

КУРСОВАЯ РАБОТА

Расчет установившихся и переходных процессов в линейных цепях переменного тока

Заданные параметры цепи (таблица 1.1):

$$R1 := 50 \quad R2 := 60 \quad R3 := 40 \quad L1 := 0.15 \quad L2 := 0 \quad L3 := 0 \quad C1 := 10^{100} \quad C2 := 100 \cdot 10^{-6} \quad C3 := 10^{100}$$

$$E1m := 160 \quad \psi1 := 0 \quad E2m := 40 \quad \psi2 := -30 \quad E3m := 0 \quad \psi3 := 0 \quad f := 45$$

Расчет установившихся режимов

1. Определение токов и напряжений установившегося докоммутационного режима (ключ K1 разомкнут)

-определение комплексных сопротивлений и проводимостей ветвей

круговая частота, рад/сек $\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$ $\omega = 282.743$

реактивные сопротивления ветвей, Ом

$$\begin{pmatrix} XL1 \\ XL2 \\ XL3 \end{pmatrix} := \omega \cdot \begin{pmatrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} XL1 \\ XL2 \\ XL3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42.412 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} XC1 \\ XC2 \\ XC3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{C1} \\ \frac{1}{C2} \\ \frac{1}{C3} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} XC1 \\ XC2 \\ XC3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 35.368 \\ 0 \end{pmatrix}$$

комплексные сопротивления ветвей

$$\begin{pmatrix} Z1 \\ Z2 \\ Z3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{pmatrix} + j \cdot \begin{pmatrix} (XL1 - XC1) \\ (XL2 - XC2) \\ (XL3 - XC3) \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} Z1 \\ Z2 \\ Z3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 + 42.412i \\ 60 - 35.368i \\ 40 \end{pmatrix}$$

комплексные проводимости ветвей

$$\begin{aligned} Y1 &:= Z1^{-1} & Y2 &:= Z2^{-1} & Y3 &:= Z3^{-1} \\ Y1 &= 0.012 - 9.866i \times 10^{-3} & Y2 &= 0.012 + 7.291i \times 10^{-3} & Y3 &= 0.025 \end{aligned}$$

действующие значения источников э.д.с. в комплексном виде

$$E1 := \frac{E1m \cdot e^{j \cdot \psi1 \cdot \frac{\pi}{180}}}{\sqrt{2}} \quad E2 := \frac{E2m \cdot e^{j \cdot \psi2 \cdot \frac{\pi}{180}}}{\sqrt{2}} \quad E3 := \frac{E3m \cdot e^{j \cdot \psi3 \cdot \frac{\pi}{180}}}{\sqrt{2}}$$

$$E1 = 113.137$$

$$E2 = 24.495 - 14.142i$$

$$E3 = 0$$

Заданная цепь имеет только два узла и три параллельно соединенных ветви. Наиболее рациональным методом расчета является **метод двух узлов**.

напряжение между двумя узлами цепи $U_{аб} := \frac{E1 \cdot Y1 + E2 \cdot Y2 + E3 \cdot Y3}{Y1 + Y2 + Y3}$ $U_{аб} = 36.236 - 20.801i$

токи в ветвях цепи в комплексном виде:

$$I1 := Y1 \cdot (E1 - U_{аб})$$

$$I1 = 1.1 - 0.517i$$

$$I2 := Y2 \cdot (E2 - U_{аб})$$

$$I2 = -0.194 - 3.248i \times 10^{-3}$$

$$I3 := Y3 \cdot (E3 - U_{аб})$$

$$I3 = -0.906 + 0.52i$$

Проверяем баланс токов в узле по первому закону Кирхгофа: $I1 + I2 + I3 = 0$

Расчет токов выполнен правильно, т.к. сумма токов равна нулю

комплексы напряжений на элементах схемы

$$UR1 := R1 \cdot I1 \quad UL1 := j \cdot XL1 \cdot I1 \quad UC1 := -j \cdot XC1 \cdot I1$$

$$UR2 := R2 \cdot I2 \quad UL2 := j \cdot XL2 \cdot I2 \quad UC2 := -j \cdot XC2 \cdot I2$$

$$UR3 := R3 \cdot I3 \quad UL3 := j \cdot XL3 \cdot I3 \quad UC3 := -j \cdot XC3 \cdot I3$$

