

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$(e^{-0.248} + e^{-0.343})/(-0.248 + 0.343)$	2	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$
3	$\sqrt{18.12} + \sqrt[3]{11.12} + \sqrt[4]{88.11}$	4	$3.13^2 \arcsin(2.122 - 1.88)$
5	$1.06e^{2.252} - 1.3e^{1.06}$	6	$(2\sqrt{5.12} - 3\sqrt{1.21})/5.8$
7	$2.864 - \ln 12.1 - \sqrt{2.001}$	8	$\sqrt{14.1} + 2.555 - \ln(2.08)$
9	$\sqrt{\sin(0.895)} - \cos(0.7 + 1.7)$	10	$\sqrt[3]{e^{-3.03} - e^{3.03}} \cdot 5.5$
11	$\frac{1}{9.687^3} - 4.0 - 2.587^2$	12	$\frac{2.2}{0.84} - \ln(1.354)$
13	$3.1^3 - 0.50^2 + 1.418$	14	$\sqrt{16.2} - 2 \cos 0.01 + 1.99$
15	$3^{-0.4} - (2.44 + 0.44)^3$	16	$\sqrt[3]{7.98} + 1.5 - 1.04^3$
17	$\sqrt{7.9^2 + 1.7^3} + 2^4$	18	$e^{\sqrt{3.18}}/(0.21^2 + 0.893)$
19	$\ln(2.333)(\cos(3.222) + 1.333)$	20	$\sin(\ln(1.11^2 + 5.55^2 + 0.44^2))$
21	$\ln(\cos(0.25 + 0.52 + \sqrt{0.25 \cdot 0.52}))$	22	$\sin(\ln 2.8 - 0.444)10.5$
23	$2^{1.1} - 3^{1.2} + 1.3$	24	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$
25	$5.05^2 - 0.21 - \frac{1}{1.718}$	26	$\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$
27	$\frac{1}{2.15} - e^{2.40} + 1.808$	28	$2^{0.5} - 0.88^2 + 2.88 = 0$
29	$\sqrt{0.15} - 2.67 + 1.200$	30	$\sqrt{1.58} - \frac{1}{5.18^2} - 1.85$

Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon_1 = 0.01$. Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью $\varepsilon_2 = 0.0001$. Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности ε_2 число итераций.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\ln(x+1) + x - 2$	2	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$	3	$\sqrt{x-1} - \frac{1}{x+1}$
4	$\ln(x-1) - \frac{1}{x}$	5	$e^x + x + 1$	6	$e^{-x} - x - 3$
7	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$	8	$\sqrt{x} + 2 - \ln(x-2)$	9	$\cos x + (x-0.5)^3$
10	$\sin x + (x-1.5)^3$	11	$\frac{1}{x^2} + 3 - x$	12	$\frac{1}{2+x} - \ln(x+1)$
13	$x^3 - x^2 + 2x - 1$	14	$\sqrt{x} - 2 \cos x + 1$	15	$3^x + (x-2)^3$
16	$\sqrt[3]{x+1} + 1 - x^3$	17	$\ln(x+1) - \sqrt{x-1}$	18	$\sqrt{x+1} - x + 2$
19	$\ln x + (x-1)^2 - 2$	20	$\frac{1}{x-1} - \sqrt{x+2}$	21	$\ln(x+1) + x^2 - 3$
22	$\cos x - 3x - 3$	23	$2^{x+1} - 3^x$	24	$\sqrt{x-1} - x + 4$
25	$x^2 - 3x - \frac{1}{x+1}$	26	$\frac{1}{(x+1)^2} - x^2 + 2$	27	$\frac{1}{x} - e^{x+2} + 1$
28	$2^x - x^2 + 2x$	29	$\sqrt{x} - 2x + 2$	30	$\sqrt{1-x} - \frac{1}{x^2} - 1$

Задание 4.

