

Составители: Панов Вадим Владимирович
Лосева Ирина Васильевна

УДК 620.10

Сопротивление материалов: методические указания для студентов-заочников. Ч. III / сост.: В.В. Панов, И.В. Лосева; Самарск. гос. арх.-строит. ун-т. Самара, 2007. - 42 с.

Содержат задания к контрольным работам с примерами расчета. Контрольные работы выполняются в пятом семестре и предназначены для студентов III курса специальности 290300 «Промышленное и гражданское строительство», а также в шестом семестре для студентов III курса специальностей 290700 «Теплоснабжение и вентиляция», 330400 «Пожарная безопасность».

Настоящие методические указания не могут быть полностью или частично воспроизведены, тиражированы (в том числе ксерокопированы) и распространены без разрешения Самарского государственного архитектурно-строительного университета.

Ответственный редактор Ю.Э. Сеницкий
Редактор Л.Н. Конаныхина
Технический редактор А.И. Непогодина
Корректор Е.М. Фоменкова

III

Подписано в печать 28.05.07г. Формат 60 x 84 1/16.
Бумага офсетная. Печать оперативная. Уч.-изд. л. 2,75. Усл. печ. л. 2,69.
Тираж 150 экз. Заказ №

Самарский государственный архитектурно-строительный университет
443001, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194.

© Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2007

УКАЗАНИЯ О ПОРЯДКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Данные методические указания являются логическим продолжением «Методических указаний и схем заданий к контрольным работам для студентов-заочников» (1 часть), поэтому нумерация задач в настоящих методических указаниях начинается с номера 8.

В процессе изучения второй части курса сопротивления материалов студенты заочного факультета специальности ПГС выполняют две контрольные работы. Третья контрольная работа включает в себя задачи 8,9,10, четвертая-11,12.

Исходные данные для выполнения работы каждый студент выписывает из таблиц в соответствии со своим учебным шифром, т.е. по трем последним цифрам номера зачетной книжки. Например, если номер зачетной книжки 99123, то первая цифра шифра 1, вторая-2, третья-3.

При решении задач нельзя допускать небрежность в изложении материала и его оформлении. Графики (эпюры) должны выполняться тщательно и с соблюдением масштаба.

Получив контрольную работу с рецензией, студент обязан внести все исправления и дополнения, соответствующие указаниям преподавателя. Если работа не зачтена, то после ее исправления (на отдельных листах) следует представить полностью всю работу для повторного рецензирования.

Контрольная работа, выполненная не по своему шифру, не зачитывается и возвращается студенту без ее проверки.

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ.

Задача 8. На столб заданного поперечного сечения в точке А верхнего торца действует внецентренно приложенная сжимающая продольная сила $P=150\text{ кН}$ (рис.1).

Требуется:

1. Определить положение центра тяжести.
2. Показать положение главных центральных осей инерции и вычислить значения главных моментов и квадратов главных радиусов инерции сечения.
3. Найти положение нулевой линии и показать ее на схеме сечения с указанием отрезков, отсекаемых на осях координат.
4. Определить наибольшие (растягивающие и сжимающие) напряжения в поперечном сечении и построить эпюру напряжений.
5. Построить ядро сечения и указать координаты его характерных точек.

Исходные данные взять из табл. 1

Таблица 1

Первая цифра шифра	$a,$ 10^{-2} м	Вторая цифра шифра	$b,$ 10^{-2} м	Третья цифра шифра (№ схемы)	Схема (рис.1)
1	20	1	50	1	1
2	25	2	55	2	2
3	30	3	60	3	3
4	40	4	65	4	4
5	20	5	70	5	5
6	25	6	50	6	6
7	30	7	55	7	7
8	40	8	60	8	8
9	20	9	65	9	9
0	25	0	70	0	0

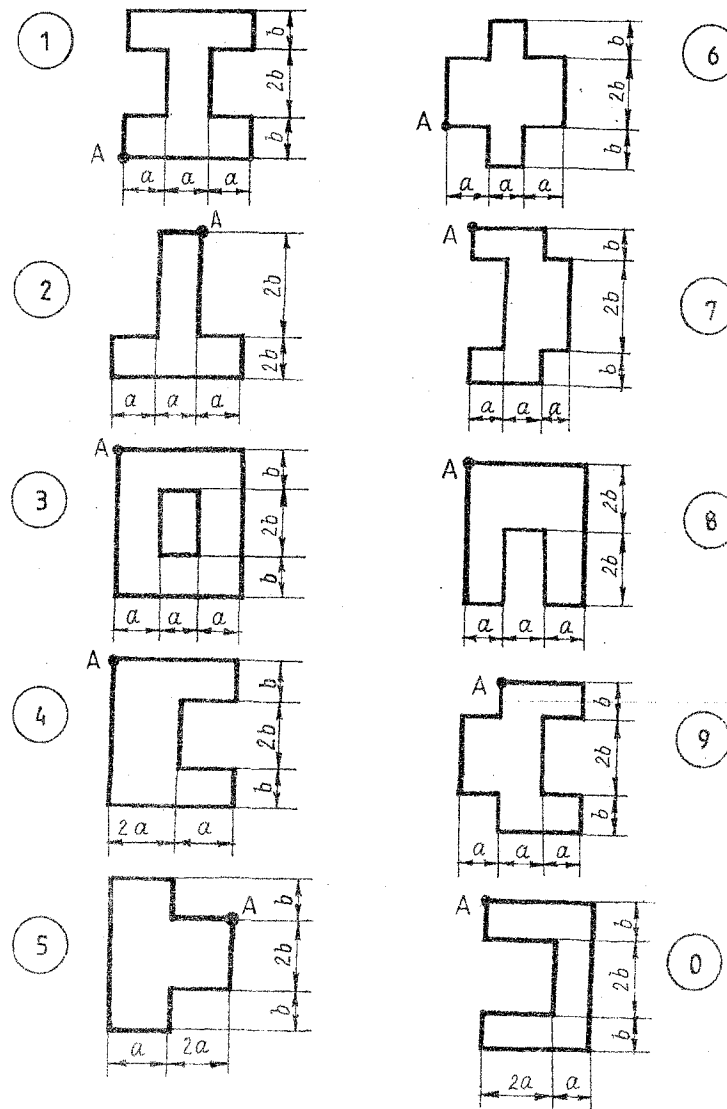


Рис. 1.

КРУЧЕНИЕ С ИЗГИБОМ

Задача 9. На рис. 2 изображена в аксонометрии ось ломаного стержня круглого поперечного сечения, расположенная в горизонтальной плоскости и имеющая прямые углы в точках А и В. На стержень действует вертикальная нагрузка.

Требуется:

1. Построить отдельно (в аксонометрии) эпюры изгибающих и крутящих моментов.
2. Установить опасное сечение и найти для него расчетный момент по третьей теории прочности.

Исходные данные взять из табл.2

Таблица 2.

Первая цифра шифра	α	Вторая цифра шифра	β	Третья цифра шифра (№ схемы)	Схема (рис.2)
1	1,1	1	1,0	1	1
2	1,2	2	0,9	2	2
3	1,3	3	0,8	3	3
4	1,4	4	0,7	4	4
5	1,5	5	0,6	5	5
6	0,6	6	1,5	6	6
7	0,7	7	1,4	7	7
8	0,8	8	1,3	8	8
9	0,9	9	1,2	9	9
0	1,0	0	1,1	0	0

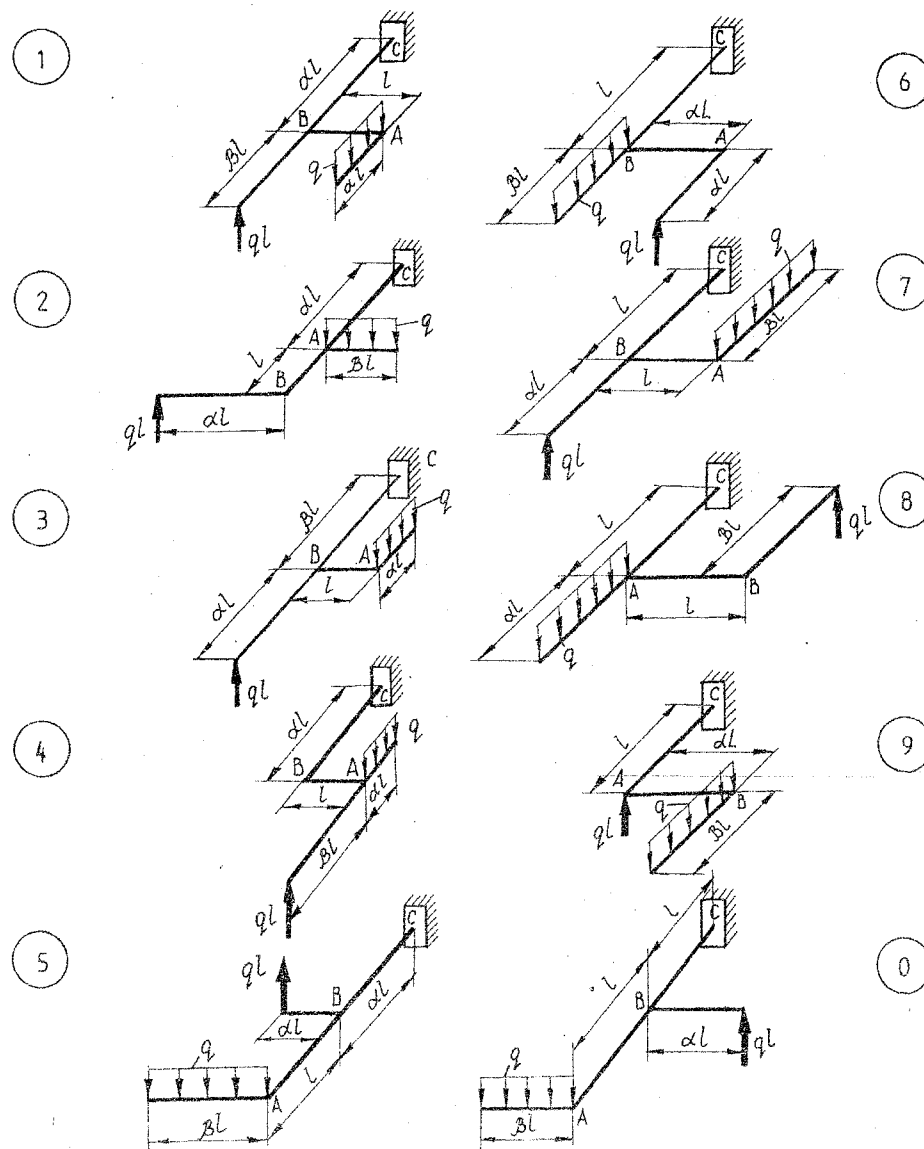


Рис. 2

КОСОЙ ИЗГИБ

Задача 10. Стальная балка АВ прямоугольного поперечного сечения, (рис.3) нагружена силами P_1 и P_2 , направленными по главным центральным осям поперечного сечения.

Требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов M_x и M_y в главных плоскостях инерции и установить положение опасного сечения.
2. Подобрать размеры поперечного сечения h и b при расчетном сопротивлении $R=200$ МПа.
3. Определить положение нулевой линии в опасном сечении балки и построить для этого сечения эпюру нормальных напряжений.
4. Найти значение полного прогиба и указать его направление:
 - а) Для консольных балок - в середине его длины;
 - б) Для балок на двух опорах - в середине пролета.

Исходные данные берутся из табл. 3

Таблица 3

Первая цифра шифра	P_1 , кН	P_2 , кН	Вторая цифра шифра	l , м	h/b	Третья цифра шифра (№ схемы)	Схема (рис.3)
1	1,0	0,1	1	3,0	1,1	1	1
2	1,2	0,2	2	3,2	1,2	2	2
3	1,3	0,3	3	3,6	1,3	3	3
4	1,4	0,4	4	3,8	1,4	4	4
5	1,5	0,5	5	4,0	1,5	5	5
6	1,6	0,6	6	4,4	1,6	6	6
7	1,7	0,7	7	4,8	1,7	7	7
8	1,8	0,8	8	5,0	1,8	8	8
9	1,9	0,9	9	5,2	1,9	9	9
0	2,0	1,0	0	5,6	2,0	0	0

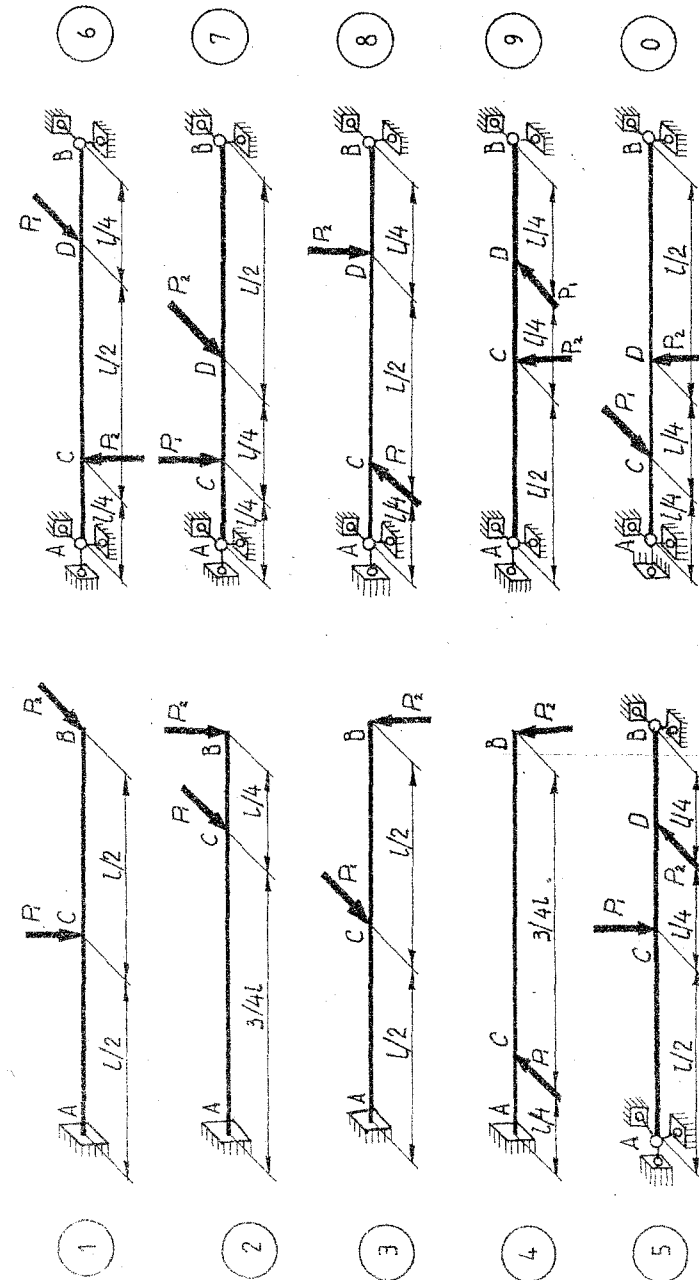


Рис.3

УСТОЙЧИВОСТЬ

Задача 11. Для стойки двутаврового поперечного сечения, одинаково закрепленной в обеих плоскостях центрально сжатой силой P , по заданной схеме (рис.4,а).

Требуется:

1. Определить грузоподъемность P стойки из двутавра.
2. Для найденной грузоподъемности в целях лучшего использования материала заменить двутавр более рациональным сечением из двух двутавров или двух швеллеров, соединенных планками на сварке (рис.4,б), подобрать для нового варианта сечение, сравнить его по площади с первоначальным. Расчетное сопротивление материала $R=200 \text{ МПа}$.

Исходные данные взять из табл. 4

Таблица 4

Первая цифра шифра	Расчетная схема стойки	Вторая цифра шифра	l , м	Двутавр	Третья цифра шифра (№ схемы)	Схема для подбора нового сечения (рис.4,б)
1	1	1	2,6	27	1	1
2	2	2	2,8	30	2	2
3	3	3	3,0	33	3	3
4	4	4	3,2	36	4	2
5	1	5	3,4	40	5	1
6	2	6	3,6	45	6	2
7	3	7	3,8	27	7	3
8	4	8	4,0	30	8	1
9	1	9	4,2	50	9	2
0	2	0	4,4	55	0	3

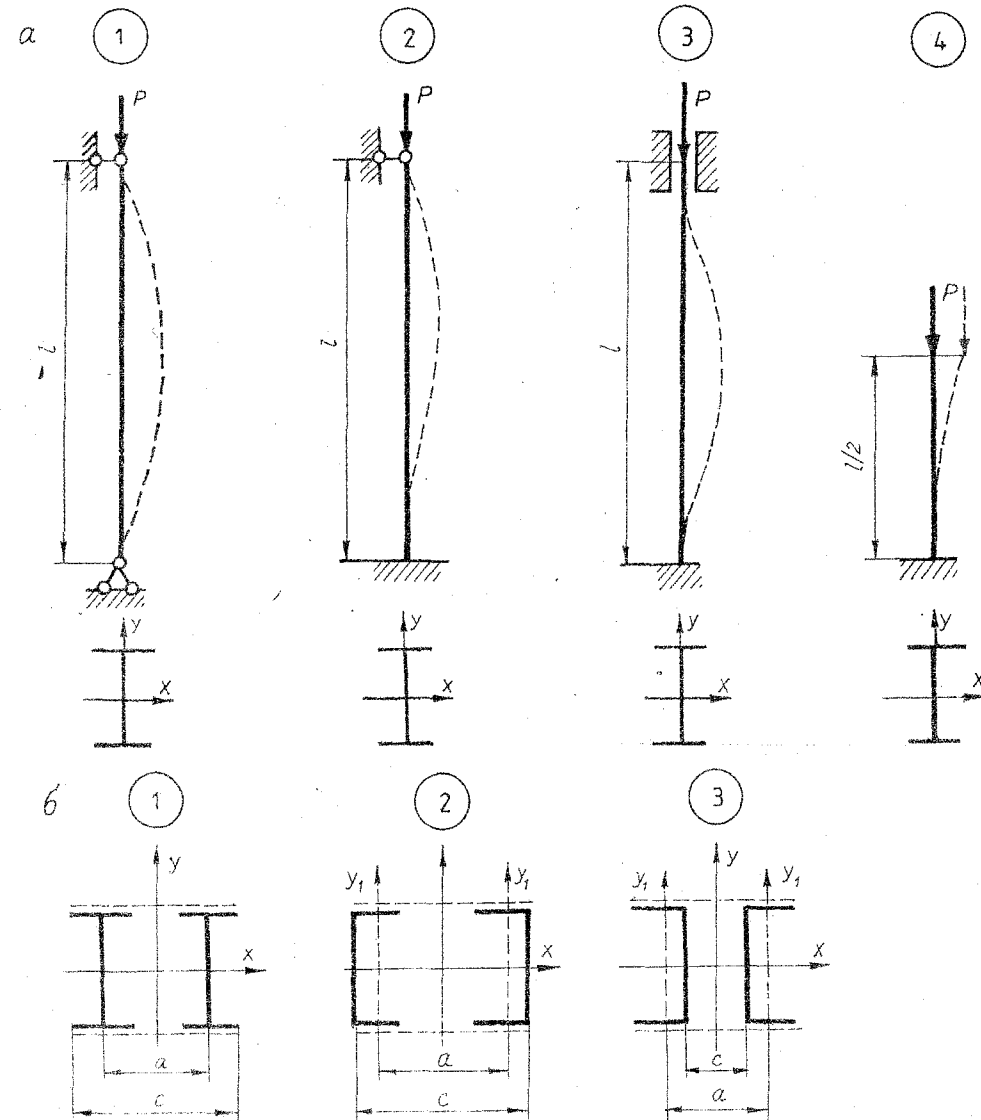


Рис.4

УДАРНАЯ НАГРУЗКА

Задача 12. На двутавровую балку, свободно лежащую на двух жестких опорах, с высоты h падает груз Q (рис.5).

Требуется:

1. Найти наибольшее нормальное напряжение в балке.
2. Решить аналогичную задачу при условии, что правая опора заменена пружиной, податливость которой (т.е. осадка от груза 1 кН) равна α .

Исходные данные взять из табл.5.

Таблица 5

Первая цифра цифра	l м	Q , кН	h , 10^{-2} м	Вторая цифра цифра	Двутавр	Третья цифра цифра (№ схемы)	Схема (рис.1)	α , $10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{кН}}$
1	2,1	1,1	3	1	20	1	1	21
2	2,2	1,2	4	2	22	2	2	22
3	2,3	0,3	5	3	24	3	3	23
4	2,4	0,4	6	4	27	4	4	24
5	2,5	0,5	7	5	30	5	5	25
6	2,6	0,6	8	6	33	6	6	26
7	2,7	0,7	9	7	36	7	7	27
8	2,8	0,8	10	8	22	8	8	28
9	2,9	0,9	11	9	24	9	9	29
0	3,0	1,0	12	0	27	0	0	30