Проверяем равновесие напряжений в контурах по 2-му закону Кирхгофа

$$(E1 - UR1 - UL1 - UC1) - E2 + R2 \cdot I2 + UL2 + UC2 = -7.105i \times 10^{-15}$$

$$(E2 - UR2 - UL2 - UC2) + (-E3 + R3 \cdot I3 + UL3 + UC3) = 0$$

по данным расчета строим векторные диаграммы токов и напряжений в контурах (рис. 1) в докоммутиционном режиме

амплитудные значения токов (A):

$$I1m := \sqrt{2} \cdot |I1| \quad I1m = 1.718 \quad I2m := \sqrt{2} \cdot |I2| \quad I2m = 0.274 \quad I3m := \sqrt{2} \cdot |I3| \quad I3m = 1.477$$

фазы токов (рад)

$$\psi i1 := \arg(I1) \quad \psi i1 = -0.439 \quad \psi i2 := \arg(I2) \quad \psi i2 = -3.125 \quad \psi i3 := \arg(I3) \quad \psi i3 = 2.62$$

уравнения мгновенных значений токов в ветвях

$$i1(t) := I1m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi i1) \quad i2(t) := I2m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi i2) \quad i3(t) := I3m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi i3)$$

мгновенные значения токов ветвей в докоммутиционном режиме (A)

$$i1(0) = -0.731 \quad i2(0) = -4.593 \times 10^{-3} \quad i3(0) = 0.735$$

мгновенные значения напряжений емкостных элементов в докоммутиционном режиме (B)

$$UC2m := \sqrt{2} \cdot |UC2| \quad uc2(t) := UC2m \cdot (\sin(\omega \cdot t + \arg(UC2))) \quad uc2(0) = 9.692$$

2. Определение принужденных значений токов и напряжений (ключ K1 замкнут)

$$R1 := 0$$

реактивные сопротивления ветвей, Ом

$$\begin{pmatrix} XL1 \\ XL2 \\ XL3 \end{pmatrix} := \omega \cdot \begin{pmatrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} XL1 \\ XL2 \\ XL3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42.412 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} XC1 \\ XC2 \\ XC3 \end{pmatrix} := \left(\frac{1}{\omega} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} XC1 \\ XC2 \\ XC3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 35.368 \\ 0 \end{pmatrix}$$

комплексные сопротивления ветвей

$$\begin{pmatrix} Z1 \\ Z2 \\ Z3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{pmatrix} + j \cdot \begin{pmatrix} XL1 - XC1 \\ XL2 - XC2 \\ XL3 - XC3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} Z1 \\ Z2 \\ Z3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42.412i \\ 60 - 35.368i \\ 40 \end{pmatrix}$$

комплексные проводимости ветвей

$$Y1 := Z1^{-1} \quad Y2 := Z2^{-1} \quad Y3 := Z3^{-1}$$

$$Y1 = -0.024i \quad Y2 = 0.012 + 7.291i \times 10^{-3} \quad Y3 = 0.025$$

напряжение между двумя узлами цепи

$$U_{абпр} := \frac{E1 \cdot Y1 + E2 \cdot Y2 + E3 \cdot Y3}{Y1 + Y2 + Y3} \quad U_{абпр} = 35.243 - 55.927i$$

токи в ветвях цепи в комплексном виде:

$$I_{1пр} := Y_1 \cdot (E_1 - U_{абпр}) \quad I_{1пр} = 1.319 - 1.837i \quad |I_{1пр}| = 2.261$$

$$I_{2пр} := Y_2 \cdot (E_2 - U_{абпр}) \quad I_{2пр} = -0.438 + 0.438i \quad |I_{2пр}| = 0.619$$

$$I_{3пр} := Y_3 \cdot (E_3 - U_{абпр}) \quad I_{3пр} = -0.881 + 1.398i \quad |I_{3пр}| = 1.653$$

Проверяем баланс токов в узле по первому закону Кирхгофа: $I_{1пр} + I_{2пр} + I_{3пр} = 0$