Дан многочлен третьей степени $P(x) = x^3 + bx^2 + c$. Методом Ньютона найти действительный корень многочлена, расположенный на интервале $(-3, 0)$, с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c
1	-21	10	2	-8	23	3	-13	18	4	-1	30	5	-12	19
6	-20	11	7	-2	29	8	-11	20	9	-25	6	10	-17	14
11	-7	24	12	-6	25	13	-5	26	14	-30	1	15	-4	27
16	-3	28	17	-16	15	18	-28	3	19	-18	13	20	-24	7
21	-29	2	22	-22	9	23	-23	8	24	-10	21	25	-15	16
26	-19	12	27	-14	17	28	-9	22	29	-26	5	30	-27	4

Задание 5.

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b .

N	A			b	N	A			b
1	2,52	-2,836	-1,489	-4,74	2	2,967	-2,956	2,68	-7,6
	0,77	-2,522	2,724	2,68		-0,903	1,842	-2,289	7
	0,081	2,957	1,634	3,873		-2,511	0,58	-1,302	1
3	-2,584	-2,076	1,01	7	4	-0,829	-1,729	-1,95	3,3
	1,667	1,076	0,232	-7,18		2,193	-0,159	-0,205	3,57
	1,506	-0,461	-1,501	-2		-1,199	0,819	-0,569	5,3
5	1,612	0,234	-1,645	6,8	6	-0,422	-1,473	1,378	3
	2,59	0,29	2,797	8		-1,804	2,846	-2,948	-5,66
	-0,172	-2,73	-1,574	-0,6		-0,836	-1,878	1,356	7,1
7	1,649	1,138	-2,034	0,2	8	0,973	2,359	-1,049	3
	-1,956	0,833	1,721	-2,364		1,892	2,207	-2,067	2,6
	-2,782	-2,929	1,23	3,603		-2,677	1,599	-1,246	-2
9	-1,101	-1,125	-1,889	-6	10	0,021	-1,259	0,79	0,692
	-1,211	-1,27	-2,999	6,976		0,332	-0,895	2,821	0,465
	1,744	-1,361	-0,232	5,94		-1,228	-0,493	0,21	1
11	-2,894	0,609	-1,66	1	12	-0,888	2,45	0,171	-3,38
	0,456	-0,143	0,027	-4,589		1,202	0,312	-1,8	4,48
	1,432	2,376	0,008	0,57		1,734	1,367	2,284	0,67
13	-0,155	-1,274	-1,563	7,382	14	1,27	-1,645	-0,481	-1
	-1,848	-2,938	-2,558	3		-1,803	2,325	-1,738	-3,58
	2,858	-1,133	1,723	2		-1,921	1,485	-2,063	-3,16
15	-2,003	0,483	0,628	-5,63	16	-0,541	-0,012	2,312	1,8
	1,113	-2,182	-2,33	-1,03		1,764	0,868	2,528	-6,036
	-1,339	-1,739	2,909	3		-2,35	1,512	-1,758	-0,284
17	2,74	1,294	-2,01	-2,987	18	-2,758	-2,468	-0,349	4,3
	-2,837	-0,636	0,774	0,212		-0,468	2,419	-2,828	2,6
	1,098	2,721	0,544	-1,583		0,458	1,694	1,447	-3,164

N	A			b	N	A			b
19	2,239	-0,195	1,802	-4	20	2,998	1,489	0,874	4,274
	-0,155	-2,066	1,261	1,814		0,974	-0,433	-2,448	7,95
	-0,674	-0,563	-0,394	3,97		2,903	-0,178	-2,007	5
21	-2,001	0,961	-0,511	-2,457	22	-1,143	1,633	-0,041	0,5
	2,544	2,417	2,924	-6,6		-2,707	-0,519	0,455	-7
	1,439	-1,245	2,76	3,97		-0,819	2,069	0,177	7
23	2,674	1,188	1,307	1,876	24	-2,764	1,614	-1,485	5,281
	-1,378	-0,858	2,68	4,5		-1,954	-1,839	-2,87	4,638
	0,575	-1,751	0,92	5		-0,002	-1,82	0,407	-3
25	-0,404	0,736	-1,937	-6	26	-0,212	-1,064	-0,536	3,556
	-0,406	1,065	1,699	5,8		-1,923	0,686	1,303	-7
	-2,37	2,527	-0,124	7,427		-2,925	-0,949	-1,655	-2
27	1,614	1,705	-1,56	2,087	28	0,843	-0,244	1,881	-2
	0,332	-1,617	2,712	1,2		-1,788	-2,624	-0,764	-5
	1,736	2,39	-2,065	-5,16		-1,258	0,728	1,626	1,1
29	2,958	-1,058	-0,8	-0,79	30	2,313	-1,643	1,619	-5,12
	-0,063	1,159	-2,004	-6,6		0,939	-2,834	-1,203	2,9
	0,46	2,944	1,533	2,1		0,663	0,282	-0,039	-4,6

Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ $Ax = b$, если элементы матрицы A заданы точно, а элементы вектора правых частей b получены в результате округления. Матрица A и вектор b даны в задании 5.

Задание 7.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (LU-разложения).

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	6	-8	-3	-4	30	2	-3	-4	9	-1	-3	3	-3	-7	-9	-2	-21
	-18	19	17	6	-55		24	28	-78	9	-48		-27	-67	-77	-14	-189
	-48	94	-15	59	-414		-6	-44	-39	12	-672		21	89	17	-27	146
	24	-37	-49	17	11		9	48	12	13	567		-9	7	-25	-37	-66
4	2	-2	-1	5	12	5	-1	7	-7	-5	-105	6	-7	3	1	1	-44
	12	-4	0	22	20		-1	3	-10	-10	-130		49	-24	1	-9	248
	0	0	-9	4	42		-3	5	-29	-29	-359		70	-36	-4	-20	396
	12	-60	-105	113	720		-3	29	-27	-32	-487		14	-33	-20	-80	238
7	3	-5	-8	-6	-11	8	-8	0	6	2	-18	9	-10	7	-1	1	-7
	-6	9	14	19	-6		80	-9	-55	-30	262		-20	16	-10	2	34
	27	-50	-81	-16	-245		40	-81	16	-92	779		-80	58	-21	13	-23
	3	-12	-30	16	-150		-48	18	27	44	-345		50	-33	12	-25	163
10	-7	9	3	2	-6	11	-6	-1	7	6	16	12	-2	-4	6	8	-104
	56	-74	-31	-12	125		12	0	-8	-13	5		8	12	-22	-38	400
	56	-62	15	-36	-365		18	-5	11	-30	188		-4	-28	24	-9	-321
	-7	17	63	-9	-508		-30	1	73	-21	575		-8	4	10	56	-282

N	A	b	N	A	b	N	A	b
13	3 -1 -9 -1	4	14	8 -2 -1 -6	-77	15	7 -8 -4 -5	-9
	-3 -5 18 6	-64		-16 -4 -1 14	167		42 -44 -28 -34	-34
	0 30 -55 -32	309		-56 86 38 27	453		-49 60 22 33	109
	12 -40 58 45	-407		-48 60 16 25	329		49 -48 -44 -38	66
16	-7 -9 8 -7	-13	17	7 -4 3 9	-125	18	-2 3 -9 6	74
	-21 -33 17 -19	-129		7 0 -1 4	-61		-12 27 -54 40	383
	21 45 -10 19	243		14 -20 21 34	-469		-14 57 -69 57	323
	21 81 53 -6	987		-70 52 -27 -99	1307		-12 99 -102 58	257
19	-1 -1 -4 5	-40	20	-8 -4 -2 -9	-81	21	2 -9 2 -8	1
	-9 -16 -37 37	-323		-48 -26 -22 -48	-546		-10 38 -3 41	70
	-7 -56 -28 -26	-13		-16 -2 21 -44	-83		18 -67 7 -77	-129
	6 41 22 10	97		24 24 46 -50	136		-18 88 -13 67	4
22	-6 -3 9 -2	-1	23	9 0 1 3	12	24	-10 -5 -3 4	79
	6 10 -1 4	0		9 5 -1 10	71		-60 -36 -21 28	532
	-30 -36 24 -10	16		63 45 -7 91	664		50 85 44 -57	-982
	-42 -91 -17 -44	-17		45 30 1 75	540		90 99 47 -48	-1297
25	-2 -4 6 2	-98	26	9 -2 -9 6	-88	27	-9 0 -3 6	-108
	-18 -40 49 21	-915		81 -14 -90 54	-805		-63 9 -16 47	-855
	-14 -20 48 -2	-506		27 18 -86 22	-355		81 27 34 -41	705
	10 -16 -91 -15	577		18 24 -86 19	-271		-81 -63 -78 6	-156
28	-3 -5 -5 -2	-11	29	5 0 -7 -9	-45	30	1 -5 8 0	50
	24 46 34 9	50		-10 6 8 12	66		-8 44 -55 7	-408
	15 49 -7 -23	-121		45 -60 -4 -26	-193		-8 40 -56 -3	-412
	9 33 61 27	127		-50 6 61 75	378		6 -50 11 -46	296

