

4. Общие теоремы динамики механической системы

Общие теоремы динамики системы связывают меры механического движения системы и меры действия сил.

Теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме.

Дифференциал кинетической энергии системы равен сумме элементарных работ внешних и внутренних сил, приложенных к системе $dT = \sum \delta A_k^e + \sum \delta A_k^i$.

Теорема об изменении кинетической энергии в интегральной форме.

Изменение кинетической энергии системы на конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, приложенных к системе, на этом перемещении $T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i$.

Теорема об изменении кинетической энергии в форме мощностей.

Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил, приложенных к системе $\frac{dT}{dt} = \sum N_k^e + \sum N_k^i$.

Кинетическая энергия твердого тела равна:

- при поступательном движении $T = \frac{mv^2}{2}$;
- при вращении тела вокруг неподвижной оси $T = \frac{I_z \omega^2}{2}$, где I_z – момент инерции тела относительно оси вращения;
- при плоском движении тела $T = \frac{m v_C^2}{2} + \frac{I_{Cz} \omega^2}{2}$, где v_C – скорость центра масс, I_{Cz} – момент инерции твердого тела относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения тела.

Работа постоянной силы на прямолинейном отрезке $A = Fs \cos \alpha$.

Работа силы тяжести $A = \pm mgh$.

Работа силы упругости $A = \frac{c}{2}(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)$, где λ_1, λ_2 – начальная и конечная деформация пружины.

Работа силы трения при качении колеса без скольжения равна нулю.

Работа силы, приложенной к вращающемуся телу, $A = \int_{\varphi_0}^{\varphi} m_z(\vec{F}) d\varphi$. Если

$$m_z(\vec{F}) = M = const, \text{ то } A = \pm M\varphi.$$

Мощность силы $N = \vec{F} \cdot \vec{v}$. Мощность пары сил с моментом M равна $N = \pm M\omega$.

Теорема об изменении количества движения в дифференциальной форме.

Производная по времени от количества движения системы равна геометрической сумме всех действующих на систему внешних сил $\frac{d\vec{Q}}{dt} = \sum \vec{F}_k^e$.

Количество движения системы – векторная величина, определяемая по формуле $\vec{Q} = \sum m_k \vec{v}_k = m\vec{v}_C$,

где m – масса всей системы, \vec{v}_C – скорость центра масс.

Теорема о движении центра масс.

Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе всей системы, под действием силы, равной геометрической сумме всех действующих на систему внешних сил $m\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$.

Теорема об изменении момента количества движения.

Производная по времени от момента количества движения системы относительно центра или оси равна сумме моментов всех действующих на систему внешних сил относительно того же центра или оси

$$\frac{d\vec{K}_O}{dt} = \sum \vec{m}_O(\vec{F}_k^e), \quad \frac{dK_z}{dt} = \sum_{k=1}^n m_z(\vec{F}_k^e)$$

Кинетический момент вращающегося тела относительно оси вращения равен $K_z = I_z\omega$.

Следствием из общих теорем являются дифференциальные уравнения движения твердого тела.

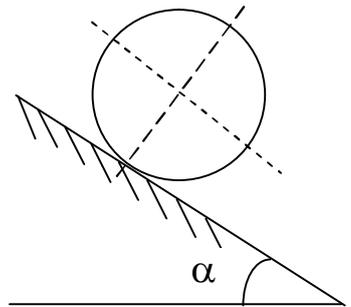
$$\text{Дифференциальное уравнение вращательного движения } I_z\varepsilon = \sum m_z(\vec{F}_k^e).$$

$$\text{Дифференциальные уравнения плоского движения} \begin{cases} m\ddot{x}_C = \sum F_{kx}^e \\ m\ddot{y}_C = \sum F_{ky}^e \\ I_{Cz}\varepsilon = \sum m_z(\vec{F}_k^e). \end{cases}$$

При выполнении заданий по динамике принять $g = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.

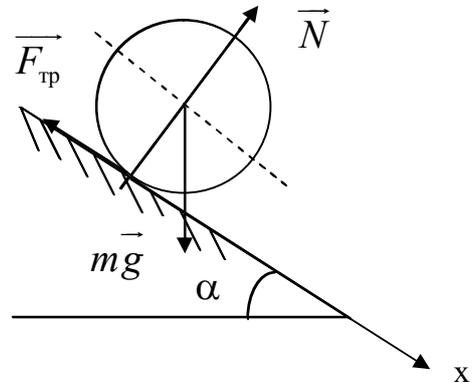
Пример 1

Однородный цилиндр массы m скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Определить скорость центра масс цилиндра в зависимости от его перемещения s , ускорение центра масс и силу трения между цилиндром и плоскостью. В начальный момент цилиндр находился в покое.



Решение:

На цилиндр действуют внешние силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормального давления \vec{N} и сила трения между цилиндром и плоскостью $\vec{F}_{\text{тр}}$.



По теореме об изменении кинетической энергии в интегральной форме имеем:

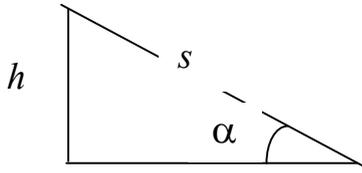
$T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i$, где $T_0 = 0$, так как цилиндр начинает двигаться из состояния покоя, и $\sum A_k^i = 0$, так как работа внутренних сил в твердом теле равна нулю.

Цилиндр совершает плоское движение и его кинетическая энергия вычисляется по формуле $T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_{Cz}\omega^2}{2}$. Для однородного цилиндра

$I_{zC} = \frac{mR^2}{2}$. При качении цилиндра без скольжения мгновенный центр скоро-

стей находится в точке касания с неподвижной плоскостью, поэтому угловая скорость цилиндра равна $\omega = \frac{v_C}{R}$.

$$\text{Тогда получаем } T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{v_C^2}{R^2} = \frac{3}{4} \cdot mv_C^2.$$



Центр цилиндра перемещается вдоль плоскости на расстояние s , при этом точка приложения силы тяжести опускается на высоту $h = s \cdot \sin \alpha$ и работа силы тяжести равна $A_{mg} = mgh = mgs \cdot \sin \alpha$. Силы \vec{N} и $\vec{F}_{\text{тр}}$

приложены в точке, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Поэтому $A_N = 0$, $A_{F_{\text{тр}}} = 0$. Подставляя найденные величины в теорему, получим

$$\frac{3}{4} \cdot mv_C^2 = mgs \cdot \sin \alpha \Rightarrow v_C = 2 \cdot \sqrt{\frac{gs \cdot \sin \alpha}{3}}.$$

