

Задача 3

Вычислить указанные значения функций.

$$8. \operatorname{ch}\left(1 + \frac{\pi i}{4}\right), e^{-0,5 - \frac{\pi i}{2}}.$$

Задача 4

Проверить, будет ли аналитической заданная функция.

$$8. e^{1+z}.$$

Задача 5

Установить, может ли данная функция служить вещественной или мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. Ниже через $u(x, y)$ обозначена вещественная часть искомой аналитической функции, а через $v(x, y)$ — мнимая часть.

$$8. v(x, y) = \operatorname{sh} y \sin x.$$

Задача 6

Определить круг сходимости заданного степенного ряда. Выяснить, сходится ли ряд в заданной точке z_1, z_2, z_3 (если сходится, то как: абсолютно или условно). Сделать рисунок.

Вар.	Ряд	z_1	z_2	z_3
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2i)^n(n+1+\operatorname{arctg} z)}$	0	$3i$	$2+i$

Задача 7

Найти все разложения заданной функции $f(z)$ по степеням $z - a$ и указать области этих разложений.

Замечания. 1. Для многозначной функции $\sqrt[3]{z}$ рассматривается та ее ветвь, которая на положительной части действительной оси принимает действительные значения.

2. Для многозначной функции $\operatorname{arctg} z$ рассматривается та ее ветвь, которая на положительной части действительной оси принимает действительные значения. При этом имеет место представление $\operatorname{arctg} z = \int_0^z \frac{dz}{1+z^2} = \frac{\pi}{2} + \int_\infty^z \frac{dz}{1+z^2}$.

$$8. f(z) = \frac{1}{\sqrt[3]{(16-12z+6z^2-z^3)^2}} \text{ по степ. } (z-2).$$

Задача 8

Найти все особые точки заданной функции $f(z)$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней.

$$8. f(z) = \frac{e^{iz}}{(z^2 - \pi^2)^2}.$$

Задача 9

Вычислить интеграл.

$$8. \oint_C \frac{e^z dz}{(z^2 - 1)^2}, \quad C: |z + 1| = 1.$$