
2. Кончаловский В. Ю. Цифровые измерительные устройства: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 304 с.: ил.
3. Задачи и примеры расчётов по электроизмерительной технике: Учеб. пособие для вузов / Р. М. Демидова – Панферова, В. Н. Малиновский, Ю. С. Солодов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.: ил.

Алексей Викторович Емельянов  
Александр Николаевич Шилин

## **Расчет погрешностей электрических измерений**

Редактор Т. В. Кудясова  
Темплан 2002 г. поз. № \_\_\_\_

Лицензия \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_  
Подписано в печать \_\_\_\_\_ Формат 60x84 1/16  
Бумага газетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. \_\_\_\_  
Уч. -изд. л. 2,41 Тираж \_\_\_\_ Заказ \_\_\_\_\_

Волгоградский государственный технический университет.  
400131 Волгоград, пр. Ленина, 28.

РПК «Политехник»  
Волгоградского государственного технического университета.  
400131 Волгоград, ул. Советская, 35.