Для нахождения ускорения продифференцируем по времени выражение

$$\frac{3}{4} v_C^2 = gs \cdot \sin \alpha. \text{ Получим } \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{4} v_C^2 \right) = \frac{d}{dt} (gs \cdot \sin \alpha) \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot 2v_C \frac{dv_C}{dt} = g \sin \alpha \frac{ds}{dt}.$$

Учитывая, что $\frac{ds}{dt} = v_C$, $\frac{dv_C}{dt} = a_C$, находим ускорение центра цилиндра

$$a_C = \frac{2}{3} g \sin \alpha.$$

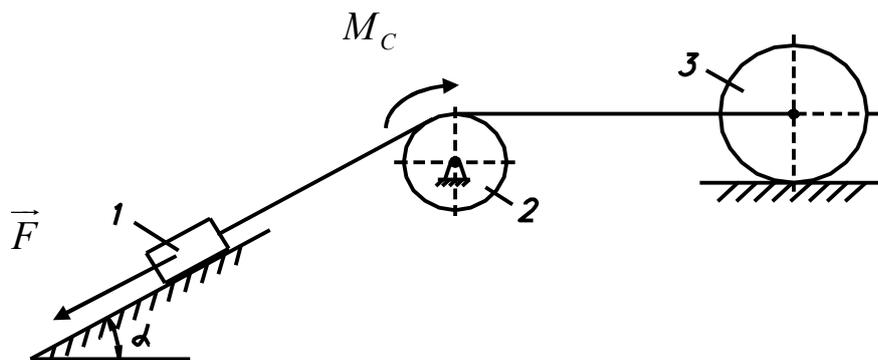
Для определения силы трения между цилиндром и плоскостью воспользуемся дифференциальными уравнениями плоского движения. В проекции на ось x имеем: $ma_{Cx} = \sum F_{kx}$ или $ma_C = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}$.

$$\text{Тогда } m \cdot \frac{2}{3} g \sin \alpha = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} \text{ и } F_{\text{тр}} = \frac{1}{3} mg \sin \alpha.$$

$$\text{Ответ: } a_C = \frac{2}{3} g \sin \alpha, F_{\text{тр}} = \frac{1}{3} mg \sin \alpha.$$

Пример 2

Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 20 \text{ Н}$. Груз 1 перемещается на расстояние $s_1 = 0,4 \text{ м}$ вдоль



плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Каток 3 катится по плоскости без скольжения. На блок 2 , который вращается вокруг неподвижной оси, действует постоянный момент сопротивления $M_C = 2 \text{ Нм}$. Блок 2 и каток 3 считать однородными цилиндрами. Трением груза о плоскость и массой нерастяжимой нити пренебречь. При расчетах принять $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

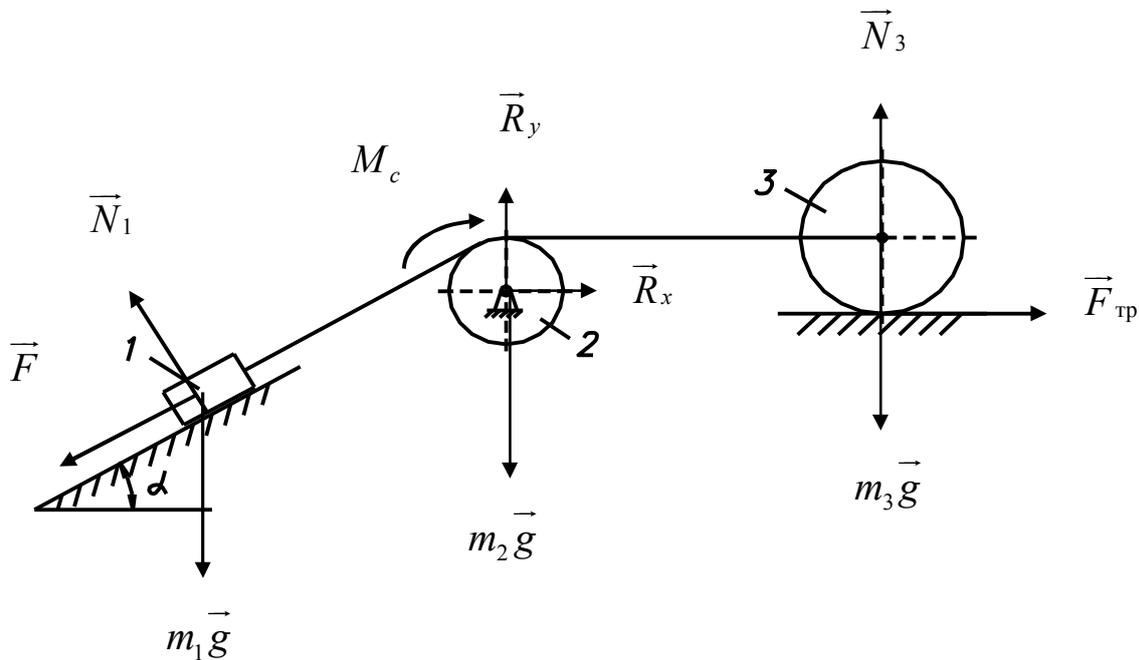
Дано: $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 4 \text{ кг}$, $m_3 = 4 \text{ кг}$, $r_2 = 0,4 \text{ м}$, $\alpha = 30^\circ$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1 ;
- 2) натяжения нити на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2 ;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Решение:

На механическую систему, состоящую из груза 1 , блока 2 , катка 3 и соединяющей их нити, действуют внешние силы: силы тяжести $m_1 \vec{g}$, $m_2 \vec{g}$, $m_3 \vec{g}$, сила \vec{F} и момент сопротивления M_C , а также реакции опор \vec{N}_1 , \vec{N}_3 , \vec{R}_x , \vec{R}_y , $\vec{F}_{\text{тр}}$.



Согласно теореме об изменении кинетической энергии в интегральной форме имеем $T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i$, где $T_0 = 0$, так как цилиндр начинает двигаться из состояния покоя, и $\sum A_k^i = 0$, так как работа внутренних сил в неизменяемой системе равна нулю.

Кинетическая энергия системы равна $T = T_1 + T_2 + T_3 + T_{\text{нити}}$, где $T_{\text{нити}} = 0$, так как нить невесомая, $T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ (поступательное движение),

$$T_2 = \frac{I_2 \omega_2^2}{2} \text{ (вращательное движение), } T_3 = \frac{m v_C^2}{2} + \frac{I_{Cz} \omega^2}{2} \text{ (плоское движение).}$$

Блок 2 и каток 3 – однородные цилиндры, поэтому $I_2 = \frac{m_2 r_2^2}{2}$, $I_{3C} = \frac{m_3 r_3^2}{2}$.

