Определение оптимальных значений параметров расчетной статической характеристики прибора

При проектировании прибора различают его расчетную и желаемую статические характеристики. Желаемая характеристика $y = fg(x)$ определяется техническим заданием на проектирование и описывает требуемую функцию преобразования прибора, например $y = x$. Расчетную характеристику получают расчетным путем на основе анализа принципиальной схемы прибора. Как правило, эта характеристика может быть представлена в виде уравнения

$$y = fr\ (x;\ a,b,c,\ldots q),$$

куда помимо измеряемой величины x входит ряд постоянных коэффициентов a,b,c,...,q (параметров), каждый из которых, в свою очередь, зависит от физических параметров схемы и конструкции прибора.

Требуется определить такие значения этих параметров (и значит такие параметры прибора), при которых расчетная и желаемая характеристики прибора совпадают или оказываются близкими друг к другу в интервале $xn < x < xv$, где xn, xv - соответственно нижняя и верхняя границы диапазона измерений.

Задача решается методом наименьших модулей, или методом наименьших квадратов[1]. В первом случае критерием близости расчетной и желаемой характеристик прибора является модуль их максимального отклонения друг от друга. Во втором случае выбор параметров расчетной характеристики прибора подчинен условию минимума средне-квадратической погрешности приближения, что позволяет учесть статистические свойства измеряемой величины, в частности закон ее распределения.

Ниже предполагается, что уравнение расчетной статической характеристики прибора содержит лишь два неизвестных параметра, то есть $y=fr(x;a,b)$. Однако, это ограничение не является существенным, так как изложенная схема решения задачи легко обобщается на общий случай.

Литература

1. Щепетов А.Г. «Теория и проектирование измерительных приборов». Анализ и синтез статических характеристик приборов. М.:- МИП, 1990. -92с.

1. Расчет кривой наименьших модулей

Задача : Определите параметры a,b расчетной статической характеристики прибора y = fr(x,a,b), при которых ее максимальное отклонение от желаемой характеристики y = fg(x) на интервале (xn.xv) минимально и соответствующее значение максимальной приведенной погрешности приближения (МППП). Дайте графическую иллюстрацию результатов.

Условие минимальной величины максимального отклонения функции y = fr(x,a,b) от функции y = fg(x) на интервале xn < x < xv можно записать в виде

$$M(a,b) = \max_{xn<x<xv} |fr(x, a, b) - fg(x)| = \min_{(a,b)} . \tag{1}$$

Кривая y = fr(x,a,b) с параметрами (a,b), удовлетворяющими этому условию, называется (по отношению к кривой y = fg(x)) кривой наименьших модулей (КНМ).

Критерий минимакса (1) равносилен условиям равномерного приближения функций (УРП), которые можно записать в виде системы алгебраических уравнений

$$\Delta 1 = \Delta 2 = \left(\frac{d}{dx} pp(x,a,b) \right)_{Xk} = 0\,, \tag{2}$$

где $\Delta 1, \Delta 2, ...$ - максимальные значения модуля абсолютной погрешности приближения

$$pp(x,a,b) = fr(x,a.b)-fg(x), \tag{3}$$

Xk - абсциссы точек экстремумов этой погрешности, число которых зависит от особенностей приближаемых функций y = fr(x,a,b) и y = fg(x).

Как правило, абсолютная погрешность приближения (3) - непрерывная в интервале (xn.xv) функция. Поэтому максимальные значения ее модуля $\Delta 1, \Delta 2, ...$ могут достигаться в точках X = Xk, расположенных внутри интервала (xn,xv), или на границах этого интервала. При этом чем больше равновеликих элементов $\Delta 1, \Delta 2, ...$ содержит первая строка системы уравнений (2), т.е. чем больше число уравнений этой системы, тем меньше максимальная погрешность приближения Δm .

На практике выполнение условий (2) означает, что график КНМ располагается между двумя эквидистантными кривыми, отстоящими от графика функции y = fg(x) на одинаковую величину, равную максимальной погрешности приближения Δm = $\Delta 1 = \Delta 2 = \ldots$

Таким образом, расчет параметров КНМ сводится к определению координат (a,b) точки глобального минимума неявно заданной функции M = M(a,b) двух переменных (1), или решению системы уравнений (2), вид и число которых зависит от особенностей приближаемых функций.

Степень близости КНМ к графику функции y = fg(x) оценивается по величине максимальной приведенной погрешности приближения (МППП), вычисляемой по формуле

$$\gamma p = \frac{\Delta m}{\left| fg(xv) - fg(xn) \right|}, \tag{4}$$

где Δm - максимальная абсолютная погрешность приближения ($\Delta m = \Delta 1 = \Delta 2 = \ldots$); fg(xv), fg(xn) - граничные ординаты функции y = fg(x) на интервале (xn,xv).

Из (4) следует, что расчет МППП сводится к вычислению максимальной абсолютной погрешности приближения Δm, что несложно сделать после вычисления параметров кривой наименьших модулей.

Ниже рассматривается ряд примеров, иллюстрирующих особенности решения этой задачи в среде Mathcad.

Пример 1: Определите параметры a,b расчетной статической характеристики прибора fr(x,a,b) = $a \cdot \sqrt{1 + b \cdot x}$, при которых ее максимальное отклонение от желаемой характеристики fg(x) = 10(10 + x) на интервале -3 < x < 5 минимально и соответствующее значение максимальной приведенной погрешности приближения (МППП). Дайте графическую иллюстрацию результатов.

Решение:

1) Задаем исходные данные и абсолютную погрешность приближения (3):

$fr(x,a,b) := a \cdot \sqrt{1 + b \cdot x}$ $\qquad fg(x) := 10 \cdot (10 + x)$ $\qquad xn := -3$ $\qquad xv := 5$

$pp(x,a,b) := fr(x,a,b) - fg(x)$

2) Определяем приближенные значения параметров КНМ.

Для этого с помощью правила Новодворского подбираем координаты p1 и p2 узлов интерполяции (xn < p1 < p2 < xv) так, чтобы соответствующее распределение погрешности приближения (3) в интервале xn <x< xv было близко к равномерному .