Расчет токов выполнен правильно, т.к. сумма токов равна нулю

комплексы напряжений на элементах схемы

$$U_{R1пр} := R_1 \cdot I_{1пр} \quad U_{L1пр} := j \cdot X_{L1} \cdot I_{1пр} \quad U_{C1пр} := -j \cdot X_{C1} \cdot I_{1пр}$$

$$U_{R2пр} := R_2 \cdot I_{2пр} \quad U_{L2пр} := j \cdot X_{L2} \cdot I_{2пр} \quad U_{C2пр} := -j \cdot X_{C2} \cdot I_{2пр}$$

$$U_{R3пр} := R_3 \cdot I_{3пр} \quad U_{L3пр} := j \cdot X_{L3} \cdot I_{3пр} \quad U_{C3пр} := -j \cdot X_{C3} \cdot I_{3пр}$$

Проверяем равновесие напряжений в контурах по 2-му закону Кирхгофа

$$(E_1 - U_{R1пр} - U_{L1пр} - U_{C1пр}) + (U_{R2пр} + U_{L2пр} + U_{C2пр} - E_2) = 7.105i \times 10^{-15}$$

$$(E_2 - U_{R2пр} - U_{L2пр} - U_{C2пр}) + (U_{R3пр} + U_{L3пр} + U_{C3пр} - E_3) = -2.132i \times 10^{-14}$$

по данным расчета строим векторные диаграммы принужденных токов и напряжений в контурах (рис.2)

амплитудные значения токов (A):

$$I_{1мпр} := \sqrt{2} \cdot |I_{1пр}| \quad I_{1мпр} = 3.198 \quad I_{2мпр} := \sqrt{2} \cdot |I_{2пр}| \quad I_{2мпр} = 0.876 \quad I_{3мпр} := \sqrt{2} \cdot |I_{3пр}| \quad I_{3мпр} = 2.337$$

фазы токов (рад)

$$\psi_{i1пр} := \arg(I_{1пр})$$

$$\psi_{i2пр} := \arg(I_{2пр})$$

$$\psi_{i3пр} := \arg(I_{3пр})$$

уравнения мгновенных значений токов в ветвях

$$i_{1пр}(t) := I_{1мпр} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{i1пр}) \quad i_{2пр}(t) := I_{2мпр} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{i2пр}) \quad i_{3пр}(t) := I_{3мпр} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{i3пр})$$

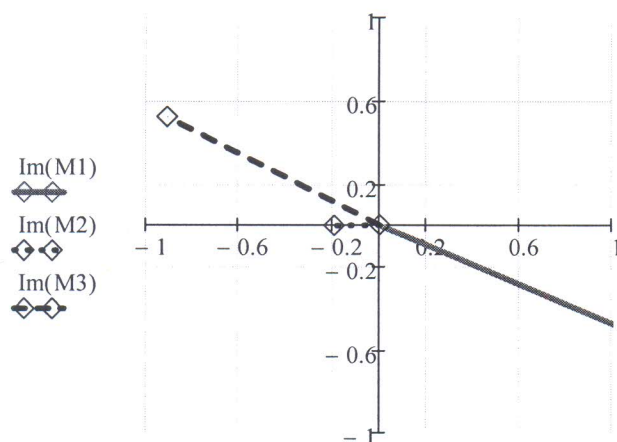
мгновенные значения принужденных токов ветвей после коммутации (A)

$$i_{1пр}(0) = -2.597 \quad i_{2пр}(0) = 0.62 \quad i_{3пр}(0) = 1.977$$

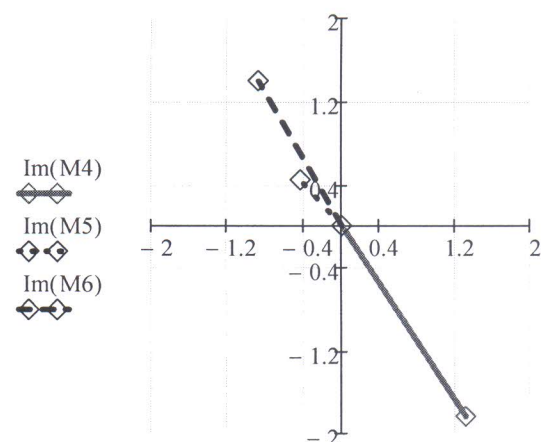
мгновенные значения принужденных напряжений емкостных элементов после коммутации (B)

$$U_{C2мпр} := \sqrt{2} \cdot |U_{C2пр}| \quad u_{c2пр}(t) := U_{C2мпр} \cdot (\sin(\omega \cdot t + \arg(U_{C2пр}))) \quad u_{c2пр}(0) = 21.887$$