Выражаем все линейные и угловые скорости через искомую скорость v_1 .

Получаем $\omega_2 = \frac{v_1}{r_2}$, $v_C = v_1$, $\omega_3 = \frac{v_C}{r_3} = \frac{v_1}{r_3}$. Подставляя все зависимости в выра-

жение для кинетической энергии, получаем:

$$T = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_2 r_2^2}{2} \cdot \frac{v_1^2}{r_2^2} + \frac{m_3 v_1^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_3 r_3^2}{2} \cdot \frac{v_1^2}{r_3^2} = \frac{v_1^2}{2} \left(m_1 + \frac{m_2}{2} + \frac{3m_3}{2} \right),$$

$$\text{или } T = \frac{v_1^2}{2}(2 + 2 + 6) = \frac{v_1^2}{2} \cdot 10.$$

Груз l перемещается вниз по плоскости на расстояние s_1 . Вычисляем работу всех внешних сил на этом перемещении:

$A_{N_1} = 0$, $A_{m_3g} = 0$, так как силы перпендикулярны перемещению точек их приложения;

$A_{R_x} = A_{R_y} = 0$, $A_{m_2g} = 0$, так как силы приложены к неподвижной точке;

$A_{N_3} = 0$, $A_{F_{тр}} = 0$, так как силы приложены к точке, скорость которой равна нулю;

$A_F = Fs_1$, так как $F = const$; $A_{m_1g} = m_1gs_1 \sin \alpha$; $A_{M_c} = -M\varphi_2$, где $\varphi_2 = \frac{s_1}{r_2}$.

Тогда $\sum A_k^e = Fs_1 + m_1gs_1 \sin \alpha - M_c \frac{s_1}{r_2} = s_1 \left(F + m_1g \sin \alpha - \frac{M_c}{r_2} \right)$. Подстав-

ля числовые данные, получаем $\sum A_k^e = s_1 \left(20 + 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{0,2} \right) = 20s_1$.

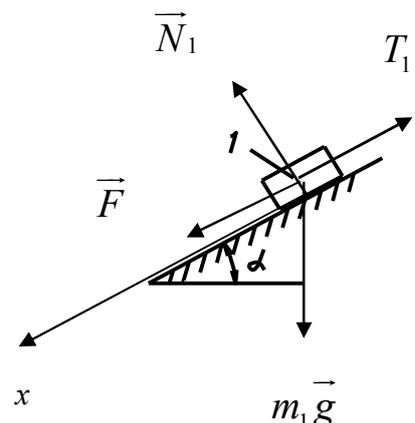
Подставляя найденные величины в теорему об изменении кинетической энергии, получаем искомую скорость груза

$$\frac{v_1^2}{2} \cdot 10 = 20s_1 \Rightarrow v_1^2 = 4s_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{1,6} \approx 1,26 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Для определения ускорения груза находим производную по времени от выражения для скорости: $\frac{d}{dt}(v_1^2) = \frac{d}{dt}(4s_1) \Rightarrow 2v_1 \frac{dv_1}{dt} = 4 \frac{ds_1}{dt} \Rightarrow a_1 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Рассматривая движение каждого тела отдельно, находим реакции связей. При этом каждое тело изображаем отдельно.

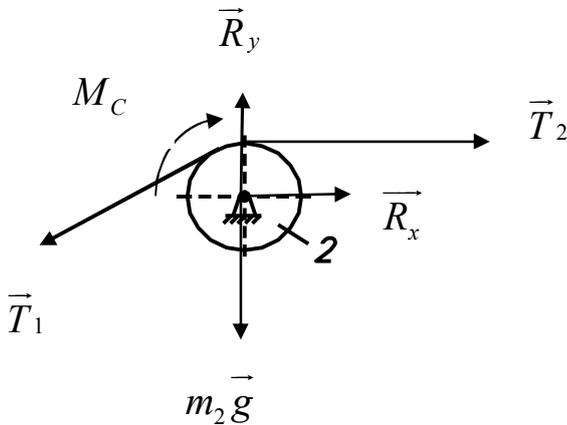
1. Рассматриваем движение груза l . Помимо перечисленных ранее сил, на груз будет действовать сила натяжения нити \vec{T}_1 .



По II закону Ньютона, записанному в проекции на ось x , имеем:

$$m_1 a_1 = F + m_1 g \sin \alpha - T_1 \Rightarrow T_1 = F + m_1 g \sin \alpha - m_1 a_1,$$

$$T_1 = 20 + 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 2 = 26 \text{ Н.}$$



2. Рассматриваем движение блока 2. Помимо перечисленных ранее сил, на груз будут действовать силы натяжения нити \vec{T}_1 и \vec{T}_2 . Для нахождения силы T_2 используем дифференциальное уравнение вращательного движения блока 2 вокруг неподвижной оси:

$$I_2 \varepsilon_2 = \sum m_z (\vec{F}_k^e).$$

Учитывая, что $\omega_2 = \frac{v_1}{r_2} \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{a_1}{r_2}$, получаем $\frac{m_2 r_2^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r_2} = T_1 r_2 - M_C - T_2 r_2$.

$$\text{Тогда } T_2 = T_1 - \frac{M_C}{r_2} - \frac{m_2 a_1}{2}, T_2 = 26 - \frac{2}{0,2} - \frac{4 \cdot 2}{2} = 12 \text{ Н.}$$

Для определения реакций R_x , R_y воспользуемся теоремой о движении центра масс: $m_2 \vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$. Ускорение центра масс блока 2 равно нулю, поэтому $\sum \vec{F}_k^e = 0$. Составляем уравнения в проекциях на оси координат:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x + T_2 - T_1 \cos \alpha = 0 \\ R_y - m_2 g - T_1 \sin \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x = -12 + 26 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 10,52 \text{ Н} \\ R_y = 4 \cdot 10 + 26 \cdot \frac{1}{2} = 53 \text{ Н.} \end{cases}$$