Задание 9.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом прогонки.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	4 -2 0 0 0	-22	2	5 -3 0 0 0	56	3	5 -3 0 0 0	-20
	-3 9 2 0 0	42		-5 12 1 0 0	-129		5 13 -2 0 0	48
	0 2 14 5 0	93		0 -1 6 -3 0	-53		0 5 12 1 0	88
	0 0 0 4 -3	-31		0 0 -1 4 2	22		0 0 -6 20 -4	-208
	0 0 0 3 5	-16		0 0 0 -5 9	54		0 0 0 2 4	-26
4	6 -3 0 0 0	-12	5	8 4 0 0 0	-36	6	8 -4 0 0 0	-60
	-1 7 -3 0 0	-39		-2 7 2 0 0	-31		-4 16 -5 0 0	10
	0 -2 6 1 0	-26		0 0 6 3 0	-15		0 -2 14 -6 0	-94
	0 0 -4 13 3	37		0 0 3 15 5	-65		0 0 3 9 -2	-70
	0 0 0 -3 6	-48		0 0 0 3 6	-3		0 0 0 5 8	-86

N	A	b	N	A	b	N	A	b
7	2 1 0 0 0	9	8	5 3 0 0 0	19	9	6 -3 0 0 0	-57
	3 16 5 0 0	48		-6 19 -4 0 0	-48		-4 11 2 0 0	39
	0 3 18 -6 0	27		0 1 6 2 0	-38		0 -1 14 -6 0	89
	0 0 -3 7 -1	36		0 0 3 14 -4	-45		0 0 -1 5 -2	-16
	0 0 0 1 2	24		0 0 0 2 4	-18		0 0 0 -6 11	-4
10	2 -1 0 0 0	-14	11	7 4 0 0 0	-84	12	4 -2 0 0 0	-10
	-6 15 -2 0 0	30		0 4 2 0 0	-20		-1 2 1 0 0	-14
	0 1 6 -3 0	-26		0 4 11 2 0	6		0 1 12 -5 0	-104
	0 0 -1 8 -3	-5		0 0 5 15 3	-28		0 0 2 5 1	16
	0 0 0 -1 2	-10		0 0 0 -1 2	23		0 0 0 -1 2	1
13	8 5 0 0 0	75	14	6 3 0 0 0	45	15	2 1 0 0 0	-5
	-3 9 -2 0 0	38		2 12 -5 0 0	119		-5 18 -5 0 0	-24
	0 -4 14 -3 0	60		0 -2 5 1 0	-19		0 -2 14 -6 0	-52
	0 0 1 10 4	-51		0 0 -4 12 -3	76		0 0 -5 13 2	7
	0 0 0 4 8	-16		0 0 0 3 5	-28		0 0 0 -3 6	30
16	7 -4 0 0 0	50	17	8 -5 0 0 0	39	18	7 -4 0 0 0	-36
	4 14 -3 0 0	2		-2 14 5 0 0	24		5 20 -6 0 0	-80
	0 2 12 -4 0	-36		0 2 8 -3 0	-62		0 -4 16 5 0	-155
	0 0 -5 16 -3	63		0 0 0 8 -5	39		0 0 -2 8 -3	11
	0 0 0 2 4	-24		0 0 0 -6 10	2		0 0 0 5 10	-65
19	9 5 0 0 0	98	20	5 -3 0 0 0	-32	21	5 3 0 0 0	-14
	2 9 -3 0 0	74		3 16 5 0 0	176		-5 19 5 0 0	18
	0 -5 14 3 0	3		0 -1 10 -5 0	46		0 4 10 2 0	-84
	0 0 -6 13 -1	89		0 0 1 6 3	4		0 0 2 9 -3	-94
	0 0 0 -3 5	21		0 0 0 -3 6	-51		0 0 0 5 9	42
22	7 -4 0 0 0	74	23	4 -2 0 0 0	34	24	6 -3 0 0 0	-78
	-5 17 -4 0 0	-138		1 10 4 0 0	-97		-1 11 5 0 0	57
	0 -3 7 1 0	-20		0 2 6 2 0	-76		0 2 10 -4 0	-96
	0 0 5 11 -1	22		0 0 5 12 2	-126		0 0 3 13 -4	100
	0 0 0 -5 8	-41		0 0 0 1 2	-9		0 0 0 5 8	0
25	10 -6 0 0 0	80	26	4 2 0 0 0	-30	27	5 3 0 0 0	-18
	3 10 -3 0 0	-59		-5 12 -1 0 0	21		3 13 -4 0 0	14
	0 -4 14 4 0	164		0 -3 8 2 0	11		0 1 10 -4 0	-79
	0 0 2 12 -4	88		0 0 -3 13 4	-58		0 0 0 10 -5	-75