Примечание: правило Новодворского формулируется следующим образом - *при смещении узла интерполяции вправо погрешность приближения (3) уменьшается на всех участках, расположенных правее смещаемого узла и увеличивается на всех других участках.*

В данном примере это сводится к получению (путем вариации p1 и p2) желаемого решения следующей системы двух уравнений

$p1 := -2$ $\qquad p2 := 3$ $\qquad ap := 1$ $\qquad bp := 0.1$

Given

$pp(p1, ap, bp) = 0$ $\qquad pp(p2, ap, bp) = 0$

$$\begin{pmatrix} ap \\ bp \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(ap, bp)$$

Заметим, что для решения этой системы уравнений также потребовалось начальное приближение к искомым приближенным параметрам КНМ, в качестве которого здесь принято ap = 1, bp = 0,1. Это начальное приближение может быть выбрано любым из области допустимых значений параметров КНМ. В рассматриваемом примере эта область определяется такими условиями : a - любое вещественное число, b -вещественное число, удовлетворяющее системе неравенств 1 + bx > 0, -3 < x < 5, что объясняет сделанный выбор.

Для случая

$p1 = -2$ $\qquad p2 = 3$

находим

$ap = 102.956 \quad bp = 0.198$

Из соответствующего графика погрешности приближения, показанного на рис.1, видно, что при таких значениях p1 и p2 достигнуто желаемое (близкое к равномерному) распределение погрешности приближения в интервале -3 < x < 5. Поэтому найденные приближенные значения параметров КНМ a = ap, b = bp можно принять в качестве начального приближения к точным значениям этих параметров.

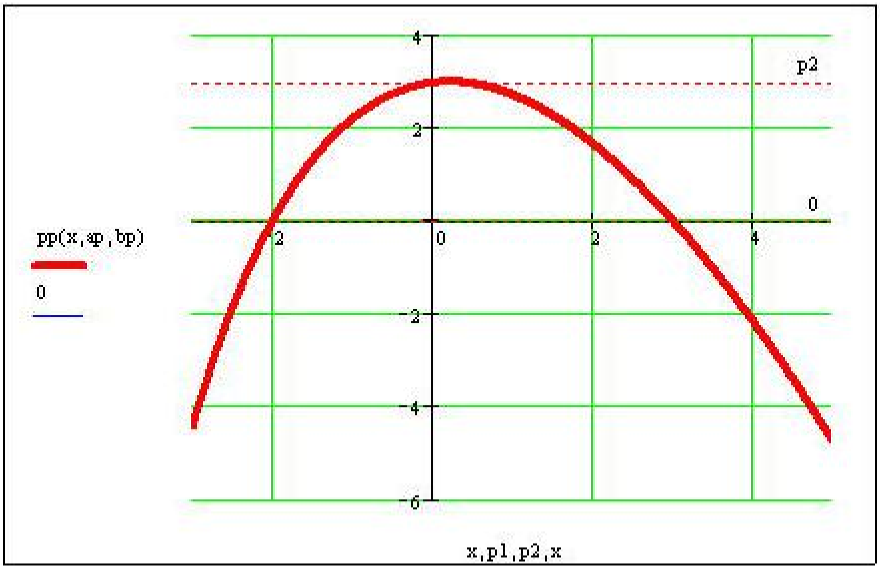


Рис.1

3) Уточняем значения параметров КНМ, подчиняя их выбор строгому выполнению условий равномерного приближения (2).

Для этого задаем в развернутой ~~форме первую~~ производную погрешности приближения

$$pr(x,a,b) := \frac{d}{dx}pp(x,a,b) \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{(1+b\cdot x)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \cdot b - 10$$

и записываем условия равномерного приближения. В соответствии с рис.1, эти условия следует записать в виде системы трех уравнений

$a := ap \qquad b := bp \qquad x1 := 0$

Given

$pp(xn, a, b) = -pp(x1, a, b) \qquad pp(xn, a, b) = pp(xv, a, b)$

$pr(x1, a, b) = 0$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ x1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(a, b, x1)$$

В результате решения этой системы уравнений получаем

$a = 103.736 \qquad b = 0.197 \qquad x1 = 0.247$

Здесь первые два уравнения обеспечивают выравнивание максимальных значений модуля абсолютной погрешности приближения, имеющими место при x = xn, x = x1 и x = xv , а последнее отражает наличие экстремума (максимума) погрешности приближения в точке x = x1 {см. рис.1).

Отметим, что в качестве начального приближения к искомым параметрам КНМ принято a = ap, b = bp, а приближенное значение абсциссы точки экстремума x1 = 0 взято из рис.1.

На рис.2 показан график погрешности приближения, соответствующий найденным уточненным значениям параметров КНМ. Видно, что условия равномерного приближения строго выполняются, так как

$|pp(xn, a, b)| = 3.765 \qquad |pp(x1, a, b)| = 3.765 \qquad |pp(xv, a, b)| = 3.765$

Максимальная абсолютная погрешность приближения Δm равна

$\Delta m := |pp(x1, a, b)| \qquad \Delta m = 3.765$

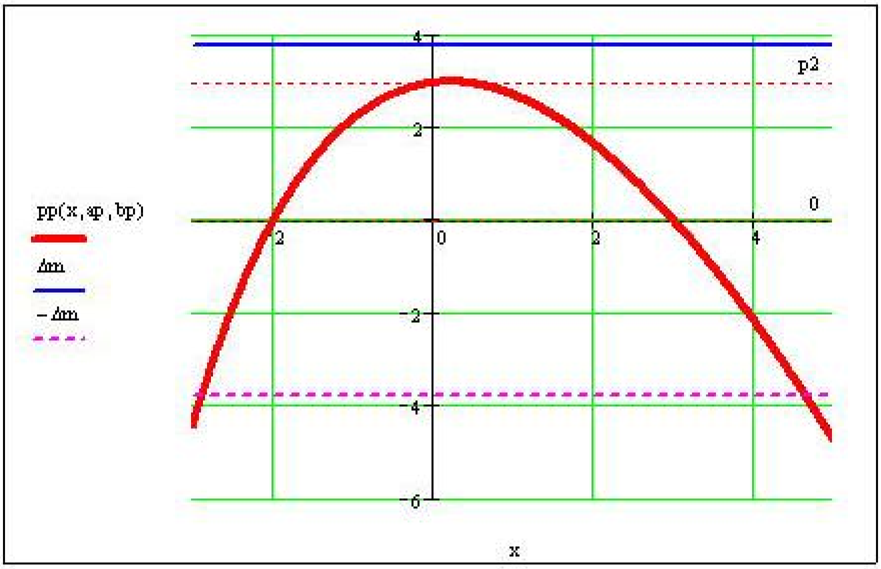


Рис.2

4) Вычисляем максимальную приведенную погрешность приближения (МППП) по формуле (4)

$$\gamma p := \frac{\Delta m \cdot 100}{|fg(xv) - fg(xn)|} \qquad \gamma p = 4.707$$