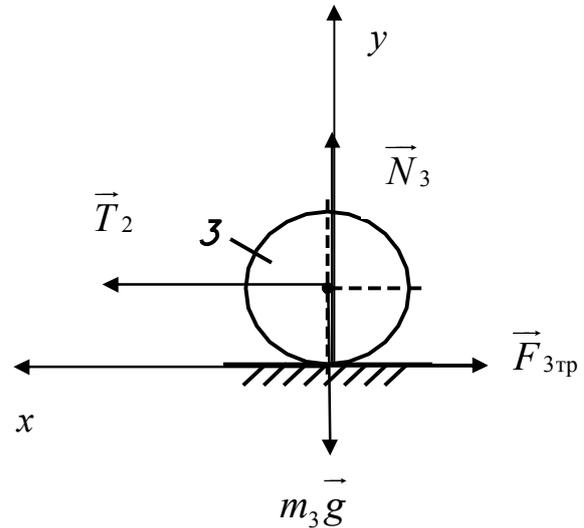
3. Рассматриваем движение катка 3. Помимо перечисленных ранее сил, на каток будет действовать сила натяжения нити \vec{T}_2 . Составляем дифференциаль-

$$\text{ные уравнения плоского движения } \begin{cases} m \ddot{x}_C = \sum F_{kx}^e \\ m \ddot{y}_C = \sum F_{ky}^e \\ I_{Cz} \varepsilon = \sum m_z (\vec{F}_k^e). \end{cases}$$

Учитывая, что

$$\ddot{x}_C = a_C = a_1, \quad \ddot{y}_C = 0, \quad \varepsilon_3 = \frac{a_1}{r_3}, \quad \text{получаем}$$

$$\begin{cases} m_3 a_1 = T_2 - F_{\text{тр}}, & (1) \\ 0 = N_3 - m_3 g, & (2) \\ \frac{m_3 r_3^2}{2} \cdot \frac{a_1}{r_3} = F_{\text{тр}} \cdot r_3. & (3) \end{cases}$$



Из уравнения (1) находим

$$F_{\text{тр}} = T_2 - m_3 a_1 \Rightarrow F_{\text{тр}} = 12 - 4 \cdot 2 = 4 \text{ Н.}$$

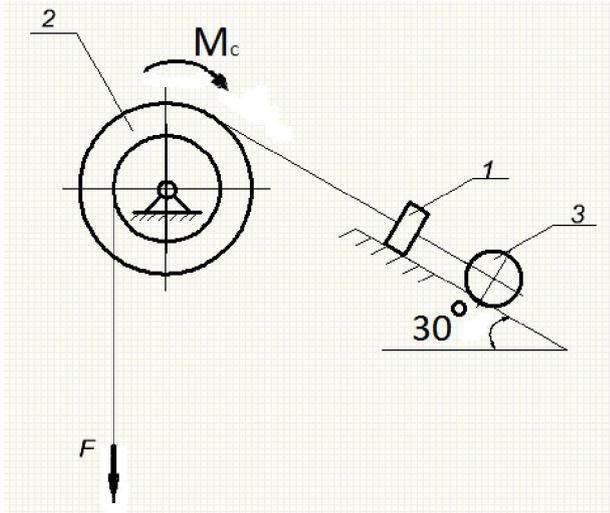
Из уравнения (2) находим $N_3 = m_3 g \Rightarrow N_3 = 40 \text{ Н.}$

Уравнение (3) используем для проверки, подставляя в него все найденные величины: $\frac{m_3 a_1}{2} = F_{\text{тр}}, \quad \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$. Получили тождество, что подтверждает правильность решения.

Ответ: $v_1 \approx 1,26 \frac{\text{М}}{\text{с}}, \quad a_1 = 2 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}, \quad T_1 = 26 \text{ Н}, \quad T_2 = 12 \text{ Н}, \quad R_x = 10,52 \text{ Н},$
 $R_y = 57 \text{ Н}, \quad F_{\text{тр}} = 4 \text{ Н}, \quad N_3 = 40 \text{ Н.}$

Задания 4. Общие теоремы динамики механической системы

Задание 4.1



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 120 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,8 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 2,5 \text{ Нм}$.

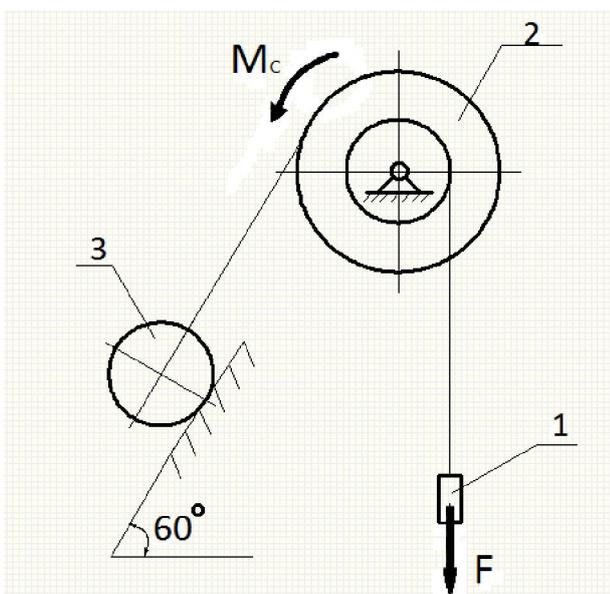
Дано: $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 5 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$, $R_2 = 0,5 \text{ м}$, $r_2 = 0,25 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,4 \text{ м}$.

Коэффициент трения между грузом и плоскостью $f = 0,1$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.2



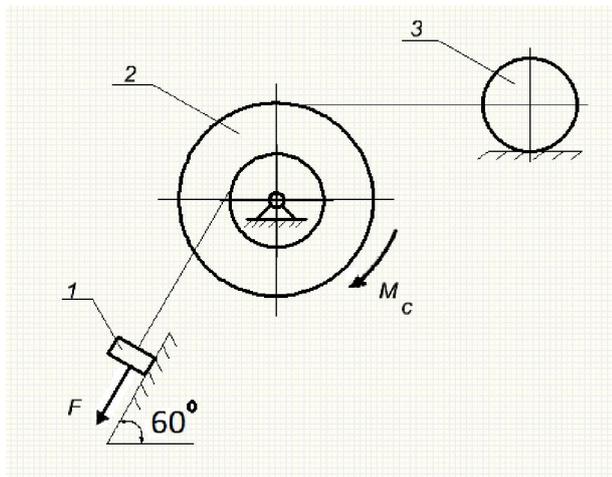
Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 80 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,6 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 1,5 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$, $R_2 = 0,6 \text{ м}$, $r_2 = 0,3 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,5 \text{ м}$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.3



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 40$ Н. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,3$ м. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 3$ Нм.