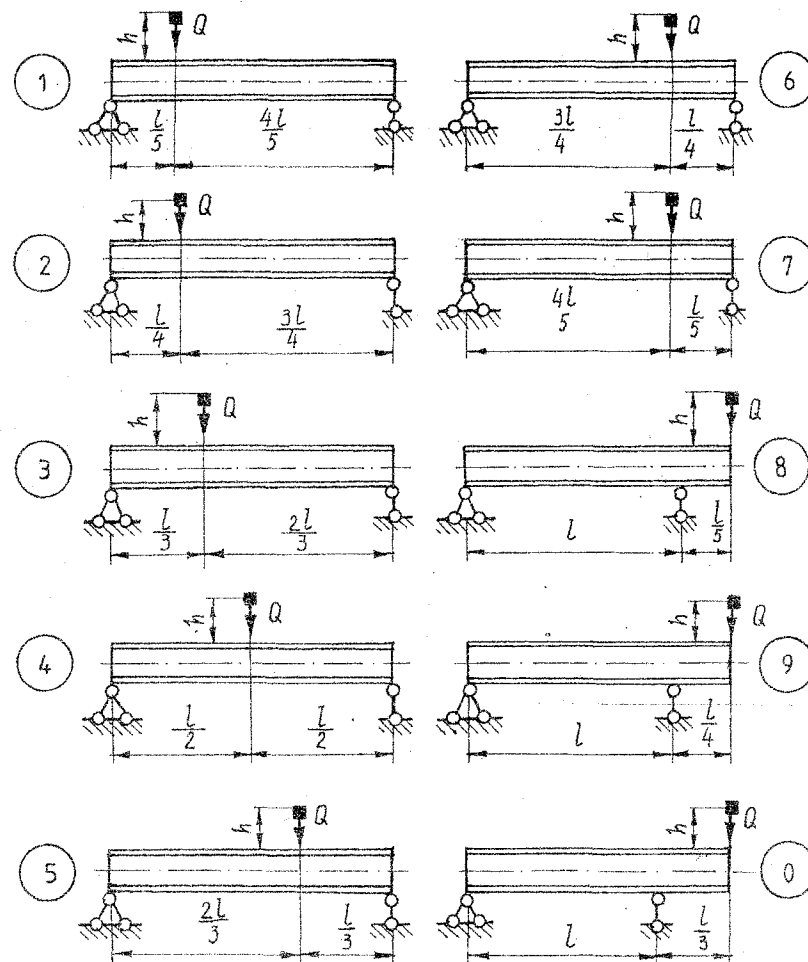


Рис. 5

Примеры расчетов

Пример расчета (задача 8). На столб заданного поперечного сечения ($a=b=0,4\text{ м}$) в точке А верхнего торца действует продольная сила $P=150\text{ кН}$ (рис.6,а).

Требуется: 1) определить положение центра тяжести и показать положение главных центральных осей инерции; 2) вычислить значения главных моментов и квадратов главных радиусов инерции сечения; 3) найти положение нулевой линии; 4) определить наибольшие (растягивающие и сжимающие) напряжения и построить эпюру напряжений; 5) построить ядро сечения.

Решение

1. Определять положение центра тяжести и показать положение главных центральных осей инерции. Так как поперечное сечение (рис. 6,а) имеет одну ось симметрии y_c , то, естественно, центр тяжести площади расположен на этой оси, $x_c=0$. Сложную фигуру разобьем на простые, в данном случае на прямоугольники. Берем вспомогательную ось x_1 , проходящую через центр тяжести нижнего прямоугольника (рис. 6,а). Статический момент площади относительно этой оси будет

$$S_{x_1} = a \cdot 2\sigma(\sigma + \frac{\sigma}{2}) = 0,4 \cdot 0,8 \cdot (0,4 + 0,2) = 0,192 \text{ м}^3.$$

Площадь сечения

$$F = 3a \cdot e + a \cdot 2e = 1,2 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,8 = 0,8 \text{ м}^2.$$

Расстояние центра тяжести от вспомогательной оси x_1

$$y_c = \frac{S_{x_1}}{F} = \frac{0,192}{0,8} = 0,24 \text{ м.}$$

Вторая главная центральная ось x_c проходит через центр тяжести сечения S перпендикулярно оси y_c (рис. 6,а).

2. Вычислить значения главных моментов и квадратов главных радиусов инерции. Моменты инерции определяем по формулам:

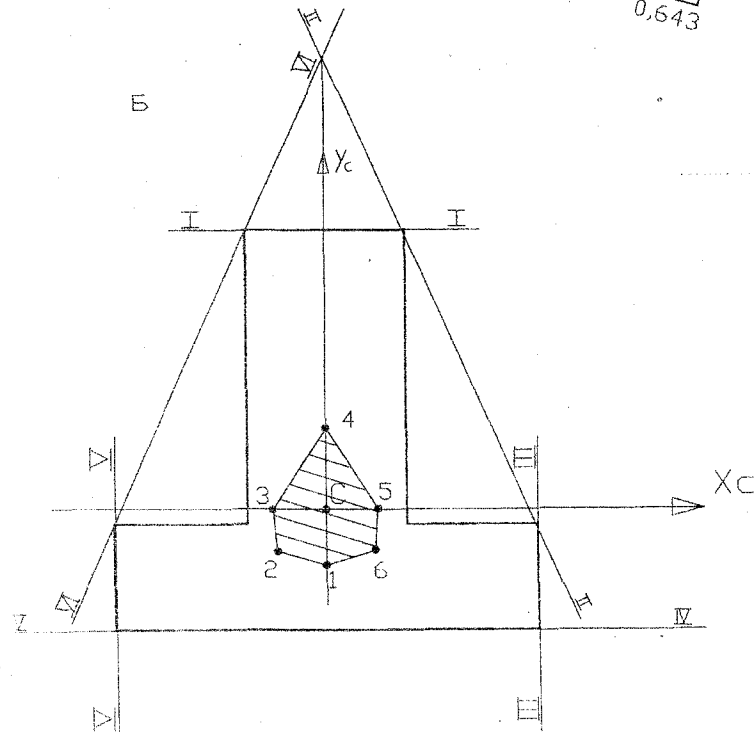
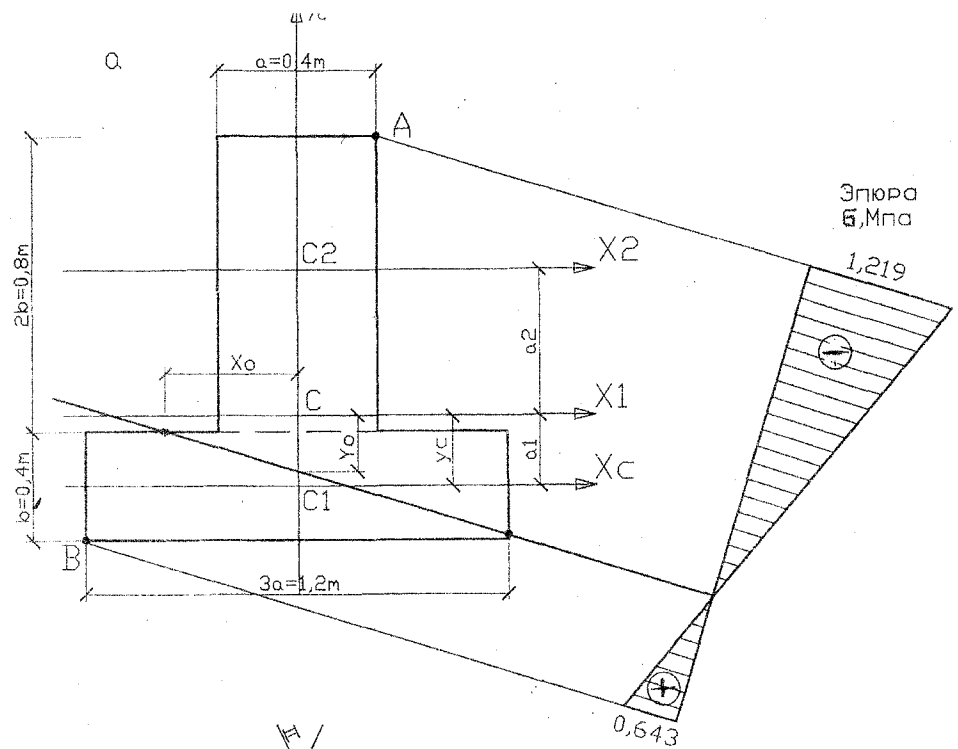
$$J_{X_c} = J_{X_c}^I + J_{X_c}^{II} = 0,0340 + 0,0586 = 0,0926 \text{ M}^4.$$

$$J_{x_c}^1 = J_{x_1}^1 + a_1^2 F_1 = \frac{3a \cdot \sigma^3}{12} + (-y_c)^2 \cdot 3a\sigma =$$

$$= \frac{1,2 \cdot 0,4^3}{12} + (-0,24)^2 \cdot 1,2 \cdot 0,4 = 0,0340 M^4.$$

$$\begin{aligned} J_{x_c}^{11} &= J_{x_2}^{11} + a_2^2 F_2 = \frac{a \cdot (2\delta)^3}{12} + (1,5\delta - y_c)^2 \cdot a 2\delta = \\ &= \frac{0,4 \cdot 0,8^3}{12} + (0,6 - 0,24)^2 \cdot 0,4 \cdot 0,8 = 0,0586 \text{ м}^4. \end{aligned}$$

$$J_{Y_c} = J_{Y_c}^I + J_{Y_c}^{II} = \frac{e \cdot (3a)^3}{12} + \frac{2e \cdot a^3}{12} = \frac{0,4 \cdot 1,2^3}{12} + \frac{0,8 \cdot 0,4^3}{12} = 0,0619 \text{ M}^4.$$



Вычисляем квадраты главных радиусов инерции:

$$i_{x_c}^2 = \frac{J_{x_c}}{F} = \frac{0,0926}{0,8} = 0,116 \text{ м}^2.$$

$$i_{y_c}^2 = \frac{J_{y_c}}{F} = \frac{0,0619}{0,8} = 0,0774 \text{ м}^2.$$

3. Найти положение нулевой линии.

Отрезки, отсекаемые нулевой линией на главных центральных осях инерции, определяются по формулам:

$$x_0 = -\frac{i_{y_c}^2}{x_p} = -\frac{0,0774}{0,2} = -0,387 \text{ м},$$

$$y_0 = -\frac{i_{x_c}^2}{y_p} = -\frac{0,116}{0,76} = -0,153 \text{ м},$$

где $x_p = 0,5a = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2 \text{ м}$ и $y_p = 2,5b - y_c = 2,5 \cdot 0,4 - 0,24 = 0,76 \text{ м}$ — координаты точки приложения силы P (точка А рис. 6,а). Отложив отрезки x_0 и y_0 , соответственно, на осях x_c и y_c и проведя через их концы прямую, получим нулевую линию сечения, т.е. геометрическое место точек, где нормальные напряжения равны нулю ($\sigma = 0$) (рис. 6,а).

4. Определить наибольшие (растягивающие и сжимающие) напряжения и построить эпюру нормальных напряжений. Точка А, координаты которой $x_A = 0,2 \text{ м}$ и $y_A = 0,76 \text{ м}$, наиболее удалена от нулевой линии в сжатой зоне сечения, поэтому наибольшие сжимающие напряжения возникают в ней и определяются по формуле:

$$\sigma_A = -\frac{P}{F} \left[1 + \frac{y_p y_A}{i_{x_c}^2} + \frac{x_p x_A}{i_{y_c}^2} \right] = -\frac{150}{0,8} \left[1 + \frac{0,76 \cdot 0,76}{0,116} + \frac{0,2 \cdot 0,2}{0,0774} \right] = -1219 \text{ кН/м}^2.$$

Наибольшие растягивающие напряжения возникают в точке В, имеющей координаты $x_B = -0,6 \text{ м}$ и $y_B = -0,44 \text{ м}$:

$$\sigma_B = -\frac{P}{F} \left[1 + \frac{y_p y_B}{i_{x_c}^2} + \frac{x_p x_B}{i_{y_c}^2} \right] = -\frac{150}{0,8} \left[1 + \frac{0,76 \cdot (-0,44)}{0,116} + \frac{0,2 \cdot (-0,6)}{0,0774} \right] = 643 \text{ кН/м}^2.$$

По полученным значениям σ_A и σ_B строим эпюру нормальных напряжений (рис. 6,а).