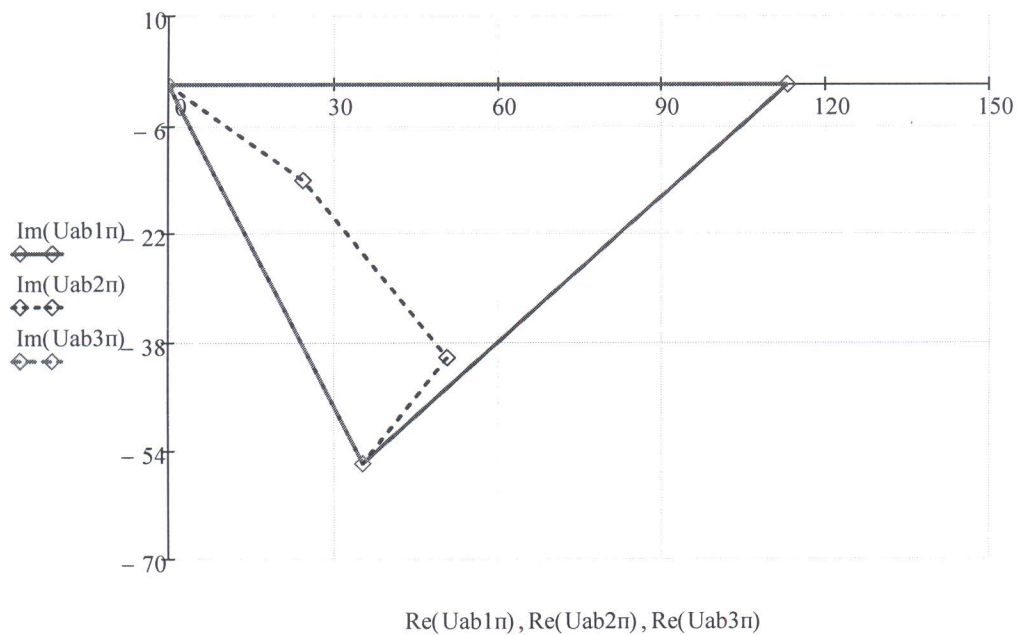
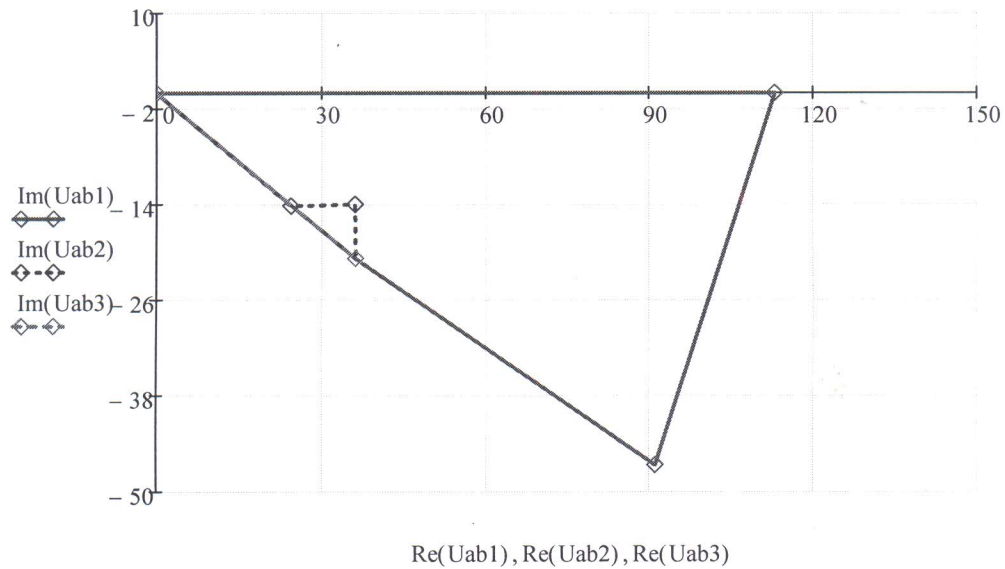
Векторные диаграммы установившихся режимов