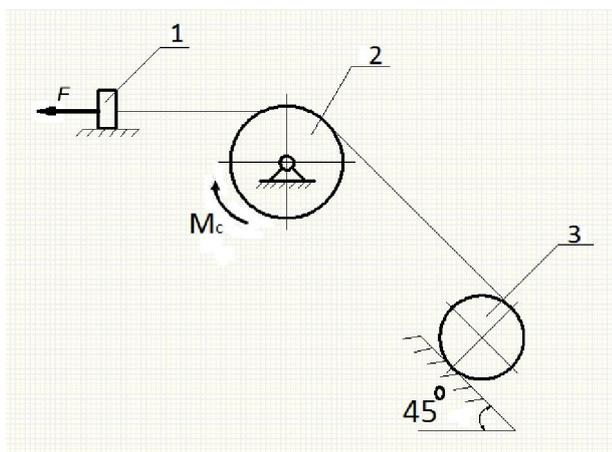
Дано: $m_1 = 6$ кг, $m_2 = 9$ кг, $m_3 = 4$ кг,
 $R_2 = 0,4$ м, $r_2 = 0,2$ м.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,3$ м. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.4



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 60$ Н. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,4$ м. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На блок 2 (однородный цилиндр) действует постоянный момент сопротивления $M_c = 4$ Нм.

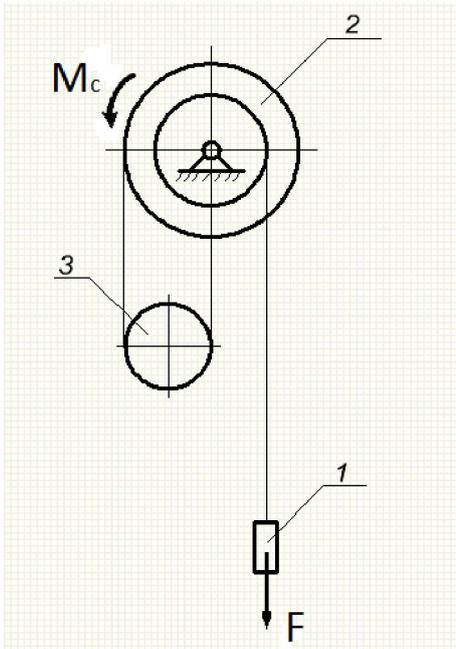
Дано: $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 5$ кг, $m_3 = 3$ кг,
 $R_2 = 0,4$ м.

Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нити на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.5



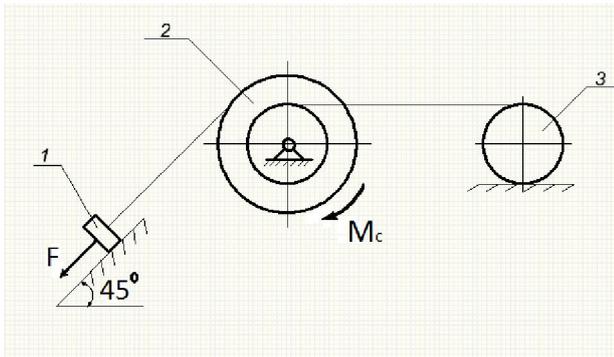
Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 70 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,2 \text{ м}$. Подвижный блок 3 – однородный цилиндр. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 8 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,6 \text{ м}$, $r_2 = 0,3 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,5 \text{ м}$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на всех участках;
- 3) реакции оси шкива 2.

Задание 4.6



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 40 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,5 \text{ м}$.

Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 6 \text{ Нм}$.

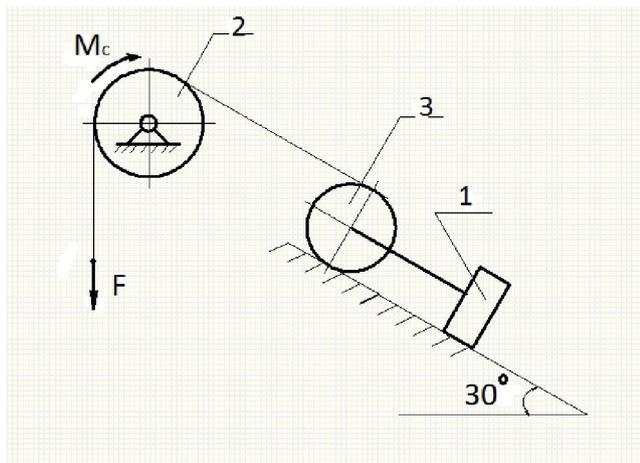
Дано: $m_1 = 6 \text{ кг}$, $m_2 = 9 \text{ кг}$, $m_3 = 4 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,5 \text{ м}$, $r_2 = 0,25 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,4 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.7



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы

$F = 110 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,7 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На блок 2 (однородный цилиндр) действует постоянный момент сопротивления $M_C = 3 \text{ Нм}$.

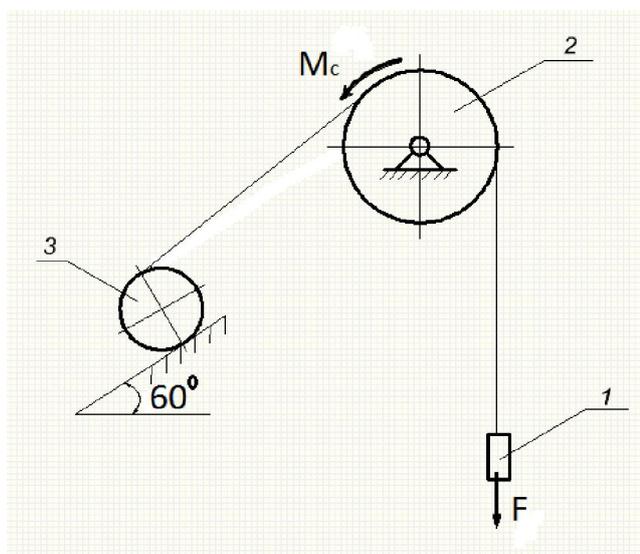
Дано: $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$, $R_2 = 0,5 \text{ м}$.

Коэффициент трения между грузом и плоскостью $f = 0,1$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.8



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 90 \text{ Н}$.

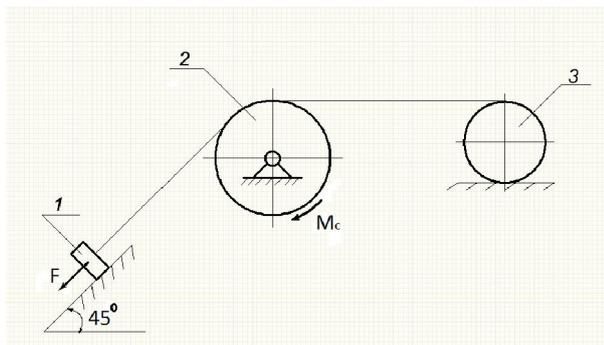
Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,6 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На блок 2 (однородный цилиндр) действует постоянный момент сопротивления $M_C = 4 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 5 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$, $R_2 = 0,6 \text{ м}$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нити на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.9



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 40 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,4 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На блок 2 (однородный цилиндр) действует постоянный момент сопротивления $M_c = 5 \text{ Нм}$.