На рис. 3 показаны графики КНМ y = fr(x,a,b) и прямой y = fg(x). В случае относительно малой погрешности приближения эти графики могут практически сливаться друг с другом. Однако, в данном случае видно, что погрешность приближения - знакопеременная функция, а ее распределение в интервале xn <x< xv близко к равномерному.

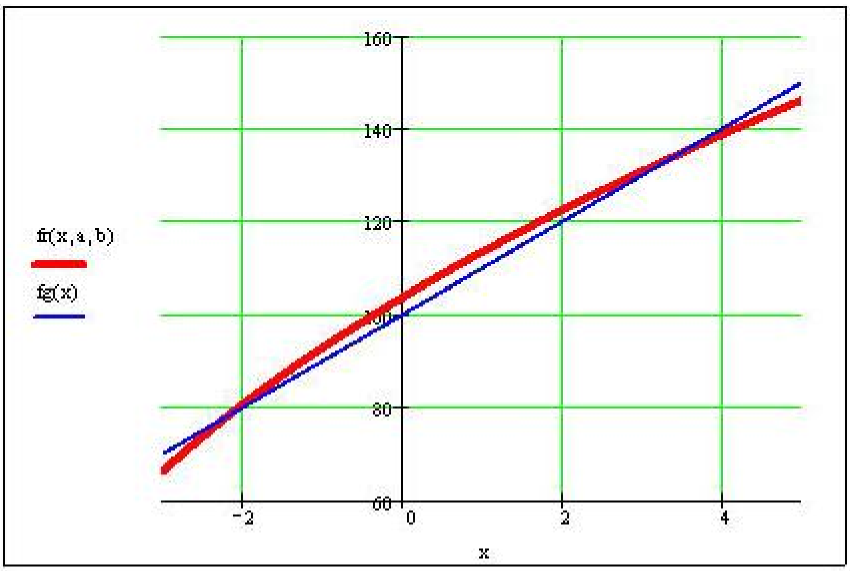


рис.3

Ответ: a=103,76 b=0,197 γp =4,707%

Форма условий равномерного приближения (2) существенно зависит от свойств приближаемых функций. В частности, кривой наименьших модулей может оказаться такая кривая, для которой выровнены не все экстремумы погрешности приближения. Покажем это на следующем примере.

Пример 2: Определите параметры a,b функции $fr(x,a,b) = \dfrac{a \cdot \sin(x)}{1 + b \cdot x}$, при которых ее максимальное отклонение от функции fg(x) = x на интервале -0.3 < x < 0.5 минимально и соответствующее значение максимальной приведенной погрешности приближения (МППП).

Дайте графическую иллюстрацию результатов.

Решение:

1) Задаем исходные данные

$$fr(x,a,b) := a \cdot \frac{\sin(x)}{1 + b \cdot x} \qquad fg(x) := x \qquad xn := -0.3 \qquad xv := 0.5$$

абсолютную погрешность приближения и ее первую производную

$$pp(x,a,b) := fr(x,a,b) - fg(x)$$

$$pr(x,a,b) := \frac{d}{dx}pp(x,a,b) \rightarrow a \cdot \frac{\cos(x)}{(1 + b \cdot x)} - a \cdot \frac{\sin(x)}{(1 + b \cdot x)^2} \cdot b - 1$$

2) Определяем приближенные значения параметров КНМ. Для этого с помощью правила Новодворского подбираем координаты p1 и p2 узлов интерполяции, размещая их в интервале - 0.3 < p1 < p2 < 0.5 так, чтобы соответствующее распределение погрешности приближения было близко к равномерному

$p1 := -0.2 \qquad p2 := 0.42 \qquad ap := 1 \qquad bp := 0.1$

Given

$pp(p1, ap, bp) = 0 \qquad pp(p2, ap, bp) = 0 \qquad \begin{pmatrix} ap \\ bp \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(ap, bp)$

Для дополнительного контроля за выбором координат p1 и p2 узлов интерполяции используем вычисление модуля максимальном погрешности приближения M с помощью функции M = maxmod(a,b).

$$N := 50 \qquad maxmod(a,b) := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} s_k \leftarrow xn + \dfrac{(xv - xn)\cdot k}{N} \\ G_k \leftarrow \left| pp(s_k, a, b) \right| \end{array} \right. \\ \max(G) \end{array} \right.$$

При обращении к этой функции интервал (xn.xv) разбивается на N+1 точек x = sk и в каждой из них вычисляется модуль абсолютной погрешности приближения Gk Максимальное значение Gk присваивается переменной M.

При правильном выборе координат p1 и p2 узлов интерполяции значение M оказывается близким к его минимальному значению. В случае p1 = -0,2, p2 = 0,4 получаем

$ap = 1.014 \qquad bp = -0.037 \qquad Mp := maxmod(ap, bp) \qquad Mp = 4.703 \times 10^{-3}$

На рис.4 показано соответствующее распределение погрешности приближения. Из рисунка видно, что последующему выравниванию подлежат значения Погрешностей в точках x = xn, x = x1 и x = xv, где x1 - абсцисса точки экстремума (максимума) погрешности приближения. Ее примерное значение (x1=0.25) считываем с рис.4.и используем ниже при уточнении параметров КНМ.