5. Построить ядро сечения.

Для построения ядра сечения рассмотрим четыре положения касательной к контуру сечения I-I, II-II, III-III, IV-IV (рис. 6,б). Отрезки, отсекаемые касательной I-I на осях координат, равны:

$$x_{01} = \infty; \quad y_{01} = 0,76 \text{ м}.$$

Координаты граничной точки 1 ядра сечения определяются по формулам:

$$x_{p1} = -\frac{i_{y_c}^2}{x_{01}} = -\frac{0,0774}{\infty} = 0; \quad y_{p1} = -\frac{i_{x_c}^2}{y_{01}} = -\frac{0,116}{0,76} = -0,153 \text{ м}.$$

Касательная II-II отсекает отрезки $x_{02} = 0,58 \text{ м}; \quad y_{02} = 1,16 \text{ м}.$

Соответственно, координаты граничной точки 2:

$$x_{p2} = -\frac{i_{y_c}^2}{x_{02}} = -\frac{0,0774}{0,58} = -0,133 \text{ м}; \quad y_{p2} = -\frac{i_{x_c}^2}{y_{02}} = -\frac{0,116}{1,16} = -0,1 \text{ м}.$$

Касательная III-III отсекает отрезки $x_{03} = 0,6 \text{ м}; \quad y_{03} = \infty.$

Координаты граничной точки 3:

$$x_{p3} = -\frac{i_{y_c}^2}{x_{03}} = -\frac{0,0774}{0,6} = -0,129 \text{ м}; \quad y_{p3} = -\frac{i_{x_c}^2}{y_{03}} = -\frac{0,116}{\infty} = 0.$$

Касательная IV-IV отсекает отрезки $x_{04} = \infty; \quad y_{04} = -0,44 \text{ м}.$

Координаты граничной точки 4:

$$x_{p4} = -\frac{i_{y_c}^2}{x_{04}} = -\frac{0,0774}{\infty} = 0; \quad y_{p4} = -\frac{i_{x_c}^2}{y_{04}} = \frac{0,116}{-0,44} = -0,264 \text{ м}.$$

Координаты граничных точек второй половины ядра сечения можно не определять, т.к. сечение столба симметрично относительно оси y_c . Учитывая это, для касательных V-V, VI-VI координаты граничных точек 5 и 6 будут:

$$x_{p5} = 0,129 \text{ м}; \quad y_{p5} = 0; \quad x_{p6} = 0,133 \text{ м}; \quad y_{p6} = -0,1 \text{ м}.$$

Соединив последовательно точки 1, 2, 3, 4, 5 и 6 прямыми, получим ядро рассматриваемого сечения (рис. 6,б).

Пример расчета (задача 9). Дан пространственный консольный стержень с ломаными очертаниями осевой линии, нагруженный вертикальной сосредоточенной силой $P = ql$ и равномерно распределенной нагрузкой q (рис. 7,а).

Требуется: 1) построить отдельно (в аксонометрии) эпюры изгибающих M_x и крутящих M_z моментов; 2) установить опасное сечение и найти для него расчетный момент по третьей теории прочности.

Решение

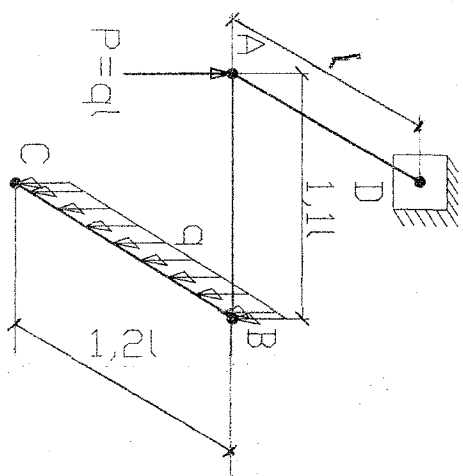
1. Построить отдельно в аксонометрии эпюры M_x, M_z .

Ломаный стержень имеет три участка СВ, ВА, АД (рис. 7,б).

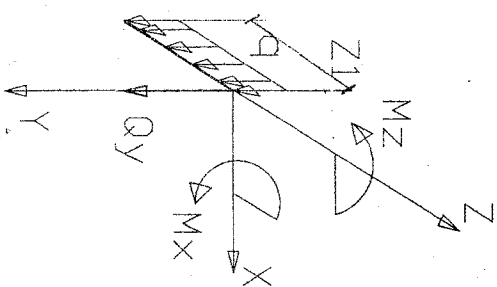
При этом, после рассечения стержня на две части, будем рассматривать равновесие оставшейся части, не связанной с заделкой (чтобы избежать предварительного определения опорных реакций). Внутренние силовые факторы можно рассматривать как реакции, действующие в сечении на оставшуюся часть со стороны отброшенной части, поэтому процесс определения двух величин M_x, M_z может быть сведен к известному процессу определения опорных реакций.

Следует отметить, что при определении опорных реакций их направление можно указать произвольно, а затем из решения уравнения равновесия будет ясно, как в действительности действует реакция: если результат положительный, то реакция действует именно так, как мы предварительно указали, если отрицательный, то наоборот.

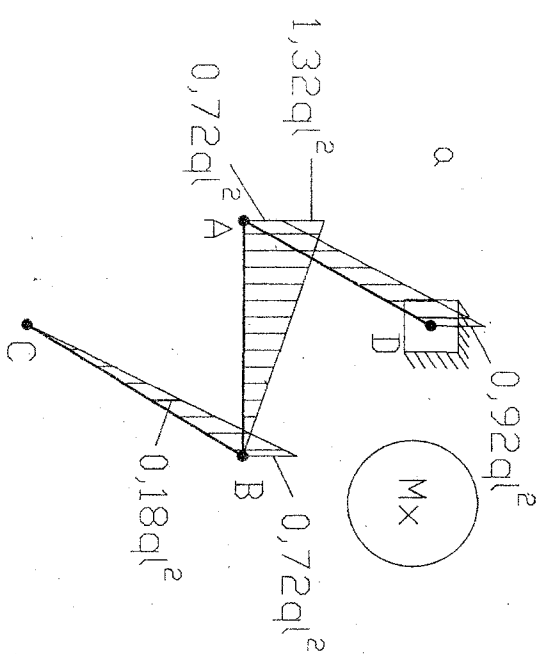
а



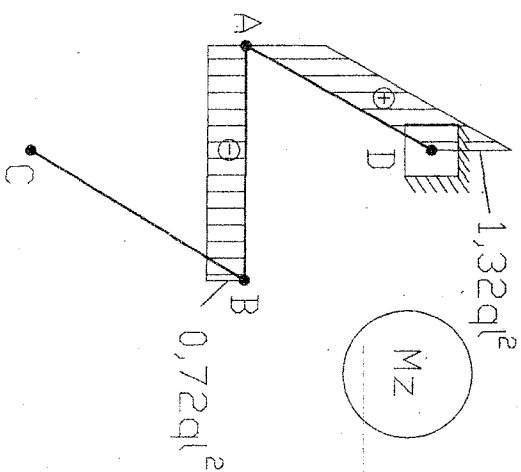
Б



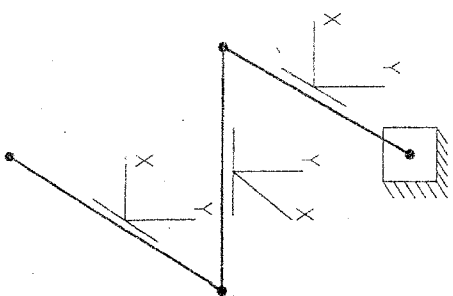
а



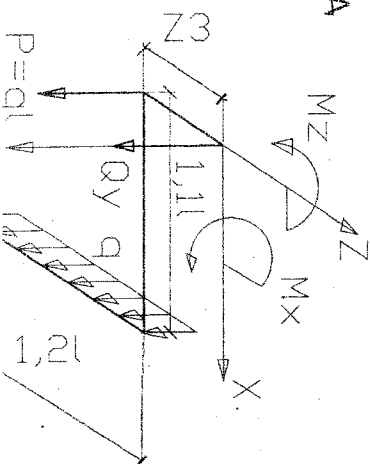
Б



Б



А



- При построении эпюр будем руководствоваться следующими правилами:
- ординаты эпюры M_x будем откладывать перпендикулярно оси стержня со стороны растянутого волокна;
 - крутящий момент M_z считается положительным, если при взгляде на сечение со стороны внешней нормали он виден вращающим стержень по ходу часовой стрелки.

Участок СВ ($0 \leq Z_1 \leq 1,2l$).

Оставшаяся часть изображена на рис.7,в. В центре сечения помещаем систему координат. Оси x и y совпадают с направлением главных осей инерции сечения, показанных на рис.7,б. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum M_x = 0; M_x + qZ_1 \frac{Z_1}{2} = 0; M_x = -\frac{qZ_1^2}{2};$$

$$Z_1 = 0, M_x(0) = 0; Z_1 = 0,6l, M_x(0,6l) = -\frac{q \cdot (0,6l)^2}{2} = -0,18ql^2;$$

$$Z_1 = 1,2l, M_x(1,2l) = -\frac{q \cdot (1,2l)^2}{2} = -0,72ql^2.$$

Для определения M_z покажем его так, чтобы при взгляде на сечение он был виден вращающим стержень по часовой стрелке, и составим уравнение равновесия (рис.7, в):

$$\sum m_z = 0; M_z = 0.$$

Участок АВ ($0 \leq Z_2 \leq 1,1l$).

Оставшаяся часть изображена на рис.7,г. В центре сечения помещаем систему координат. Оси x и y совпадают с направлением главных осей инерции сечения, показанных на рис.7,б. Процесс определения внутренних силовых факторов на этом участке такой же, как и на предыдущем.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum M_x = 0; M_x + q \cdot 1,2l \cdot Z_2 = 0; M_x = -1,2ql \cdot Z_2;$$

$$Z_2 = 0, M_x(0) = 0; Z_2 = 1,1l, M_x(1,1l) = -1,32ql^2.$$

$$\sum m_z = 0; M_z + q \cdot 1,2l \cdot 0,6l = 0; M_z = -0,72ql^2.$$

участок АД ($0 \leq Z_3 \leq l$).

Оставшаяся часть изображена на рис.7,д. В центре сечения помещаем систему координат. Оси x и y совпадают с направлением главных осей инерции сечения, показанных на рис.7,б.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum M_x = 0; M_x + q \cdot 1,2l(0,6l + Z_3) - ql \cdot Z_3 = 0;$$

$$M_x = -q \cdot 1,2l(0,6l + Z_3) + ql \cdot Z_3,$$

$$Z_3 = 0, M_x(0) = -0,72ql^2; Z_3 = l, M_x(l) = -0,92ql^2.$$

$$\sum m_z = 0; M_z - q \cdot 1,2l \cdot 1,1l = 0; M_z = 1,32ql^2.$$

Строим отдельно в аксонометрии эпюры изгибающих M_x (рис.8,а) и крутящих M_z (рис.8,б) моментов для всех участков консольного стержня.