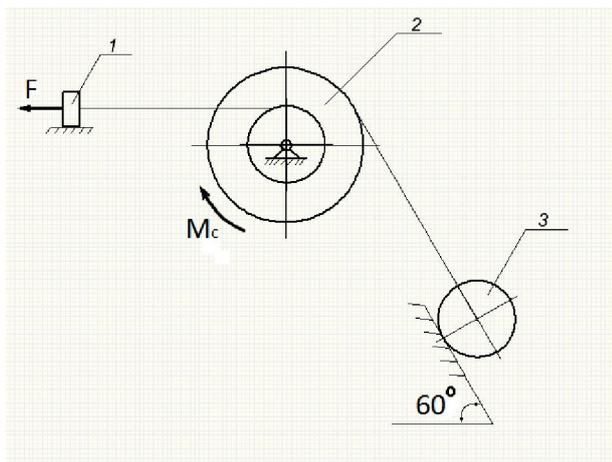
Дано: $m_1 = 6 \text{ кг}$, $m_2 = 5 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,4 \text{ м}$.

Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нити на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.10



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 50 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,2 \text{ м}$.

Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 2,5 \text{ Нм}$.

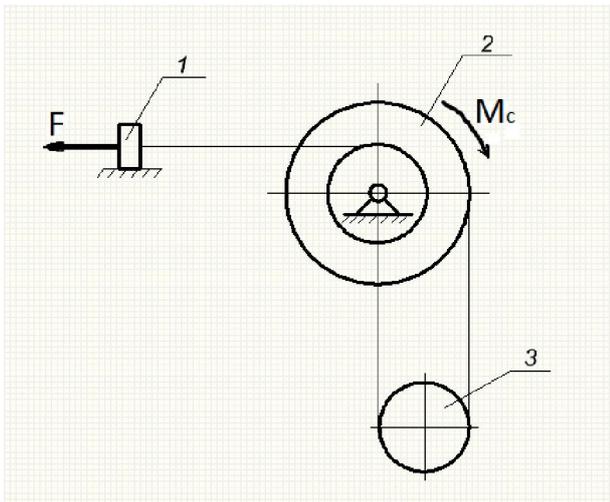
Дано: $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 9 \text{ кг}$, $m_3 = 4 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,6 \text{ м}$, $r_2 = 0,3 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,5 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.11



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 70 \text{ Н}$.

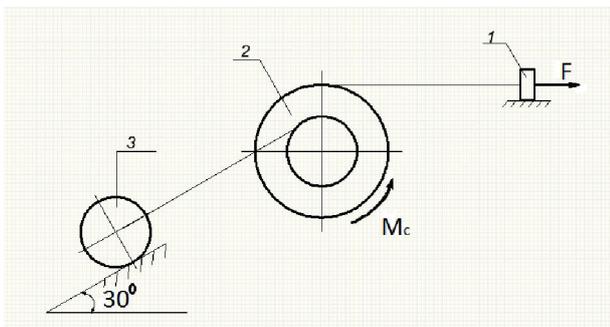
Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,1 \text{ м}$. Подвижный блок 3 – однородный цилиндр. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_C = 4 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 6 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$, $R_2 = 0,7 \text{ м}$, $r_2 = 0,35 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,6 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на всех участках;
- 3) реакции оси шкива 2.

Задание 4.12



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 40 \text{ Н}$.

Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,6 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_C = 6 \text{ Нм}$.

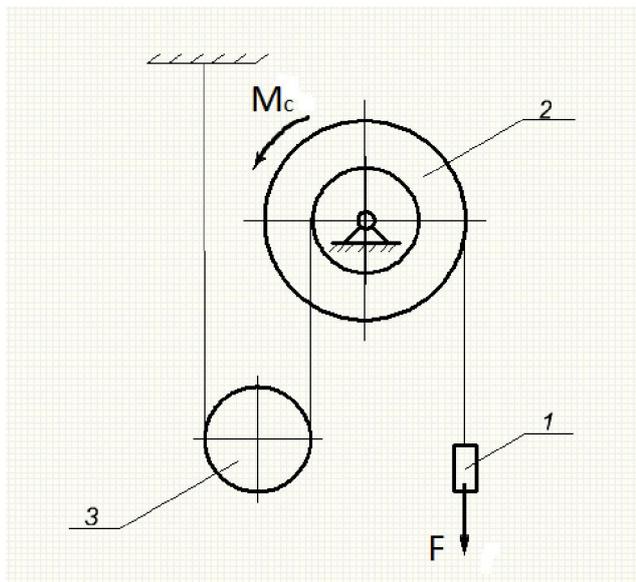
Дано: $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 6 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$, $R_2 = 0,5 \text{ м}$, $r_2 = 0,25 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,4 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.13



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 100 \text{ Н}$.

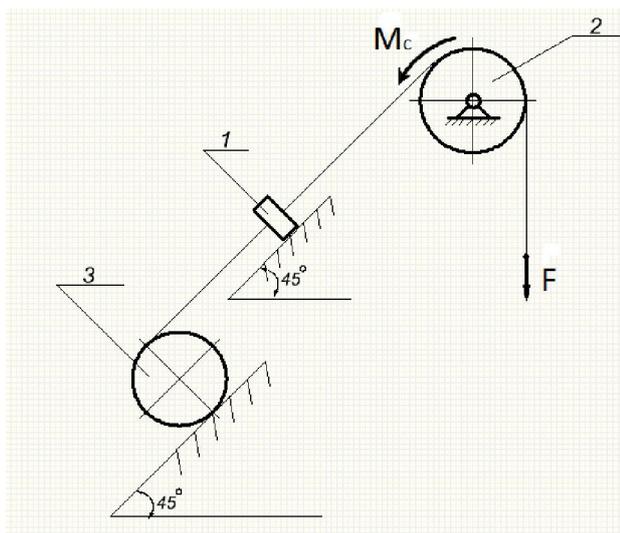
Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,1 \text{ м}$. Подвижный блок 3 – однородный цилиндр. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_C = 8 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 3 \text{ кг}$, $m_3 = 4 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,6 \text{ м}$, $r_2 = 0,3 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,5 \text{ м}$.

Определить:

1. скорость и ускорение груза 1;
2. натяжения нитей на всех участках;
3. реакции оси шкива 2.

Задание 4.14



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 120 \text{ Н}$.

Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,3 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На блок 2 (однородный цилиндр) действует постоянный момент сопротивления $M_C = 4 \text{ Нм}$.