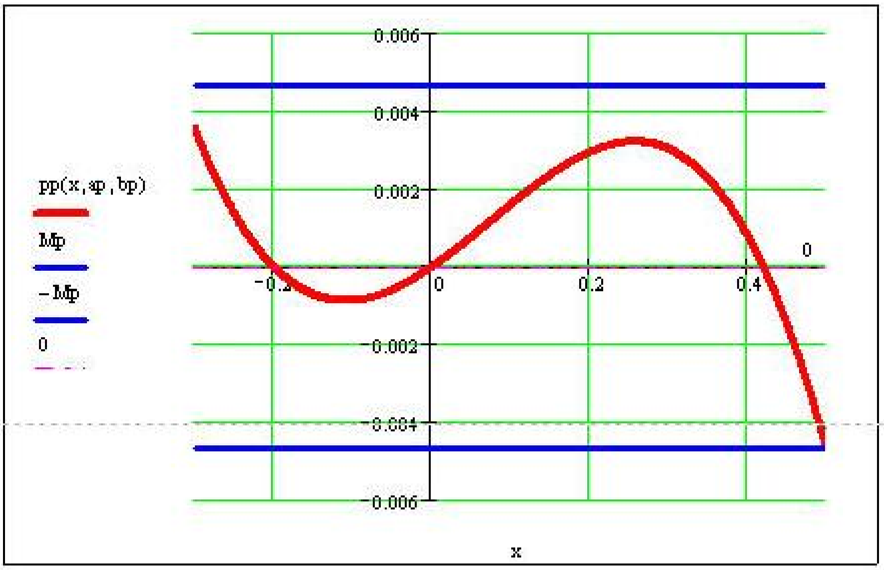


Рис.4

4) Уточняем значения параметров КНМ, подчиняя их выбор строгому выполнению условий равномерного приближения.

В соответствии с рис.4, эти условия можно записать в виде системы трех уравнений:

$$a := ap \qquad b := bp \qquad x1 := 0.3$$

Given

$$pp(xn,a,b) = pp(x1,a,b) \qquad pr(x1,a,b) = 0$$

$$pp(xn,a,b) = -pp(xv,a,b)$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ x1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(a,b,x1)$$

Что дает

$$a = 1.015 \qquad b = -0.04 \qquad x1 = 0.268 \qquad M := \mathrm{maxmod}(a,b)$$

Уточнение достигнуто, так как M<Mp. Действительно

$$M = 3.619 \times 10^{-3} \qquad Mp = 4.703 \times 10^{-3}$$

Из рис.5, где показано соответствующее распределение погрешности приближения, видно, что принятые условия равномерного приближения строго выполняются, так как

$$|pp(xn,a,b)| = |pp(x1,a,b)| = |pp(xv,a,b)| = \Delta m = M$$

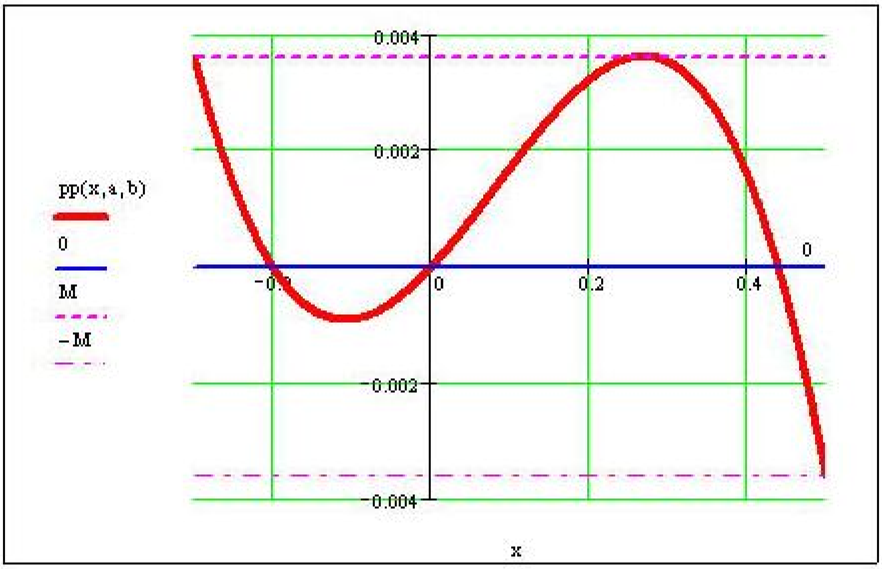
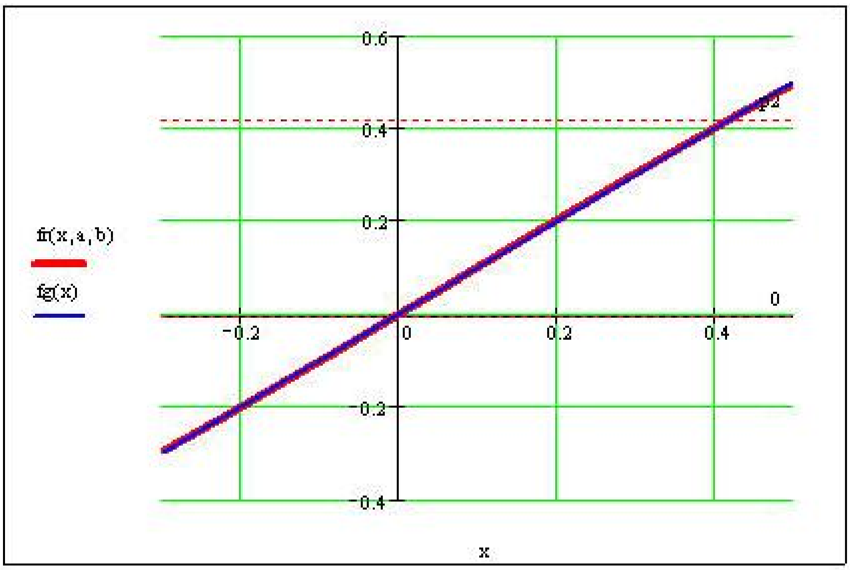


Рис.5

5) Вычисляем максимальную приведенную погрешность приближения (МППП) по формуле (4)

$$\gamma p := \frac{M \cdot 100}{|fg(xv) - fg(xn)|} \qquad \gamma p = 0.452$$

Вследствие такой весьма малой погрешности приближения просмотр графиков приближаемых функций (аналогичный показанному на рис.3) теряет смысл, так как в интервале xn < x < xv они практически сливаются друг с другом.