2. Установить опасное сечение и найти для него расчетный момент по третьей теории прочности.

По эпюрам M_x и M_z устанавливаем, что опасным является сечение, бесконечно близкое к точке Д. Для круглого сечения расчетный момент по третьей теории прочности находится по формуле

$$M_{расч} = \sqrt{M_x^2 + M_z^2} = \sqrt{(0,92ql^2)^2 + (1,32ql^2)^2} = 1,61ql^2.$$

Пример расчета (задача 10). Стальная балка АВ прямоугольного сечения, (рис.9,а) нагружена силами P_1 и P_2 .

Требуется: 1) построить эпюры изгибающих моментов M_x и M_y в главных плоскостях инерции и установить положение опасного сечения; 2) подобрать размеры поперечного сечения h и b при расчетном сопротивлении $R=200\text{МПа}$; 3) определить положение нулевой линии в опасном сечении балки и построить для сечения эпюру нормальных напряжений; 4) найти значение полного прогиба и указать его направление.

Исходные данные: $P_1 = 3\text{кН}$; $P_2 = 1\text{кН}$; $h/b = 1,8$; $l = 4\text{м}$.

Решение

1. Построить эпюры изгибающих моментов в главных плоскостях инерции и установить положение опасного сечения.

Ввиду симметричности сечения балки относительно осей x и y (рис.9,а), можно сделать вывод, что эти оси-главные. Для построения эпюр изгибающих моментов, используя принцип независимости действия сил, представим кривой изгиб как изгиб в двух главных центральных плоскостях инерции бруса (рис.9,б). Определив опорные реакции, составим аналитические выражения изгибающих моментов и вычислим их значения в характерных сечениях. Построим эпюры изгибающих моментов M_x и M_y (рис.9,в,г), откладывая ординаты со стороны растянутых волокон.

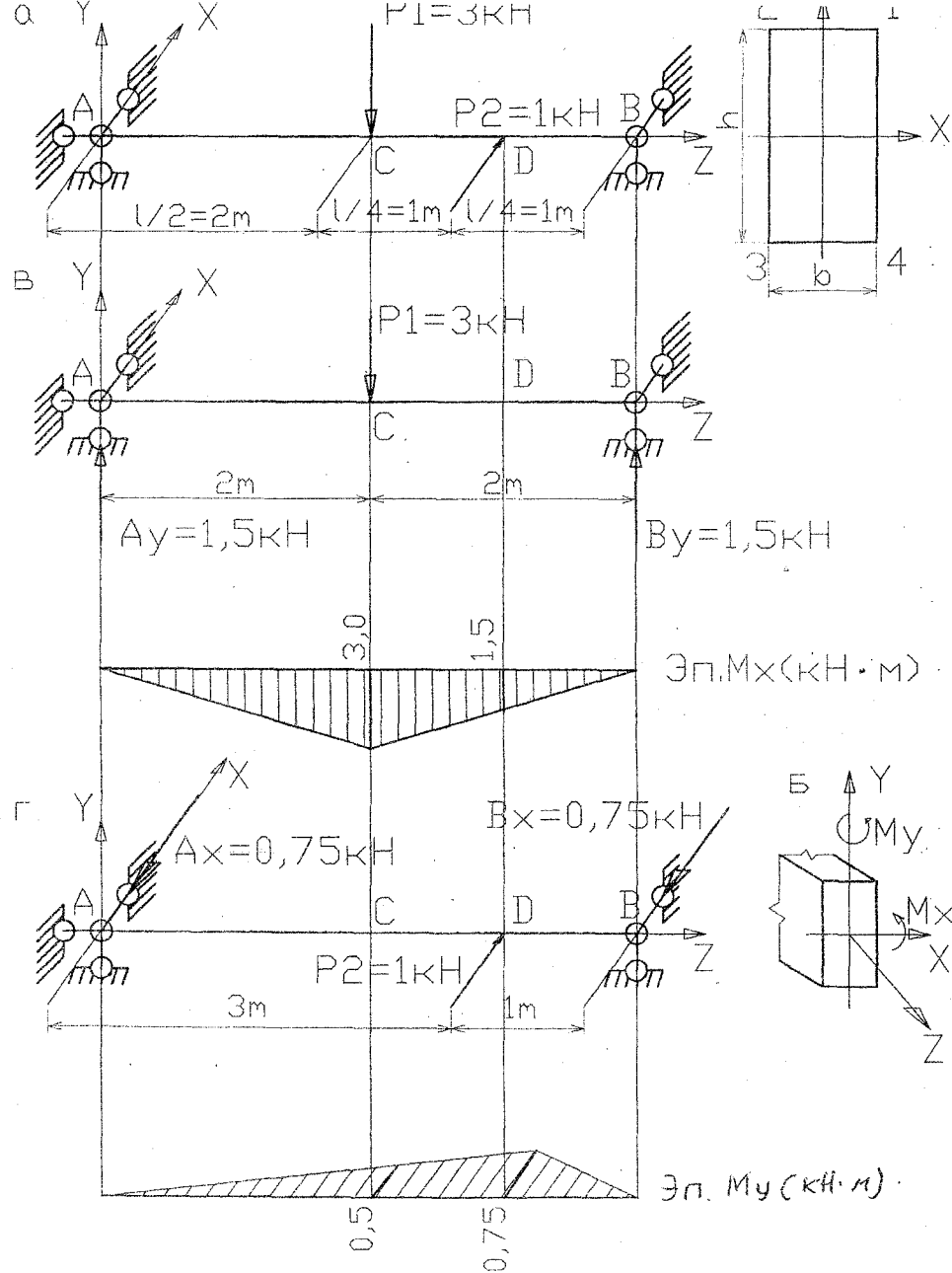


Рис.9

Сравнивая ординаты эпюр M_x и M_y , делаем вывод, что опасными могут быть сечения С или Д, т.к. в них предположительно возникают наибольшие по величине изгибающие моменты. Для того, чтобы установить, какое из них является наиболее опасным, нужно вычислить возникающие в сечениях С и Д наибольшие нормальные напряжения и сравнить их.

2. Подберем размеры поперечного сечения h и b при расчетном сопротивлении $R = 200\text{МПа} = 200 \cdot 10^3 \text{кН/м}^2$.

Максимальное нормальное напряжение будет в одном из углов прямоугольника и определяется по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{1}{W_x} \left(M_x + \frac{W_x}{W_y} M_y \right),$$

но для прямоугольного сечения $\frac{W_x}{W_y} = \frac{h}{b}$,

тогда
$$\sigma_{\max} = \frac{1}{W_x} \left(M_x + \frac{h}{b} M_y \right) \leq R,$$

откуда
$$W_x = \frac{M_x + \frac{h}{b} M_y}{R}.$$

Момент сопротивления сечения W_x определяется следующим образом:

Сечение С: $M_x = 3\text{кН} \cdot \text{м}$; $M_y = 0,5\text{кН} \cdot \text{м}$;

$$W_x = \frac{3 + 1,8 \cdot 0,5}{200 \cdot 10^3} = 19,5 \cdot 10^{-6} \text{м}^3;$$

Сечение Д: $M_x = 1,5\text{кН} \cdot \text{м}$; $M_y = 0,75\text{кН} \cdot \text{м}$;

$$W_x = \frac{1,5 + 1,8 \cdot 0,75}{200 \cdot 10^3} = 14,25 \cdot 10^{-6} \text{м}^3.$$

Сравнивая эти значения, заключаем – опасным является сечение С. Из него и найдем размеры балки.

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = 19,5 \cdot 10^{-6} \text{ или } \frac{b(1,8b)^2}{6} = 19,5 \cdot 10^{-6},$$

откуда

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 19,5 \cdot 10^{-6}}{3,24}} = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{м}, \quad h = 1,8 \cdot 3,3 \cdot 10^{-2} = 5,94 \cdot 10^{-2} \text{м}.$$

3. Определить положение нулевой линии в опасном сечении балки и построить для этого сечения эпюру нормальных напряжений.

Найдем положение нулевой линии в сечении С по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{J_x}{J_y},$$

$\operatorname{tg} \varphi$ определим по рис.10а, где показано направление M_x , M_y и M :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{M_y}{M_x} = \frac{0,5}{3} = 0,167.$$

Для прямоугольника известно также отношение

$$\frac{J_x}{J_y} = \left(\frac{h}{b}\right)^2 = 1,8^2 = 3,24,$$

тогда $\operatorname{tg} \alpha = 0,167 \cdot 3,24 = 0,54$, откуда $\alpha \approx 28,4^\circ$.

Нулевая линия пройдет в тех четвертях поперечного сечения, в которых изгибающие моменты будут вызывать нормальные напряжения разных знаков. В нашем случае это будет первая и третья четверти. Поэтому, отложив угол $\alpha = 28,4^\circ$ от оси x против хода часовой стрелки, проводим нулевую линию (рис.10а) и заключаем, что в точке 4 будут иметь место наибольшие положительные, а в точке 2 — наибольшие отрицательные нормальные напряжения, т.к. эти точки наиболее удалены от нулевой линии.

Определим напряжения в точках 4,2 по формуле

$$\sigma_i = \frac{M_x}{J_x} y_i + \frac{M_y}{J_y} x_i.$$

Предварительно вычислим осевые моменты инерции сечения по следующим зависимостям:

$$J_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{3,3 \cdot 10^{-2} \cdot (5,94 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 57,6 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$J_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{5,94 \cdot 10^{-2} \cdot (3,3 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 17,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

точка 4: $x_4 = 1,65 \cdot 10^{-2} \text{ м}; y_4 = 2,97 \cdot 10^{-2} \text{ м};$

$$\sigma_4 = \frac{3 \cdot 2,97 \cdot 10^{-2}}{57,6 \cdot 10^{-8}} + \frac{0,5 \cdot 1,65 \cdot 10^{-2}}{17,8 \cdot 10^{-8}} = 200 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 200 \text{ МПа};$$

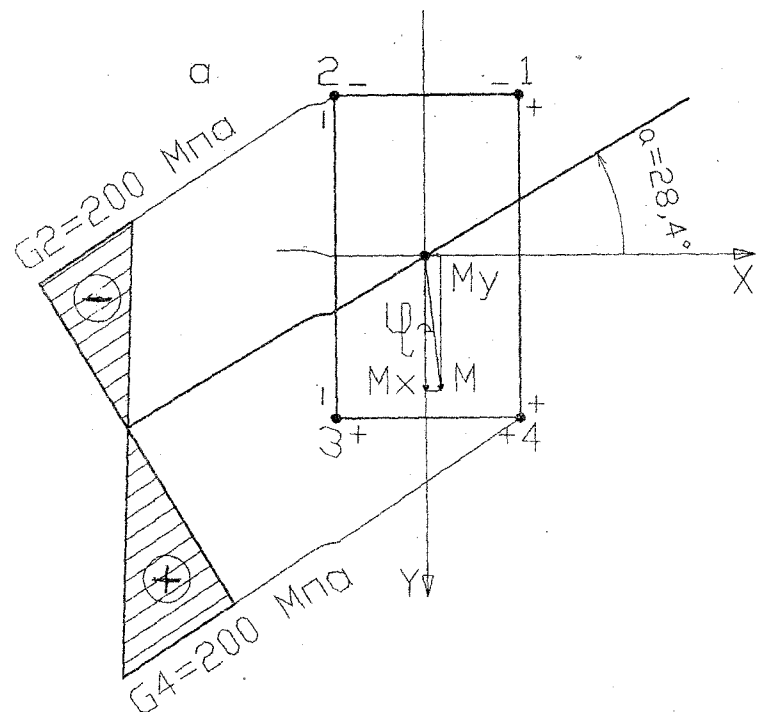
точка 2: $x_2 = -1,65 \cdot 10^{-2} \text{ м}; y_2 = -2,97 \cdot 10^{-2} \text{ м};$

$$\sigma_2 = \frac{3 \cdot (-2,97 \cdot 10^{-2})}{57,6 \cdot 10^{-8}} + \frac{0,5 \cdot (-1,65 \cdot 10^{-2})}{17,8 \cdot 10^{-8}} = -200 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = -200 \text{ МПа}.$$

Отложив в удобном масштабе полученные величины напряжений, построим эпору напряжений σ (рис.10,а).