	0 0 0 2 4	40		0 0 0 4 7	-16		0 0 0 -1 2	21
28	12 -6 0 0 0	-78	29	8 4 0 0 0	20	30	9 -5 0 0 0	-4
	-1 11 5 0 0	-107		-3 16 -5 0 0	-100		-6 14 2 0 0	90
	0 -4 12 3 0	-53		0 2 8 2 0	48		0 -3 15 5 0	36
	0 0 1 3 -1	16		0 0 3 10 3	-32		0 0 -6 18 3	165
	0 0 0 5 8	-47		0 0 0 -2 4	2		0 0 0 5 9	72

Задание 10.

Решить систему уравнений $Ax = b$ с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	142	-9	6	-6	-299	2	105	4	-5	4	615	3	-8	-6	150	9	-664
	3	5	-7	79	-365		-9	3	6	122	-512		87	2	-3	6	-87
	-3	9	149	-9	-369		-1	70	8	-3	310		-3	2	-7	71	-241
	9	104	-7	-3	330		-5	5	87	-5	271		-4	82	3	6	460
4	4	0	-9	67	-106	5	143	-8	-7	-7	97	6	0	73	8	1	639
	-2	-10	125	-5	486		1	-5	-10	81	280		9	4	113	-5	0
	0	78	6	2	-764		-10	113	9	-1	-299		-4	8	8	145	-1398
	86	7	1	6	-331		-8	-10	151	-7	900		47	-1	-4	4	96
7	-9	6	-10	159	457	8	3	-4	68	-7	-371	9	-8	-2	1	95	-435
	-9	129	-8	-2	-409		8	-6	1	118	-721		177	9	-10	9	-734
	7	-9	93	-1	-571		-2	153	-9	-10	-1107		-10	173	-8	-10	-1387
	100	8	-4	5	819		94	-1	5	-10	795		-7	7	95	4	-1005
10	-7	148	7	-8	382	11	-4	103	6	-4	-717	12	1	94	-6	-3	7
	-1	7	108	-10	-407		5	7	4	114	-1150		5	-4	0	69	59
	7	-8	-10	128	-70		2	2	78	3	-835		97	-2	-9	1	-175
	69	-2	-8	-3	443		135	9	4	4	-1084		-9	-3	115	-7	-219
13	4	8	123	-6	831	14	-2	-10	61	0	206	15	-4	8	106	-4	-444
	4	3	9	89	-602		4	9	4	124	300		0	-5	-5	99	505
	-4	110	7	-2	-573		80	-4	2	-6	-142		-10	133	-4	5	267
	82	-8	-2	0	-458		3	92	-5	5	-737		119	3	-8	-5	489
16	-1	92	-3	-10	-876	17	-10	6	-7	133	984	18	7	-9	7	122	-902
	-5	1	-3	52	-306		7	8	135	-9	-962		-5	113	-2	-10	-180
	-7	2	106	-5	914		101	-4	9	-3	102		-7	8	132	-3	230
	129	-2	-9	8	-1132		-9	82	1	-3	282		87	9	-5	-4	526
19	62	-6	-1	2	234	20	-7	8	-8	139	-1186	21	-8	0	90	1	343
	-9	7	-7	121	-620		3	72	-8	1	-230		-1	-5	9	74	-451
	6	2	120	-7	-179		114	-3	-6	4	-308		-9	76	-1	-4	-341
	-5	118	-9	-7	151		-9	-9	150	6	1338		56	3	0	2	-592
22	107	5	-10	3	473	23	2	2	42	-3	320	24	7	-10	8	173	1469
	0	-2	-10	82	-724		2	8	7	134	-276		113	1	3	-10	950
	3	8	80	1	-50		131	-5	-9	7	-575		3	120	6	-5	131
	9	96	3	-4	-591		0	107	-9	-7	-807		-4	3	107	6	443
25	-2	90	-5	8	280	26	1	8	-1	83	77	27	-4	-4	62	2	482
	45	6	-1	-1	281		104	9	7	2	-1022		59	1	3	1	560
	-2	-9	-8	123	1141		-4	88	5	6	-832		0	2	-6	78	494
	2	-9	74	-1	-607		3	-10	105	0	73		9	138	-3	-10	-289