Особенностью рассмотренного примера является то, что в данном случае невозможно выровнять все экстремумы погрешности приближения из-за специфики приближаемых функций. 8 связи с этим выбор условий равномерного приближения оказывается неоднозначным и становится обязательной проверка правильности решения задачи.

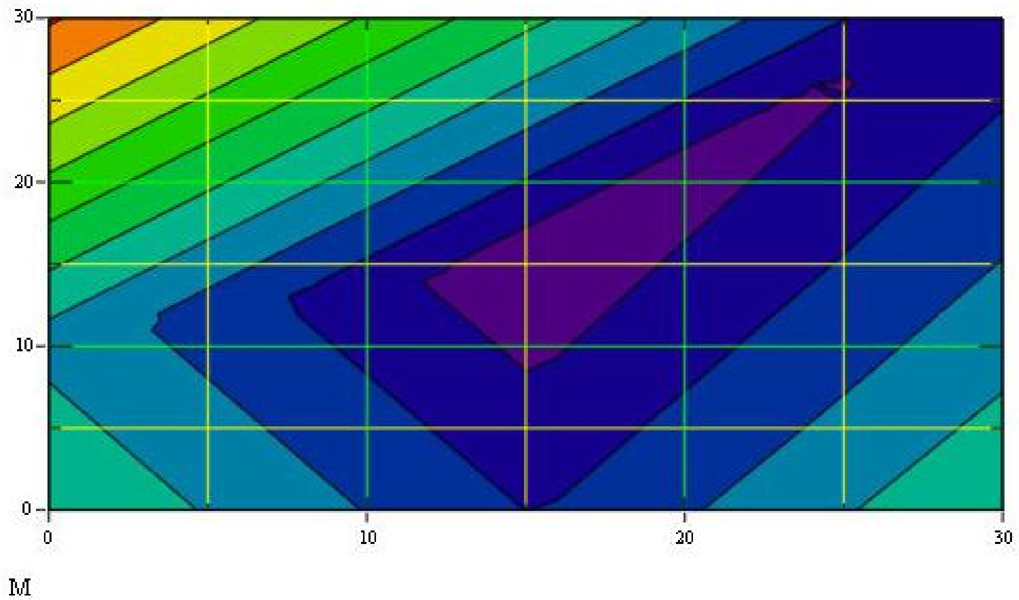
Для этого необходимо обосновать выполнение условия (1), т.е. доказать, что Еденные значения параметров (a,b) кривой наименьших модулей совпадают с ординатами точки глобального минимума функции M = maxmod(a,b).

На рис.6,а показана карта линий уровня этой функции в малой окрестности точки (a,b). Видно, что вблизи этой точки функция M = maxmod(a,b) действительно имеет минимум.

Более убедительную графическую иллюстрацию того, что найденная точка (a,b) является точкой минимума дает показанный на рис.6,6 график функции г = r(t), определяющей знак приращений функции M = maxmod(a,b) на границе круговой ε- окрестности точки (a,b). Видно, что r(t) > 0 и, следовательно параметры (a,b) КНМ найдены верно.

$a0 := a \quad b0 := b \quad da := 0.005 \quad db := 0.01 \quad H := 30 \quad i := 0..H \quad j := 0..H$

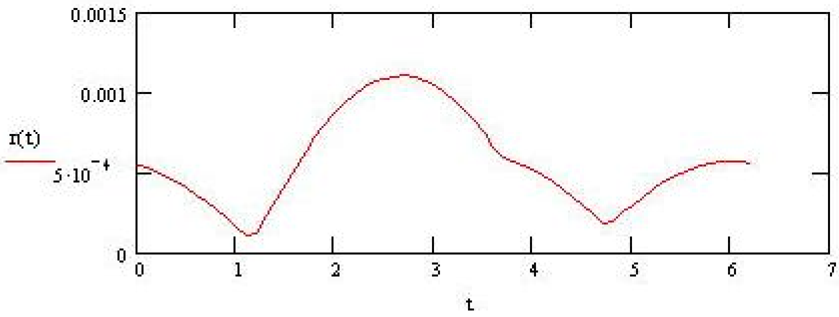
$aa_i := (a0 - da) + 2 \cdot da \cdot \frac{i}{H} \quad bb_j := (b0 - db) + 2 \cdot db \cdot \frac{j}{H} \quad M_{i,j} := maxmod(aa_i, bb_j)$



$a0 = 1.015 \qquad b0 = -0.04$

$\varepsilon := 2 \cdot TOL \qquad r(t) := maxmod(a + \varepsilon \cdot \cos(t), b + \varepsilon \cdot \sin(t)) - maxmod(a, b)$

$t := 0, .1 .. 2 \cdot \pi$



Принимая в качестве начального приближения a=ap, b=bp, найдем этот минимум с помощью встроенной функции Minerr.

$a := ap \qquad b := bp$

Given

$maxmod(a, b) = 0$

$1 = 1$

$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} := Minerr(a, b) \qquad \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.015 \\ -0.039 \end{pmatrix}$

Что практически совпадает с ранее полученным результатом

Ответ:

$a = 1.015 \qquad b = -0.039 \qquad \gamma p = 0.452$

Таким образом, действительно, расчет параметров КНМ можно выполнять путем решения системы уравнений (2), выражающих условия равномерного приближения, или с помощью поиска глобального минимума функции (5)

При этом функцию M = maxmod(a,b) можно использовать:

- в качестве дополнительного инструмента при поиске начального приближения a = ap, b = bp в том случае, когда расчет параметров КНМ выполняется с помощью условий равномерного приближения функций (2);

- в качестве основного инструмента, когда расчет параметров КНМ выполняется на основе критерия минимакса(1).

В любом случае проверка правильности расчета сводится к проверке выполнения условий (1) и (2)

Следует, однако, иметь в виду, что функция (5) дает приближенное значение модуля максимальной погрешности приближения в силу конечного числа N точек разбиения интервала (xn.xv). Поэтому при высоких требованиях к точности результатов вычислений использование этой функции становится малоэффективным вследствие ощутимых затрат машинного времени.