4. Найти значение полного прогиба в середине пролета балки и указать его направление.

Полный прогиб (перемещение центра тяжести сечения С) вычисляем по формуле



Б

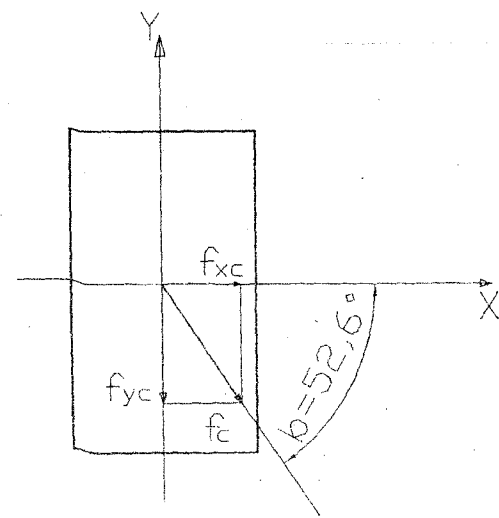


Рис.10

$$f_c = \sqrt{f_{x_c}^2 + f_{y_c}^2},$$

где f_{x_c}, f_{y_c} - проекции полного прогиба на главные оси. Эти величины можно определить методом начальных параметров. Начало координат поместим на левом конце балки в точке А.

Прогиб в плоскости xOz . Начальные параметры:

$$f_{x_0} = 0; \theta_0 \neq 0.$$

Составим выражение прогибов $f_x(z)$ с помощью универсального уравнения упругой линии балки

$$EJ_y f_x(z) = EJ_y \theta_0 z - \frac{A_x z^3}{6} + \frac{P_2(z - 0,75l)^3}{6} \quad (1)$$

Величину θ_0 определим из условия, что при $f_x(l) = 0$. Подставляя в выражение (1) $z = l = 4\text{ м}$, получим:

$$0 = EJ_y \theta_0 \cdot 4 - \frac{0,25 \cdot 4^3}{6} + \frac{1(4-3)^3}{6}; \theta_0 = \frac{16}{24EJ_y} - \frac{1}{24EJ_y} = \frac{15}{24EJ_y}.$$

Окончательное выражение прогибов $f_x(z)$ будет иметь вид:

$$EJ_y f_x(z) = \frac{15z}{24} - \frac{A_x z^3}{6} + \frac{P_2(z - 0,75l)^3}{6} \quad (2)$$

Для определения прогиба в середине пролета подставим $z = 0,5l = 2\text{ м}$ в выражение (2)

$$EJ_y f_{x_c} = \frac{30}{24} - \frac{0,25 \cdot 2^3}{6} + \frac{1(2-1,5)^3}{6} = 0,94 \text{ кН} \cdot \text{м}^3.$$

Учитывая, что $E = 2 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2$ и $J_y = 17,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$, получаем:

$$f_{x_c} = \frac{0,94}{EJ_y} = \frac{0,94}{2 \cdot 10^8 \cdot 17,8 \cdot 10^{-8}} = 0,0264 \text{ м}.$$

Прогиб в плоскости yOz . Начальные параметры

$$f_{y_0} = 0; \theta_0 \neq 0.$$

Выражение для прогибов $f_y(z)$ получаем с помощью метода начальных параметров.

$$EJ_x f_y(z) = EJ_x \theta_0 \cdot z + \frac{A_y \cdot z^3}{6} - \frac{P_1(z - 0,5l)^3}{6} \quad (3)$$

Подставляя $z = l = 4\text{ м}$ в выражение (3) и учитывая, что в точке В прогиб равен нулю, получаем уравнение для определения θ_0 :

$$EJ_x \theta_0 \cdot 4 + \frac{1,5 \cdot 4^3}{6} - \frac{3 \cdot (4-2)^2}{6} = 0, \quad \theta_0 = -\frac{96}{24EJ_x} + \frac{24}{24EJ_x} = -\frac{3}{EI}.$$

Окончательно выражение для прогибов $f_y(z)$ будет иметь вид:

$$EJ_x f_y(z) = -3 \cdot z + \frac{1,5z^3}{6} - \frac{3(z-2)^3}{6} \quad (4)$$

Для определения прогиба в середине пролета подставим $z = 0,5l = 2\text{ м}$ в выражение (4):

$$EJ_x f_{y_c} = -3 \cdot 2 + \frac{1,5 \cdot 2^3}{6} = -4 \text{ кН} \cdot \text{м}^3;$$

$$f_{y_c} = -\frac{4}{EJ_x} = -\frac{4}{2 \cdot 10^8 \cdot 57,6 \cdot 10^{-8}} = -0,0347 \text{ м}.$$

Определим величину модуля вектора полного прогиба

$$f_c = \sqrt{0,0264^2 + (-0,0347)^2} = 0,0436 \text{ м}.$$

Направление вектора полного прогиба показано на рис. 10,б. При этом угол β определим по формуле

$$\text{tg} \beta = \frac{f_{y_c}}{f_{x_c}} = \frac{-0,0347}{0,0264} = -1,31; \beta = -52,6^\circ.$$

Пример расчета (задача 11). Для стойки двутаврового поперечного сечения центрально сжатой силой P по заданной схеме (рис. 11,а).

Требуется: 1) определить грузоподъемность P стойки из двутавра;

2) подобрать сечение стойки из двух швеллеров, соединенных планками на сварке (рис. 11,б).

Материал стоек - сталь Ст.3, расчетное сопротивление

$$R = 200 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ кН/м}^2.$$

Решение

1. Определить грузоподъемность P стойки из двутавра.

Проверка устойчивости сжатых стержней производится по формуле

$$\sigma = \frac{P}{\varphi F} \leq R, \quad (5)$$

где φ - коэффициент уменьшения расчетного сопротивления при расчете на сжатие и является функцией гибкости стали λ (см. таблицу приложения).

Из сортамента ГОСТ 8239-89 выписываем необходимые данные для двутавра №30: $F = 46,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $i_x = 0,123 \text{ м}$; $i_y = 0,0269 \text{ м}$. Тогда из формулы (5) имеем:

$$P = \varphi FR. \quad (6)$$

Для нахождения величины φ нужно знать максимальную гибкость стойки, которая определяется из формулы:

$$\lambda_{\max} = \frac{l_0}{i_{\min}},$$

где l_0 - приведенная длина стойки, $l_0 = \mu l$. Здесь μ - коэффициент приведенной длины, зависящий от способа закрепления концов стойки (для нашего

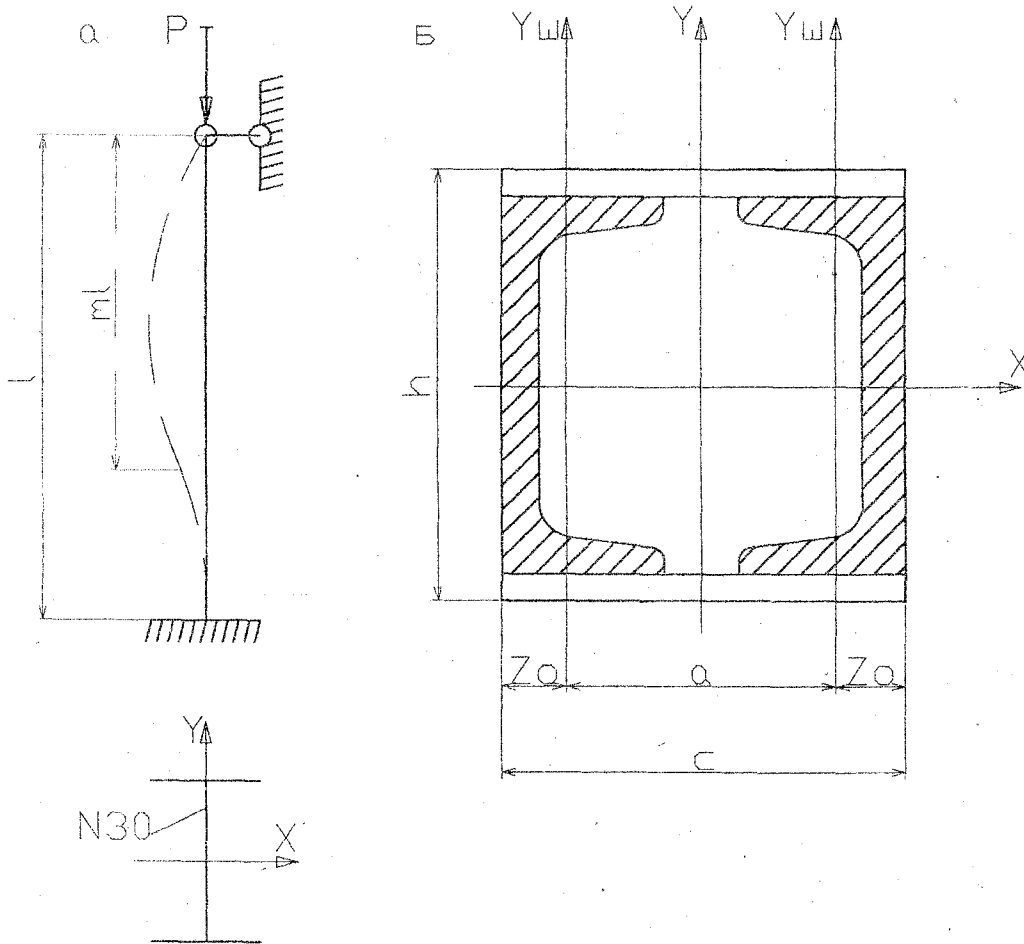


Рис. 11

примера $\mu = 0,7$), l - длина стойки; i_{\min} - минимальный радиус инерции сечения стойки (в данном случае - радиус инерции относительно оси y). Таким образом,

$$\lambda_{\max} = \frac{0,7 \cdot 3}{0,0269} = 78.$$

По табл. 6 находим φ при $\lambda = 78$, интерполируя до третьего знака после запятой:

$$\begin{aligned} \text{при } \lambda = 70 & \quad \varphi = 0,81; \\ \text{при } \lambda = 80 & \quad \varphi = 0,75. \end{aligned}$$

Поэтому при $\lambda = 78$

$$\varphi = 0,81 - \frac{0,81 - 0,75}{10} \cdot 8 = 0,762.$$

Подставляя значения F , φ и R в формулу (6), получим допускаемые значения сжимающей силы с точки зрения устойчивости рассматриваемой стойки:

$$P = 0,762 \cdot 46,5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^5 = 709 \text{ кН}.$$

Преимуществом стойки из двутавра являются простота конструкции и малая трудоемкость изготовления и монтажа, недостатком - неравная устойчивость в разных плоскостях.

