Теория поля

① а) Найти производную по направлению M_0M_1 ($M_1(1;2;3)$),
б) величину и направление наибольшего изменения функции $U(M)=U(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$

$U(M)=(x+y)\cdot z^2$, $M_0(0,-1,4)$

② Найти работу силы $\overline{F}$ при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N.

$\overline{F}=x^2y\vec{i}\ xy^2\vec{j}$,

$L: x^2+y^2=4\ (x\geq 0,\ y\geq 0)$,

$M(2,0)$, $N(0,2)$

③ Дано векторное поле $\overline{a}(M)=P(x,y,z)\overline{i}+Q(x,y,z)\overline{j}+R(x,y,z)\overline{k}$ и плоскость $(p): Ax+Bx+Cz+D=0$, которая с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, огранич. σ; $\overline{n}$ – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V.

Вычислить: 1) поток векторного поля $\overline{a}(M)$ через поверхность σ в направлении нормали $\overline{n}$;

2) поток векторного поля $\overline{a}(M)$ через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к ее поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского;

3) вычислить циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M)$ по замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к контуру λ и ограниченной им поверхности σ с нормалью $\overline{n}$. Сделать чертеж.

$\overline{a}(M)=(x+y)\vec{i}+3y\vec{j}+(y-z)\vec{k}$, $(p): 2x-y-2z=-2$.

④ Проверить, является ли векторное поле $\overline{a}(M)=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

$\overline{a}(M)=(5x+4yz)\vec{i}+(5y+4xz)\vec{j}+(5z+4xy)\vec{k}$