Определение области допустимых значений параметров расчетной статической характеристики прибора

Помимо отмеченных свойств, функция M = maxmod(a,b) оказывается исключительно удобным инструментом в случае, когда необходимо определить область таких значений параметров a,b функции y = fr(x,a,b), при которых погрешность ее приближения к функции y = fg(x) не превышает заданного значения dm, например dm = 0,005,

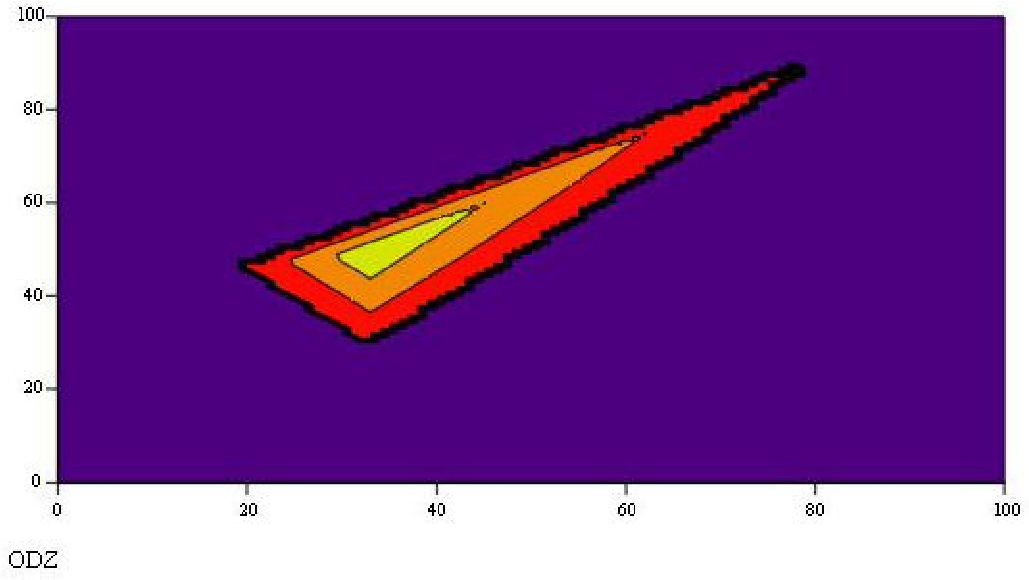
На рис.6.а эта область параметров a,b охватывается соответствующей контурной линией. С целью достижения большей наглядности, искомую область можно выделить, вводя дополнительную функцию odz = odz(a.b).

$$dp := 0.005 \qquad odz(a,b) := \begin{vmatrix} maxmod(a,b) \text{ if } maxmod(a,b) < dp \\ 0 \text{ otherwise} \end{vmatrix}$$

Карта линий уровней такой функции показана на рис.7.

$$a0 := a \quad b0 := b \quad da := 0.01 \quad db := 0.04 \quad H := 100 \quad i := 0..H \quad j := 0..H$$

$$a_i := (a0 - da) + 3 \cdot da \cdot \frac{i}{H} \qquad b_j := (b0 - db) + 2 \cdot db \cdot \frac{j}{H} \qquad ODZ_{i,j} := odz(a_i, b_j)$$

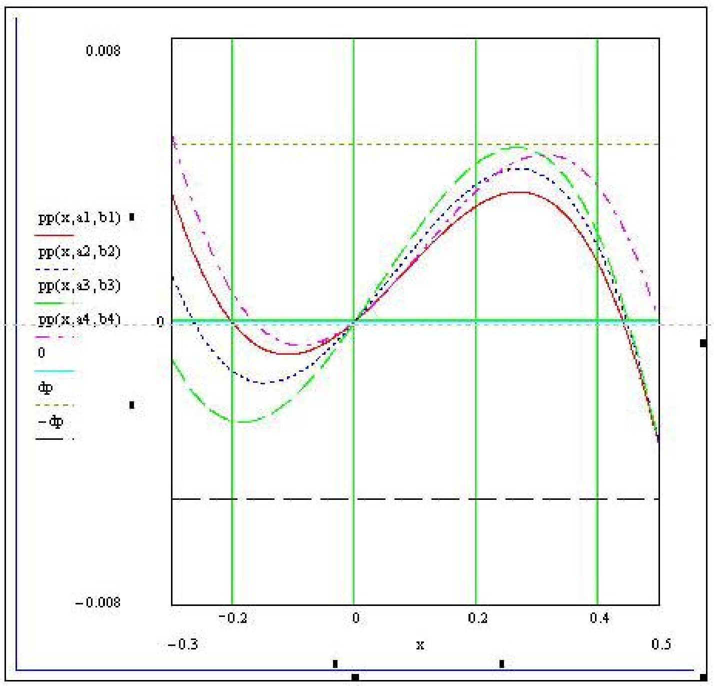


На рис. 8 показаны графики погрешности приближения для ряда точек (aj,bj), принадлежащих построенной области.

$a1 := a0 \qquad a2 := 1.02 \qquad a3 := 1.025 \qquad a4 := 1.014$

$b1 := b0 \qquad b2 := -0.03 \qquad b3 := -0.02 \qquad b4 := -0.055$

Из рисунка видно, что, действительно, для рассматриваемых сочетаний aj,bj имеем |pp(x, aj,bj)| <dp



Из рассмотренных выше примеров может сложиться неверное представление о том, что при наличии двух неизвестных параметров функции y = fr(x,a,b) условия равномерного приближения всегда сводятся к системе трех алгебраических уравнений. Покажем, что это не так.

Пример 3: Определите параметры a,b функции fr(x,a,b) = $a\cdot\left(\sqrt{1+b\cdot\sin(x)}-\sqrt{1-b*\sin(x)}\right)$, при которых ее максимальное отклонение от функции fg(x) = x на интервале |x| $\le\frac{\pi}{4}$ минимально и соответствующее значение максимальной приведенной погрешности приближения (МППП). Дайте графическую иллюстрацию результатов.