2. Подбор сечения стойки из двух швеллеров.

При рассмотрении этого вопроса составное сечение следует рассматривать как цельное, поэтому расчет приведенной гибкости можно не выполнять. Подбор составного сечения стойки будем производить путем последовательного приближения. Для этого задаемся произвольным значением φ , подбираем сечение и сопоставляем возникающие в нем напряжения с расчетным сопротивлением. Эта операция производится до тех пор, пока напряжение, возникающее в стойке, будет достаточно близким к расчетному сопротивлению (отклонение не должно превышать $\pm 5\%$).

Примем $\varphi = 0,5$. Из (6) определим требуемую площадь F сечения из двух швеллеров:

$$F = 2F_{шв} = \frac{P}{\varphi \cdot R} = \frac{709}{0,5 \cdot 2 \cdot 10^5} = 70,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; F_{шв} = 35,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По ГОСТ 8240-89 принимаем швеллер №27, для которого:

$$F_{шв} = 35,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; i_x^{шв} = 0,109 \text{ м}; i_y^{шв} = 0,0273 \text{ м}.$$

Для обеспечения равноустойчивости стойки из двух швеллеров нужно, чтобы гибкость ее была примерно одинаковой в обеих плоскостях. Для принятого сечения из двух швеллеров определим максимальную гибкость

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{\mu l}{i_x^{шв}} = \frac{0,7 \cdot 3}{0,109} = 19,27.$$

По табл. 6 находим значение φ для полученной гибкости:

$$\text{при } \lambda = 10 \quad \varphi = 0,99;$$

$$\text{при } \lambda = 20 \quad \varphi = 0,96.$$

Для $\lambda = 19,27$:

$$\varphi = 0,99 - \frac{0,99 - 0,96}{10} \cdot 9,27 = 0,712; F = 2F_{\text{шв}} = 70,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Определяем напряжение в стойке:

$$\sigma = \frac{P}{\varphi F} = \frac{709}{0,712 \cdot 70,4 \cdot 10^{-4}} = 141,5 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 141,5 \text{ МПа} \leq R.$$

Недонапряжение составляет

$$\frac{(200 - 141,5)}{200} \cdot 100\% = 29,3\% > 5\%.$$

Необходимо уменьшить сечение стойки. Примем стойку из швеллеров №20 ($F_{\text{шв}} = 23,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $i_x = 0,0807 \text{ м}$). Определим гибкость:

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 3}{0,0807} = 26.$$

По табл. 6 для $\lambda = 26$ находим:

$\varphi = 0,948$, и учитывая, что $F = 2F_{\text{шв}} = 46,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, получим:

$$\sigma = \frac{709}{0,948 \cdot 46,8 \cdot 10^{-4}} = 159,8 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 159,8 \text{ МПа} \leq R.$$

Недонапряжение составляет

$$\frac{(200 - 159,8)}{200} \cdot 100\% = 20\% > 5\%.$$

Примем стойку из швеллеров №18 ($F_{\text{шв}} = 20,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $i_x = 0,0724 \text{ м}$), гибкость которой принимает значение:

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 3}{0,0724} = 29.$$

По табл. 6 для $\lambda = 29$ находим: $\varphi = 0,942$; $F = 41,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$;

$$\sigma = \frac{709}{0,942 \cdot 41,4 \cdot 10^{-4}} = 181,8 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 181,8 \text{ МПа} \leq R.$$

Недонапряжение составляет

$$\frac{(200 - 181,8)}{200} \cdot 100\% = 9,1\% > 5\%.$$

Примем стойку из швеллеров №16 ($F_{\text{шв}} = 18,12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $i_x = 0,0642 \text{ м}$), гибкость которой принимает значение:

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 3}{0,0642} = 32,71.$$

По табл. 6 для $\lambda = 32,71$ находим: $\varphi = 0,934$; $F = 36,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$;

$$\sigma = \frac{709}{0,934 \cdot 36,2 \cdot 10^{-4}} = 209,8 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 209,8 \text{ МПа}.$$

Перенапряжение составит

$$\frac{(209,8 - 200)}{200} \cdot 100\% = 4,9\% < 5\%, \text{ что допустимо.}$$

Окончательно принимаем стойку из двух швеллеров №16. Из сортамента ГОСТ 8240-89 выписываем необходимые данные: $J_x = 747 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$;

$$J_y = 63,3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; z_0 = 0,018 \text{ м}, h = 0,16 \text{ м}, e = 0,064 \text{ м}.$$

Момент инерции поперечного сечения стойки из двух швеллеров относительно оси x : $J_x = 2J_x^{\text{шв}}$. Момент инерции составного сечения относительно оси y можно изменять, сближая или удаляя швеллеры один относительно другого. Определим расстояние между швеллерами из условия, что $J_y = 1,2J_x$. Из рис. 6,б имеем $c = a + 2z_0$, где a - расстояние между собственными осями у каждого из швеллеров. Тогда:

$$2(J_y^{\text{шв}} + F_{\text{шв}} \cdot 0,25a^2) = 1,2 \cdot 2J_x^{\text{шв}},$$

$$a = \sqrt{\frac{1,2J_x^{\text{шв}} - J_y^{\text{шв}}}{0,25F_{\text{шв}}}} = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 747 - 63,3}{0,25 \cdot 18,1} \cdot 10^{-4}} = 0,1357 \text{ м}.$$

Монтажное расстояние между швеллерами будет $c = a + 2z_0 = 0,1357 + 2 \cdot 0,018 = 0,1717 \text{ м}$, принимаем $c = 0,172 \text{ м}$. Сравнивая сечение из двух швеллеров с заданным двутавровым, видим, что площадь заданного сечения составляет $46,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, а полученного из двух швеллеров - $36,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Таким образом, расход металла на стойку из двух швеллеров (без учета металла на соединительные планки) будет меньше в $46,5/36,2 = 1,28$ раза.

Однако конструкция стойки из двух швеллеров труднее в изготовлении по сравнению со стойкой из двутавра. Экономическое преимущество подобного сечения стойки, состоящей из двух швеллеров, по сравнению с двутавром, объясняется более рациональным распределением ее изгибных жесткостей в ее различных направлениях. Это приводит к выравниванию значений моментов инерции относительно главных центральных осей инерции сечения и, тем самым, к равноустойчивости стойки в указанных направлениях.

Это положение является важным обстоятельством для разработок оптимальных конструктивных решений с позиции устойчивости.

Пример расчета (задача 12). На двутавровую балку, свободно лежащую на двух жестких опорах, с высоты h падает груз Q (рис. 12а).

Требуется: 1) найти наибольшее нормальное напряжение в балке; 2) решить аналогичную задачу при условии, что правая опора заменена пружиной, податливость которой (т.е. осадка от груза 1 кН) равна $\alpha =$

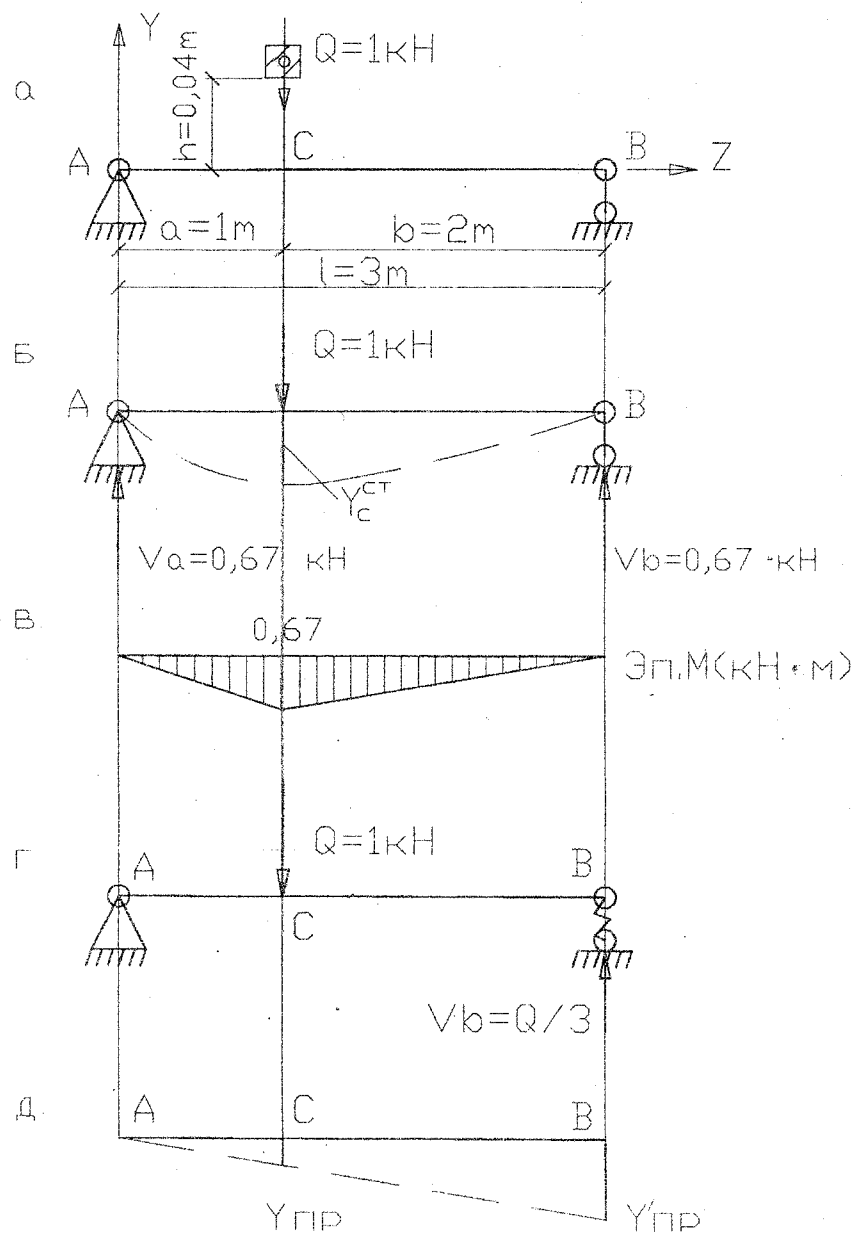


Рис. 12

Исходные данные: $Q = 1 \text{ кН}$; $h = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$; $l = 3 \text{ м}$; двутавр №27 ($J_x = 5010 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$; $W_x = 371 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$); $E = 2 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2$.