Re(M1), Re(M2), Re(M3)



Re(M4), Re(M5), Re(M6)



Расчет переходного процесса классическим методом

При использовании классического метода токи и напряжения после коммутации представляются в виде суммы принужденной и свободной составляющих

Определение начальных условий

- докоммутационные значения (ключ разомкнут) напряжения на емкости и тока через индуктивность

$$u_{c0} := u_{c2}(0) \quad u_{c0} = 9.692 \quad i_{L0} := i_1(0) \quad i_{L0} = -0.731$$

в схеме ненулевые начальные значения

В соответствии с первым и вторым законами коммутации данные значения являются послекоммутационными (ключ разомкнут) независимыми начальными условиями

- значения свободных составляющих напряжения на емкости и тока через индуктивность после коммутации

$$u_{cсв0} := u_{c2}(0) - u_{c2пр}(0) \quad u_{cсв0} = -12.195 \quad i_{Lсв0} := i_{L0} - i_{Lпр}(0) \quad i_{Lсв0} = 1.867$$

- составляем уравнения по законам Кирхгофа для неизвестных свободных составляющих токов

$$i_{2св0} + i_{3св0} := -i_{1св0}$$

$$i_{2св0} \cdot R_2 - i_{3св0} \cdot R_3 := u_{ссв0}$$

решение уравнений

$$\begin{pmatrix} i_{2св0} \\ i_{3св0} \end{pmatrix} := MR^{-1} \cdot MU \quad \begin{pmatrix} i_{2св0} \\ i_{3св0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.869 \\ -0.998 \end{pmatrix}$$

Проверяем баланс токов в узле по первому закону Кирхгофа: $i_{1св0} + i_{3св0} + i_{2св0} = 0$

Расчет начальных значений свободных токов выполнен правильно

-значения производных свободных составляющих напряжения на емкости и тока через индуктивность после коммутации

$$i_{ссв} := C \cdot \frac{du_{ссв}}{dt} \quad u_{Lсв} := L \cdot \frac{di_{св}}{dt}$$

$$(i_{1св0} \cdot R_1 + u_{Lсв0}) - i_{3св0} \cdot R_3 := 0 \quad u_{Lсв0} := i_{1св0} \cdot R_1 - i_{3св0} \cdot R_3 \quad u_{Lсв0} = 39.919$$

$$i_{1'св0} := \frac{u_{Lсв0}}{L_1} \quad i_{1'св0} = 266.13 \quad u'_{ссв0} := \frac{i_{2св0}}{C_2} \quad u'_{ссв0} = -8.686 \times 10^3$$

Определение характеристического уравнения и его корней

- определим сопротивления ветвей на переменном токе при удаленных источниках и заменим (jw) на p

$$\underline{Z}_1(p) := p \cdot L_1$$

$$\underline{Z}_2(p) := R_2$$

$$\underline{Z}_3(p) := R_3 + \frac{1}{p \cdot C_3}$$

входное сопротивление цепи при замене (jw) на p

$$\underline{Z}_{вх}(p) := \underline{Z}_1(p) + \frac{\underline{Z}_2(p) \cdot \underline{Z}_3(p)}{\underline{Z}_2(p) + \underline{Z}_3(p)} \quad \underline{Z}_{BХ}(p) := .01 \cdot \frac{(147 \cdot p^2 + 53500 \cdot p + 7500000)}{(21 \cdot p + 2500)}$$

$$\underline{Z}_{BХ}(p) := \begin{pmatrix} -181.97 + 133.81i \\ -181.97 - 133.81i \end{pmatrix}$$

Характеристическое уравнение имеет два комплексно-сопряженных корня с отрицательной действительной частью. Свободные составляющие находятся в виде

$$A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \nu) \quad \underline{\delta} := 181.97 \quad \omega_0 := 133.81$$

для определения постоянных A, ν свободной составляющей $i_{1св}$ решим систему уравнений