N	A				b	N	A				b	N	A				b
28	-8	-4	145	-8	1107	29	143	2	-10	-9	-77	30	7	5	-5	112	471
	-7	97	3	6	-414		-8	-2	-3	99	-173		-10	96	-1	-4	912
	-9	9	7	149	-73		8	-7	121	-10	-586		7	0	98	5	-414
	103	-7	-9	-1	-851		-5	97	3	-10	-87		98	7	-5	6	-481

Задание 12.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	2	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6
	y	2,4	5,5	7,9	6,7	5,1		y	1,4	-1,6	-4,3	-2,3	-1,8
3	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	4	x	-3	-1,5	0	1,5	3
	y	1,1	-1,5	-4,8	-5,8	-7,1		y	-2,3	0,3	-2,4	-6	-7,4
5	x	-1	-0,5	0	0,5	1	6	x	-5,4	-2,7	0	2,7	5,4
	y	-2,5	-3,6	-4,4	-7,7	-8,9		y	0,5	1,2	4,2	6,3	7,8
7	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	8	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8
	y	-1,8	-2,1	-3,8	-6,3	-9,5		y	2,5	-1,3	2,2	5,1	6,9
9	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	10	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6
	y	-3,7	-2	1,9	2,8	3		y	1,2	-0,2	-4	-7,4	-9,2
11	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4	12	x	-4	-2	0	2	4
	y	2,8	2	3,2	6,8	7,9		y	1,1	2,9	3,6	4,3	6,2
13	x	-2	-1	0	1	2	14	x	-3	-1,5	0	1,5	3
	y	3,7	4,2	5,9	3,7	0,2		y	1,5	3,4	5	6,4	9,4
15	x	-1	-0,5	0	0,5	1	16	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	-3	-0,7	-1,5	-3,6	-4,2		y	2,6	5	6,7	6,7	7,7
17	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	18	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6
	y	3,1	4,3	5,3	8	8		y	-3,6	-5,2	-7,5	-11,3	-13
19	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4	20	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	2,4	-1,5	-3	-3,8	-6,4		y	3,1	2,4	0,8	-3,1	-4,4
21	x	-1,8	-0,9	0	0,9	1,8	22	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4
	y	-3,9	-5,4	-7,5	-11,3	-14,4		y	3,8	2,4	2	-0,9	-2,2
23	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	24	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6
	y	3,4	2,5	-0,1	-0,8	-4		y	-2,8	-3,9	-5,3	-8,7	-11,2
25	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6	26	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2
	y	-0,3	-3,4	0	0,4	1		y	1,4	5,2	6,7	6,8	10
27	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	28	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6
	y	2,3	2,2	2,3	2,6	4,6		y	1,9	5,5	7,6	9,7	11,8
29	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	30	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	-2,9	-5,5	-7,4	-9,7	-11,5		y	-0,4	-3,4	-3,4	-0,2	3