Решение

1. Найти наибольшее нормальное напряжение в балке.

Из уравнений равновесия балки находим опорные реакции V_A, V_B (рис. 12б).

$$\sum m_a = 0; V_A \cdot l - Q \cdot b = 0; V_A = \frac{Q \cdot b}{l} = \frac{1 \cdot 2}{3} = 0,67 \text{ кН};$$

$$\sum m_b = 0; V_B \cdot l - Q \cdot a = 0; V_B = \frac{Q \cdot a}{l} = \frac{1 \cdot 1}{3} = 0,33 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности найденных опорных реакций составляем уравнение равновесия.

$$\sum y = 0; 0,67 + 0,33 - 1 = 0.$$

Затем строим эпюру изгибающих моментов M для рассматриваемой балки АВ (рис. 12в).

Определим статический прогиб сечения С балки АВ при опирании ее на абсолютно жесткие опоры (рис. 12б). Составим уравнение прогиба методом начальных параметров, приняв начало координат на опоре А:

$$EJ_x y_c^{cm} = EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 \cdot z + \frac{V_A \cdot z^3}{6} - \frac{Q(z-a)^3}{6}. \quad (7)$$

При этом $y_0 = 0$; $\theta_0 \neq 0$. Для нахождения θ_0 используем условие отсутствия прогиба на опоре В $y_B = 0$.

При $z = l = 3 \text{ м}$ имеем:

$$0 = EJ_x \theta_0 l + \frac{Qsl^2}{6} - \frac{Q(l-a)^3}{6}; \theta_0 = \frac{Q(l-a)^3}{6EJ_x l} - \frac{Qsl}{6EJ_x}.$$

Теперь, подставим найденное значение θ_0 в уравнение (7), получим формулу для определения прогиба сечения С:

$$y_c^{cm} = \frac{Qa^2 b^2}{3EJ_x} = -\frac{1 \cdot 1 \cdot 2^3}{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 5010 \cdot 10^{-8}} = -8,87 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

Динамический коэффициент при падении груза Q на балку АВ определяем по формуле

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_c^{cm}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,04}{8,87 \cdot 10^{-5}}} = 31.$$

Для вычисления динамических напряжений необходимо вначале определить статические напряжения, возникающие в сечении С:

$$\sigma_c^{cm} = \pm \frac{M_c}{W_x} = \pm \frac{0,67}{371 \cdot 10^{-6}} = \pm 1,81 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = \pm 1,8 \text{ МПа},$$

а затем динамические напряжения:

$$\sigma_c^{дин} = K_D \cdot \sigma_c^{ст} = 31 \cdot (\pm 1,81) = \pm 56,1 \text{ МПа.}$$

2. Решить аналогичную задачу при условии, что правая опора заменена пружиной (рис.12,г).

Определим реакцию опоры V_B

$$\sum M_A = 0; V_B \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 0; V_B = \frac{1}{3} \approx 0,33 \text{ кН.}$$

Пружина сжимается под нагрузкой, равной по величине реакции V_B , тогда:

$$y'_{np} = \alpha V_B = 23 \cdot 10^{-3} \cdot 0,33 = 7,59 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 759 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Из подобия треугольников (рис.12,д) определяем перемещение балки под грузом Q вследствие осадки пружины, имеем:

$$\frac{y'_{np}}{y_{np}} = \frac{1}{3}; y_{np} = \frac{y'_{np}}{3} = \frac{759 \cdot 10^{-5}}{3} = 253 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Полный статический прогиб сечения C балки под силой Q с учетом осадки пружины будет равен

$$y_{np}^{ст} = y_c^{ст} + y_{np} = (8,87 + 253) \cdot 10^{-5} = 262 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Находим динамический коэффициент с учетом податливости пружины (смягчение удара).

$$K_D^{np} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_{np}^{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,04}{262 \cdot 10^{-5}}} = 6,62.$$

Динамические напряжения при этом в сечении C

$$\sigma_{с, np}^{дин} = K_D^{np} \cdot \sigma_c^{ст} = 6,62 \cdot (\pm 1,81) = \pm 11,98 \text{ МПа.}$$

Из приведенного примера видно, что применение пружины взамен правой жесткой опоры позволяет снизить динамические напряжения в балке в $56,1/11,98 \approx 5$ раз.

Вопросы для самопроверки

Косой изгиб

1. Какой вид нагружения называется косым изгибом?
2. Из каких видов нагружения в соответствии с принципом независимости действия сил складывается косой изгиб?
3. Как находят напряжения в произвольной точке поперечного сечения при косом изгибе?
4. В каких точках поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при косом изгибе?
5. Как находят положение нулевой линии при косом изгибе?
6. Возможен ли косой изгиб при чистом изгибе?
7. Может ли балка круглого поперечного сечения испытывать косой изгиб?
8. Как определяют деформации при косом изгибе?
9. Условие прочности стержня при косом изгибе?

Внецентренное растяжение или сжатие

1. Какое сложное сопротивление называется внецентренным растяжением (сжатием)?
2. Из каких видов нагружения в соответствии с принципом независимости действия сил складывается внецентренное растяжение (сжатие)?
3. По какой формуле определяются нормальные напряжения в поперечном сечении стержня?
4. Как определяются точки поперечного сечения, в которых возникают максимальные растягивающие и сжимающие напряжения?
5. Как определяется положение нулевой линии при внецентренном растяжении (сжатии)?
6. Чему равно нормальное напряжение в центре тяжести поперечного сечения?
7. Что называется ядром сечения?
8. Какое положение занимает нулевая линия, когда продольная сила приложена к вершине ядра сечения?
9. Условие прочности стержня при внецентренном растяжении (сжатии)?

Изгиб с кручением

1. Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при изгибе с кручением?
2. Как находят опасные сечения стержня при изгибе с кручением?
3. В каких точках круглого поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при изгибе с кручением?
4. Почему обыкновенно не учитывают касательные напряжения от изгиба при совместном действии изгиба и кручения?
5. Как пишут условия прочности стержня по всем четырем теориям, если известны σ_n и τ_k ?
6. Как находят расчетный момент при изгибе с кручением стержня круглого поперечного сечения?
7. По какой теории прочности (третьей или четвертой) получится больший расчетный момент при заданных значениях M_n и M_k ?

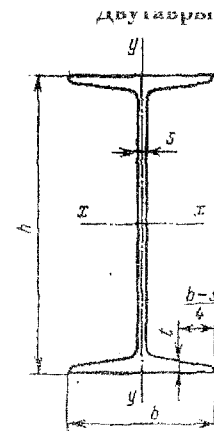
Устойчивость сжатого стержня

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?
2. Какая сила называется критической?
3. По какой формуле находят критическую силу?
4. В каких пределах применима формула Эйлера?
5. Что называется гибкостью стержня?
6. Чему равен коэффициент длины для различных случаев закрепления концов?
7. Как находят критическое напряжение для стержней малой и средней гибкости?
8. Какой вид имеет график критических напряжений?
9. Как производится проверка стержней на устойчивость с помощью коэффициента φ ?
10. Как подбирают сечение стержня на устойчивость?

Динамическая нагрузка

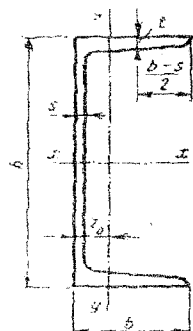
1. Какие нагрузки называются динамическими?
2. Как формулируется принцип Даламбера?
3. Как вычисляют напряжения в деталях при равноускоренном поступательном движении?
4. Что называется динамическим коэффициентом?
5. Как выводят формулу для определения напряжений при ударе?
6. Чему равен динамический коэффициент при ударе?
7. Как изменится напряжение при продольном ударе в случае увеличения площади поперечного сечения в два раза?
8. Зависит ли напряжение при изгибающем ударе от материала балки?
9. В каком случае возникнут большие напряжения при изгибающем ударе: при приложении на ребро или плашмя?
10. Что понимают под свободными колебаниями системы?
11. Что понимают под вынужденными колебаниями системы?
12. Опишите порядок расчета на прочность при колебаниях?

ПРИЛОЖЕНИЕ



h - высота двутавра;
 b - ширина полки;
 s - толщина стенки
 t - средняя толщина полки;
 A - площадь поперечного сечения;
 J - момент инерции;
 W - момент сопротивления;
 S - статический момент полусечения;
 i - радиус инерции.

№ двутавра	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				$A, \text{см}^2$	$J_x, \text{см}^4$	$W_{x3}, \text{см}^3$	$i_x, \text{см}$	$S_{x3}, \text{см}^3$	$J_{y4}, \text{см}^4$	$W_{y3}, \text{см}^3$	$i_y, \text{см}$
		h	b	s	t								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12	198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
20	21	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
22	24	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
27	31,5	270	125	6	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
33	42,2	330	140	7	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57	400	155	8,3	13	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54



h — высота швеллера;
 b — ширина полки;
 s — толщина стенки;
 t — средняя толщина полки;
 A — площадь поперечного сечения;
 J — момент инерции;
 W — момент сопротивления;
 S — статический момент полусечения;
 i — радиус инерции;
 z_0 — расстояние от оси y до наружной грани стенки.

№ швеллера	Масса 1м, кг	Размеры, мм				A , см ²	J_x , см ⁴	W_{x_0} , см ³	i_x , см	S_{x_0} , см ³	J_y , см ⁴	W_{y_0} , см ³	i_y , см	z_0 , см
		h	b	s	t									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	4,84	50	32	4,4	7	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
16	14,2	160	64	5	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	15,3	160	68	5	9	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,2	2,07
22	21	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	24	240	90	5,6	10	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,6	2,42
27	27,7	270	95	6	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11	40,5	5810	387	12	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,1	2,68
40	48,3	400	115	8	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Коэффициенты φ

Таблица 6

λ	Ст. 2-4	Ст. 5	Чугун	Дерево
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,31
110	0,52	0,43	-	0,25
120	0,45	0,36	-	0,22
130	0,40	0,33	-	0,18
140	0,36	0,29	-	0,16
150	0,32	0,26	-	0,14
160	0,29	0,24	-	0,12
170	0,26	0,21	-	0,11
180	0,23	0,19	-	0,10
190	0,21	0,17	-	0,09
200	0,19	0,16	-	0,08

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 2000.
2. Варданын Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности. – М.: АСВ, 1995.
3. Дарков А.В., Шапиро Г.С. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1975.
4. Смирнов А.Ф. и др. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1975.
5. Минин Л.С., Окопный Ю.А., Радин В.П., Хроматов В.Е. Сборник задач по курсу «Механика материалов и конструкций». – М.: МЭИ, 1998.
6. Саргсян А.Е. Сопротивление материалов, теории упругости и пластичности. Основы теории с примерами расчетов. – М.: АСВ, 1998.
7. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1970.