Решение

1) Задаем исходные данные

$$fr(x,a,b) := a\cdot\left(\sqrt{1+b\cdot\sin(x)}-\sqrt{1-b\cdot\sin(x)}\right) \qquad xn := \frac{-\pi}{4} \qquad xv := \frac{\pi}{4}$$

$$fg(x) := x$$

абсолютную погрешность приближения и ее первую производную

$$pp(x,a,b) := fr(x,a,b) - fg(x) \qquad pr(x,a,b) := \frac{d}{dx}pp(x,a,b) \rightarrow a\cdot\left[\frac{1}{\left[2\cdot(1+b\cdot\sin(x))^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right]}\cdot b\cdot\cos(x)+\frac{1}{\left[2\cdot(1-b\cdot\sin(x))^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right]}\cdot b\cdot\cos(x)\right]-1$$

2) Определяем приближенные значения параметров КНМ, учитывая, что функция y = fr(x,a,b) - нечетная, т.е. fr(x,a,b) = -fr(-x,a,b).

Для этого с помощью правила Новодворского подбираем координаты p1 и p2 узлов интерполяции, размещая их в интервале 0 < p1 < p2 < xv так, чтобы соответствующее распределение погрешности приближения было близко к равномерному (рис.9) .

$$p1 := 0.45 \qquad p2 := 0.75 \qquad ap := 1 \qquad bp := 0.1$$

Given

$$pp(p1,ap,bp) = 0 \qquad pp(p2,ap,bp) = 0 \qquad \begin{pmatrix} ap \\ bp \end{pmatrix} := Find(ap,bp)$$

$$ap = 0.909 \qquad bp = 1.102$$

Правильность выбора p1 и p2 контролируем с помощью рис.9 и значений функции M = maxmod(a,b). При этом p1 и p2 подбираем так, чтобы добиться желаемой формы графика на рис.9 и минимального значения Mp

$N := 50$ $\qquad$ $maxmod(a,b) := \begin{array}{|l} \text{for } k \in 0..N \\ \quad \begin{array}{|l} s_k \leftarrow xn + \dfrac{(xv - xn)\cdot k}{N} \\ G_k \leftarrow \left|pp(s_k, a, b)\right| \end{array} \\ max(G) \end{array}$

$Mp := maxmod(ap, bp)$ $\qquad$ $Mp = 5.703 \times 10^{-4}$

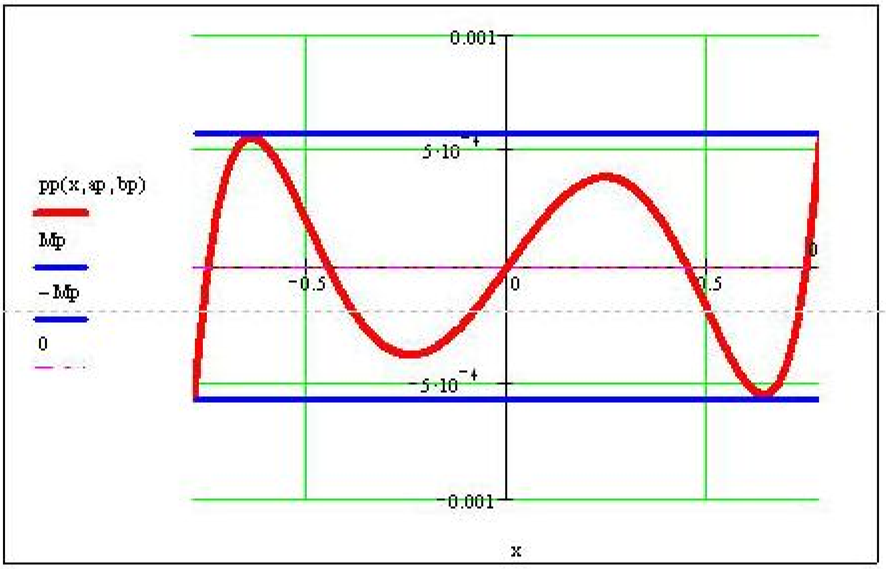


Рис.9

4) Уточняем значения параметров КНМ, подчиняя их выбор строгому выполнению условий равномерного приближения.

В соответствии с рис.9, эти условия следует записать в виде системы четырех уравнений:

$a := ap \qquad b := bp \qquad x1 := 0.2 \qquad x2 := 0.7$

Given

$pp(x1, a, b) = -pp(x2, a, b) \qquad pr(x1, a, b) = 0$

$pp(x1, a, b) = pp(xv, a, b) \qquad pr(x2, a, b) = 0$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ x1 \\ x2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(a, b, x1, x2)$$

$a = 0.911 \qquad b = 1.1$

$x1 = 0.26 \qquad x2 = 0.654$

$M := \mathrm{maxmod}(a, b) \qquad M = 4.794 \times 10^{-4}$

Первые два уравнения этой системы выравнивают максимальные значения погрешности приближения, которые, согласно рис.9, имеют место при x = x1, x = x2 и x = xv, последние два - выражают наличие экстремумов этой погрешности при x = x1 (максимум) и x = x2 (минимум). Приближенные значения x1 = 0,2 и x2 = 0,7 считывались с рис.9.

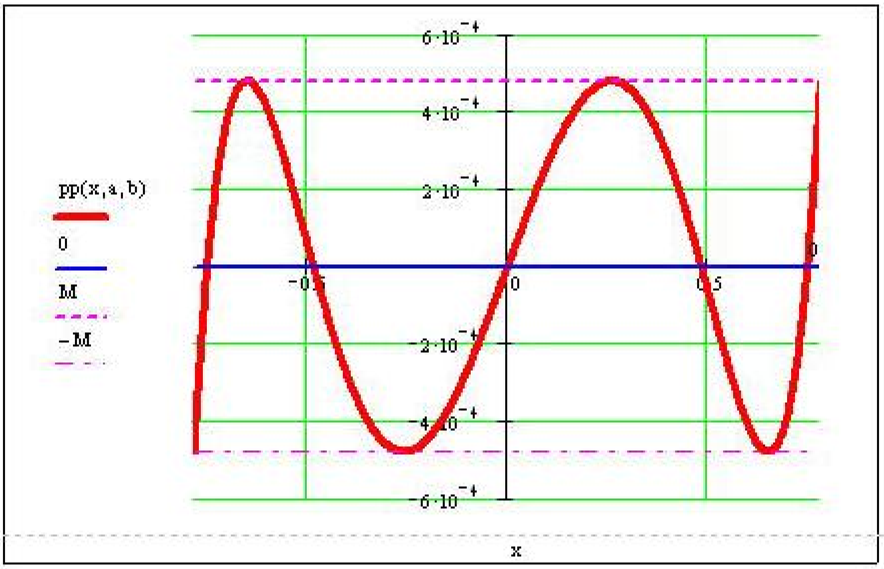
На рис.10 показано распределение погрешности приближения, соответствующее найденным значениям параметров a,b. Здесь же построена "трубка точности" +- M. Видно, что условия равномерного приближения строго выполняются, так как