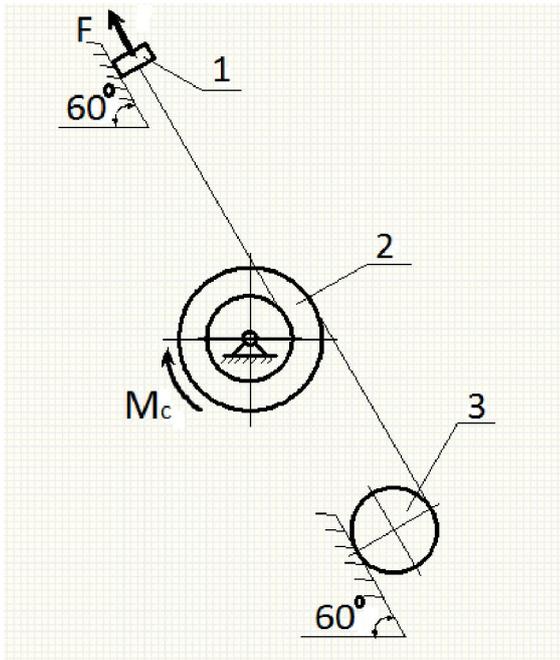
Дано: $m_1 = 6 \text{ кг}$, $m_2 = 3 \text{ кг}$, $m_3 = 4 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,5 \text{ м}$.

Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нити на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.15



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 130 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,4 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_C = 6 \text{ Нм}$.

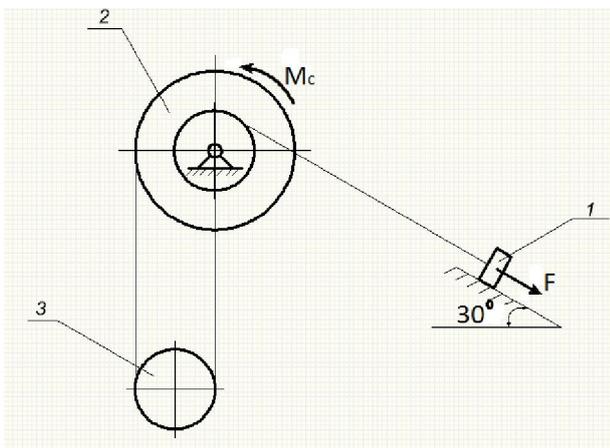
Дано: $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 5 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,5 \text{ м}$, $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,2 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.16



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 70 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,2 \text{ м}$.

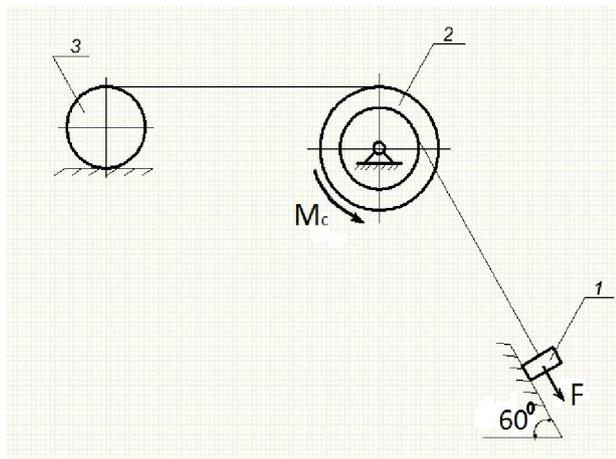
Подвижный блок 3 – однородный цилиндр. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_C = 5 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,7 \text{ м}$, $r_2 = 0,4 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,5 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на всех участках;
- 3) реакции оси шкива 2.

Задание 4.17



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 15 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,2 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 3 \text{ Нм}$.

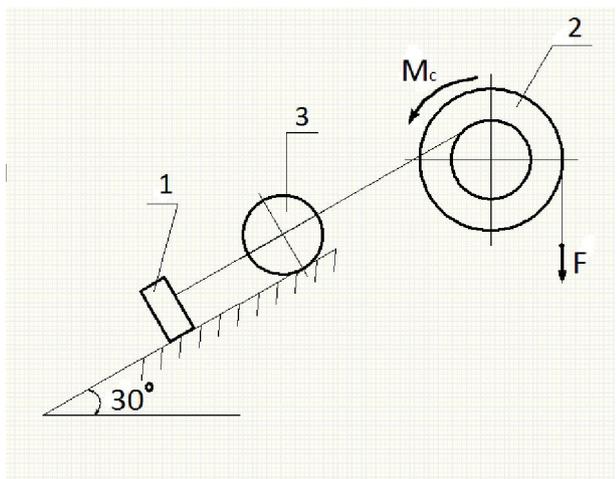
Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,5 \text{ м}$, $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,2 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.18



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 90 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,4 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 2,5 \text{ Нм}$.

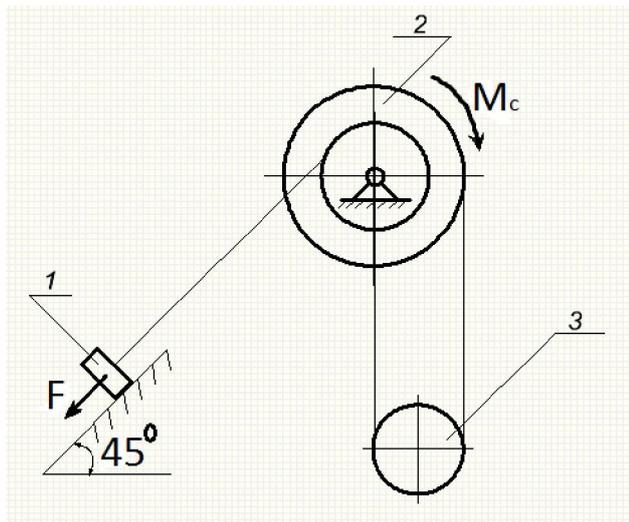
Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 6 \text{ кг}$, $m_3 = 5 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,6 \text{ м}$, $r_2 = 0,3 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,5 \text{ м}$. Коэффициент трения между грузом и плоскостью $f = 0,1$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.19



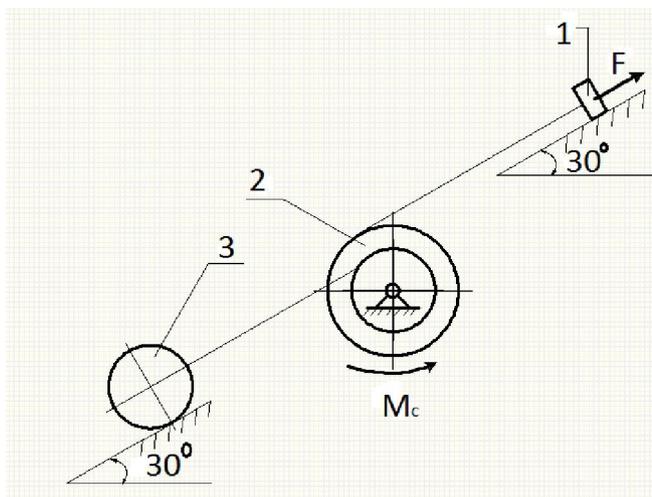
Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 50 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,2 \text{ м}$. Подвижный блок 3 – однородный цилиндр. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 8 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 10 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$, $R_2 = 0,7 \text{ м}$, $r_2 = 0,3 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,5 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на всех участках;
- 3) реакции оси шкива 2.