Given

$$A_1 := 0 \quad \nu_1 := 0$$

$$A_1 \cdot \sin(\nu_1) = i_{1св0}$$

$$-\delta \cdot A_1 \cdot \sin(\nu_1) + \omega_0 \cdot A_1 \cdot \cos(\nu_1) = i_{1'св0}$$

$$\text{Find}(A_1, \nu_1) = \begin{pmatrix} 4.897 \\ 0.391 \end{pmatrix} \quad \underline{A}_1 := 4.897 \quad \underline{\nu}_1 := 0.391$$

$$\text{уравнение свободной составляющей } i_{1св}(t) \quad i_{1св}(t) := A_1 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \nu_1)$$

для определения постоянных A2, ν_2 свободной составляющей $u_{ссв}$ решим систему уравнений

Given

$$A_2 \cdot \sin(\nu_2) = u_{\text{св0}}$$

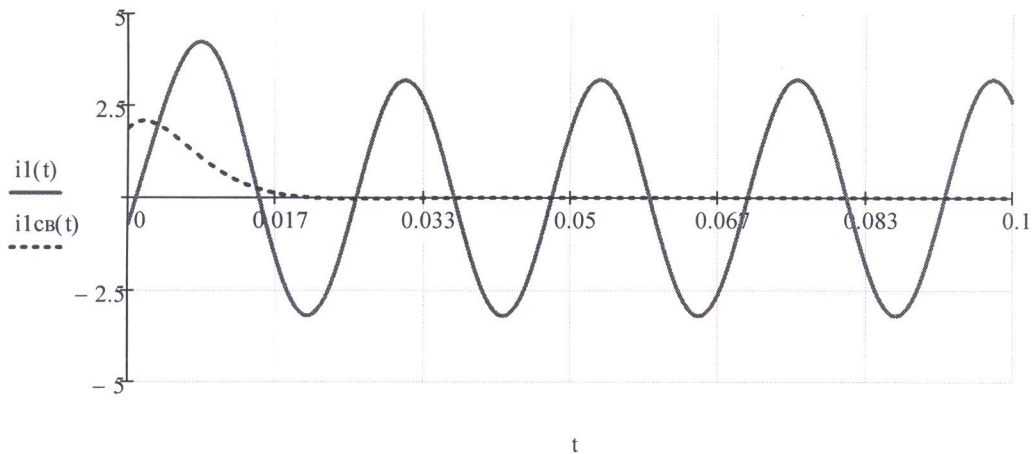
$$-\delta \cdot A_2 \cdot \sin(\nu_2) + \omega_0 \cdot A_2 \cdot \cos(\nu_2) = u'_{\text{св0}}$$

$$\text{Find}(A_2, \nu_2) = \begin{pmatrix} -82.403 \\ 0.149 \end{pmatrix} \quad A_2 := -82.403 \quad \nu_2 := 0.149$$

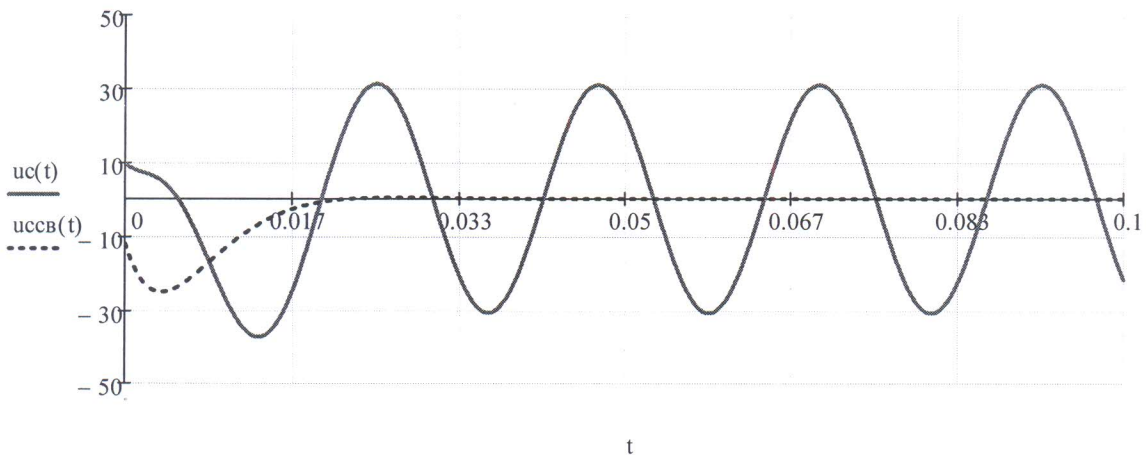
уравнение свободной составляющей $u_{\text{св}}$ $u_{\text{св}}(t) := A_2 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \nu_2)$ $u_{\text{св}}(0) = -12.233$