$$|pp(x1, a, b)| = |pp(x2, a, b)| = |pp(xv, a, b)| = \Delta m = M$$

5) Вычисляем максимальную приведенную погрешность приближения (МППП)

$$\gamma p := \frac{M \cdot 100}{|fg(xv) - fg(xn)|} \qquad \gamma p = 0.031$$

На рис.11 показана карта линий уровней функции M = maxmod(a,b). Видно, что в окрестности точки a0 = a, b0 = b имеется минимум функции на поверхности типа "овраг"



$a0 := a \quad b0 := b \quad da := .9 \quad db := 0.5 \quad H := 50 \quad i := 0..H \quad j := 0..H$

$aa_i := (a0 - da) + 2 \cdot da \cdot \frac{i}{H} \qquad bb_j := (b0 - db) + 2 \cdot db \cdot \frac{j}{H} \qquad \boxed{M_{i,j} := maxmod(aa_i, bb_j)}$

Более убедительную графическую иллюстрацию того, что найденная точка (a,b) действительно является точкой минимума функции maxmod(a,b) дает показанный на рис.12 график функции r=r(t), определяющий знак приращений функции M на границе круговой ε - окрестности точки (ao,b0).

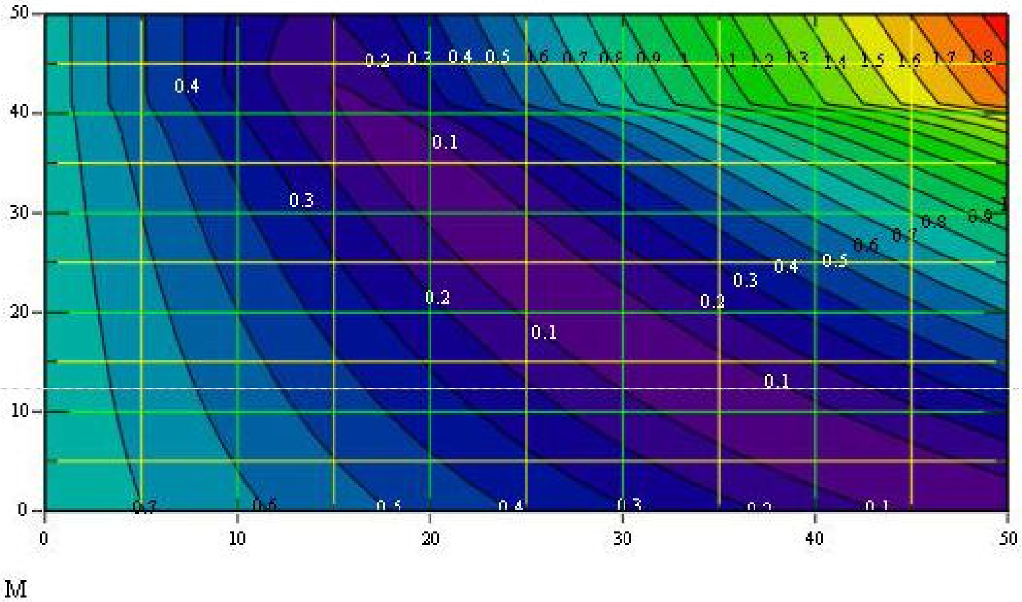
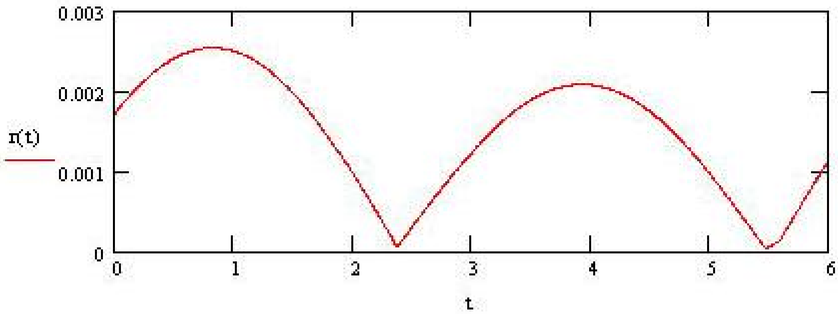


рис.11

Видно, что r(t)>0 и, следовательно параметры КНМ найдены верно.

$a = 0.911 \qquad b = 1.1$

$\varepsilon := 2 \cdot TOL \qquad r(t) := maxmod\left(a0 + \varepsilon \cdot \cos(t), b0 + \varepsilon \cdot \sin(t)\right) - maxmod(a0, b0)$



$a = 0.911 \qquad b = 1.1 \qquad \gamma p = 0.031$

Варианты задания для выполнения контрольной работы

Задание 1

Определите параметры a,b расчетной статической характеристики прибора fr(x,a,b), при которых ее максимальное отклонение от желаемой характеристики fg(x) на интервале xmin < x < xmax минимально и соответствующее значение максимальной приведенной погрешности приближения (МППП). Дайте графическую иллюстрацию результатов.

N варианта	fr(x,a,b)	fg(x)	xmin	xmax
1	15+x**2		-10	6
2		10(10 + x)	-5	8
3		178*x**2-23*x	4	9
4		2*x/(1+x)	-3	6
5		x/(1-x)	-4	7
6		Arctg(x)	-5	8
7		x/(1+x)	-6	9
8		x/(2+x)	-7	10
9		2*x/(1+sqr(3*x))	-8	11
10		2*x/(1-sqr(3*x))	-9	12
11		4*x	-10	13
12		x**2	2	5
13		x**3	3	6
14		4*x+x**2	4	7
15		x**2/(1+x)	5	8
16		Arctg(x)-x	6	9
17		12*x**2/(2+x*5)	7	10
18		13*x**2/(1+x)**2	8	11
19		Arctg(x)+x	9	12