Задание 4.20



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 120 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,7 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 6 \text{ Нм}$.

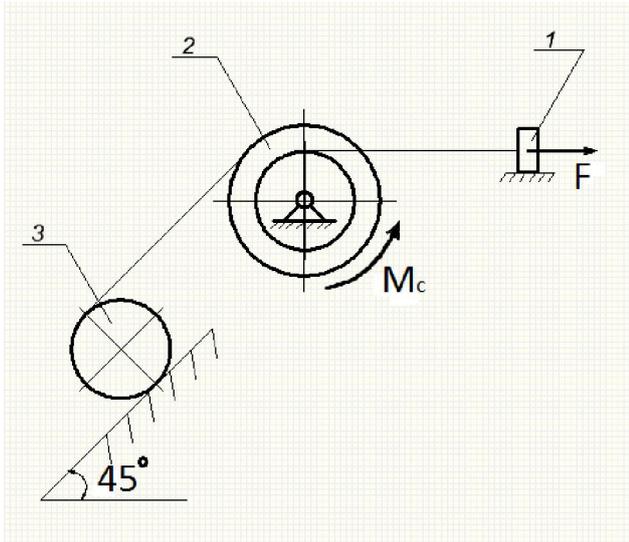
Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 9 \text{ кг}$, $m_3 = 5 \text{ кг}$, $R_2 = 0,5 \text{ м}$, $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,3 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.21



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 60 \text{ Н}$.

Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,4 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 4 \text{ Нм}$.

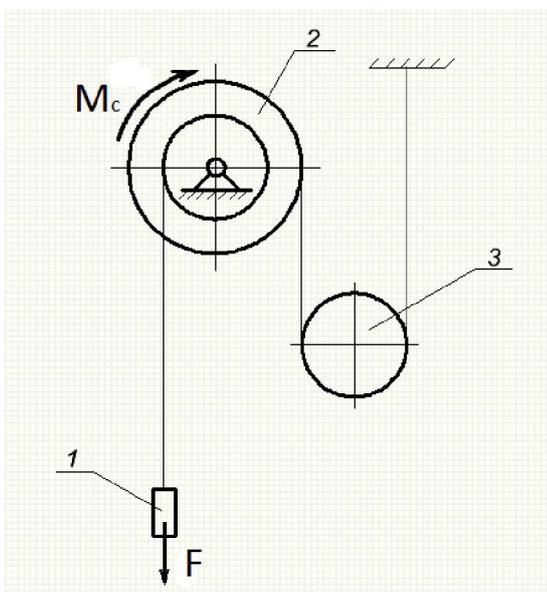
Дано: $m_1 = 6 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,4 \text{ м}$, $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,2 \text{ м}$. Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.22



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 90 \text{ Н}$.

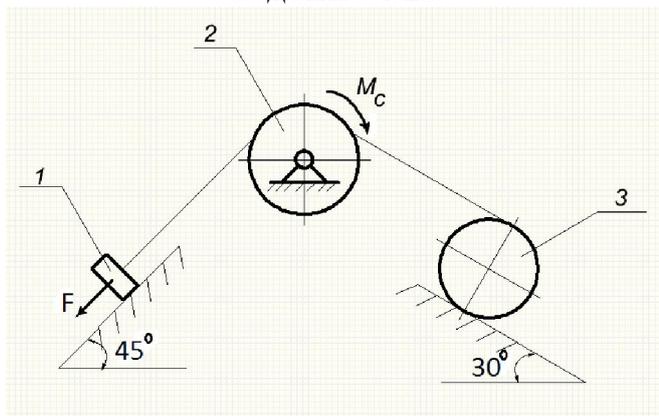
Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,3 \text{ м}$. Подвижный блок 3 – однородный цилиндр. На шкив 2 действует постоянный момент сопротивления $M_c = 8 \text{ Нм}$.

Дано: $m_1 = 10 \text{ кг}$, $m_2 = 7 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$,
 $R_2 = 0,5 \text{ м}$, $r_2 = 0,25 \text{ м}$. Радиус инерции ступенчатого шкива 2 $\rho_2 = 0,3 \text{ м}$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нитей на всех участках;
- 3) реакции оси шкива 2.

Задание 4.23



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянной силы $F = 70 \text{ Н}$. Груз перемещается на расстояние $s_1 = 0,5 \text{ м}$. Каток 3 (однородный цилиндр) катится по плоскости без скольжения. На блок 2 (однородный цилиндр) действует постоянный момент сопротивления $M_C = 5 \text{ Нм}$.

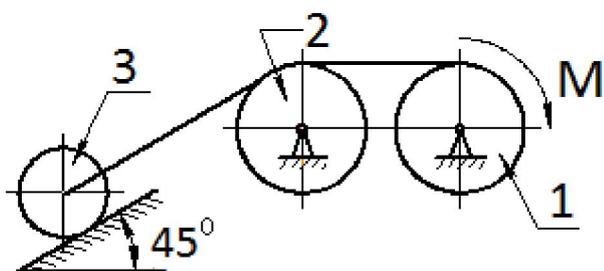
Дано: $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 5 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$, $R_2 = 0,6 \text{ м}$.

Трением груза о плоскость пренебречь.

Определить:

- 1) скорость и ускорение груза 1;
- 2) натяжения нити на обоих участках;
- 3) реакции оси шкива 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

Задание 4.24



Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием постоянного вращающего момента $M = 3,6 \text{ Нм}$. Однородный каток 3 катится по плоскости без скольжения. Центр катка 3 перемещается вверх по плоскости на расстояние $s = 1 \text{ м}$.

Дано: $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 2 \text{ кг}$.

Блоки 1 и 2 – однородные цилиндры радиуса $r_1 = r_2 = 0,2 \text{ м}$.

Определить:

- 1) скорость и ускорение центра катка;
- 2) натяжения нити на обоих участках;
- 3) реакции осей блоков 1 и 2;
- 4) силу трения между катком 3 и плоскостью.