Построение графиков токов в ветвях и напряжений на реактивных элементах

-график тока $i_1(t)$ $i_1(t) := i_{1\text{пр}}(t) + i_{1\text{св}}(t)$ $i_1(0) = -0.731$

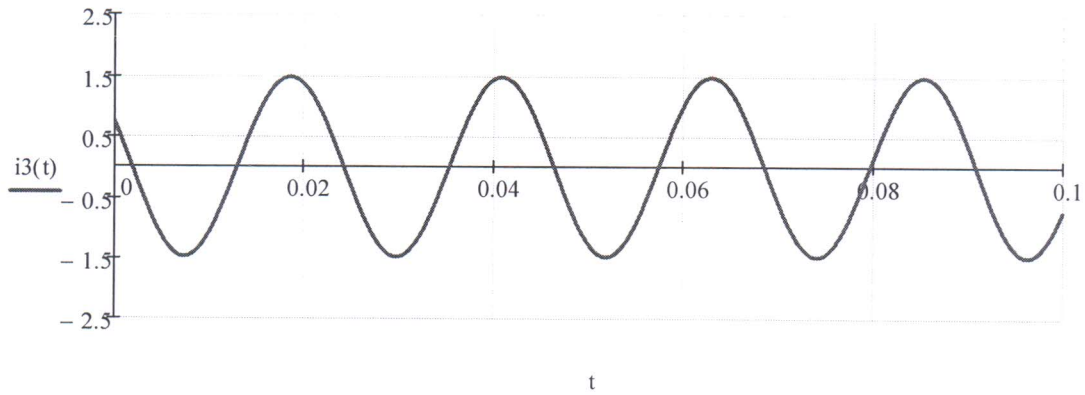


-график напряжения $u_c(t)$ $u_c(t) := u_{c\text{пр}}(t) + u_{\text{св}}(t)$



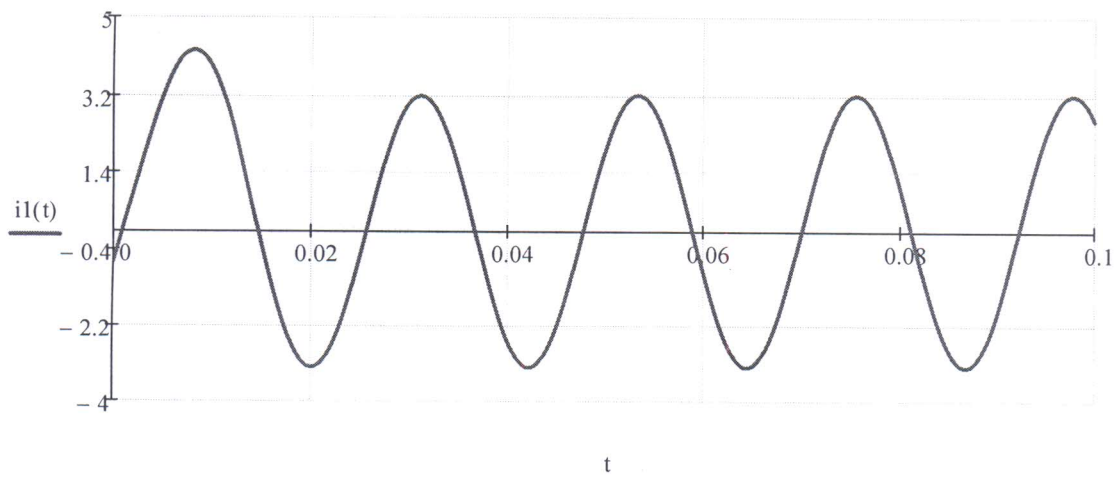
- график тока $i_2(t)$ (тока через емкость)

$$i_2(t) := C_3 \cdot \left(\frac{d}{dt} u_C(t) \right)$$



- график тока $i_2(t)$

$$i_2(t) := -(i_1(t) + i_3(t))$$



- график напряжения $u_L(t)$

$$u_L(t) := L_1 \cdot \left(\frac{d}{dt} i_1(t) \right)$$