Задание 14.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} .

N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}
1	x	2	3	4	5	3,16	2	x	1	2	3	4	1,66	3	x	2	3	4	5	3,21
	y	0	2	-4	3			y	-5	2	0	2			y	-2	1	0	-4	
4	x	2	3	4	5	3,43	5	x	-4	-3	-2	-1	-2,27	6	x	-5	-4	-3	-2	-4,83
	y	0	3	-4	1			y	-2	0	-5	-2			y	-3	3	0	1	
7	x	-3	-2	-1	0	-1,82	8	x	0	1	2	3	0,19	9	x	-1	0	1	2	0,53
	y	0	4	-2	-4			y	-1	3	0	1			y	0	3	-2	-5	
10	x	-5	-4	-3	-2	-3,45	11	x	-1	0	1	2	-0,26	12	x	-2	-1	0	1	-0,55
	y	0	1	3	-5			y	1	1	0	-4			y	2	1	0	1	
13	x	0	1	2	3	1,53	14	x	-3	-2	-1	0	-1,54	15	x	-1	0	1	2	-0,81
	y	1	0	-5	-3			y	1	-5	0	1			y	3	0	1	-2	
16	x	4	5	6	7	5,55	17	x	2	3	4	5	2,75	18	x	-3	-2	-1	0	-2,74
	y	0	2	-5	3			y	1	2	0	-3			y	0	3	-5	-1	
19	x	-4	-3	-2	-1	-2,88	20	x	2	3	4	5	2,5	21	x	1	2	3	4	1,24
	y	-4	1	0	1			y	4	-2	0	-1			y	0	-2	4	-4	
22	x	-1	0	1	2	-0,43	23	x	-4	-3	-2	-1	-3,31	24	x	-2	-1	0	1	-1,16
	y	-5	2	0	-5			y	0	-1	3	-1			y	3	0	2	-5	
25	x	1	2	3	4	1,27	26	x	-2	-1	0	1	-1,43	27	x	-2	-1	0	1	-1,74
	y	3	-5	0	3			y	-5	2	0	2			y	1	1	0	-2	
28	x	2	3	4	5	2,74	29	x	-4	-3	-2	-1	-2,32	30	x	-2	-1	0	1	-0,17
	y	0	-1	-5	4			y	-5	4	0	-1			y	0	-5	-4	4	

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционный многочлен Ньютона. С его помощью вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} и оценить практически погрешность приближения. Записать результат с учетом погрешности.

N	таблица						\tilde{x}	N	таблица						\tilde{x}
1	x	3	3,4	4,2	5	5,8	3,51	2	x	2	2,4	2,8	3,6	4,4	3,05
	y	11,7	14,4	20,7	28,2	37			y	6,4	8,3	10,5	15,9	22,5	
3	x	2	2,4	2,8	3,6	4	3,03	4	x	3	3,8	4,2	4,6	5,4	3,99
	y	6,4	8,3	10,5	15,9	19			y	11,7	17,4	20,7	24,3	32,5	
5	x	2	2,4	2,8	3,2	4	2,1	6	x	2	2,4	2,8	3,6	4	2,9
	y	6,4	8,3	10,5	13	19			y	6,4	8,3	10,5	15,9	19	
7	x	0	0,4	1,2	2	2,4	0,14	8	x	2	2,8	3,2	3,6	4,4	2,15
	y	1	1,8	3,5	6,4	8,3			y	6,4	10,5	13	15,9	22,5	
9	x	0	0,4	0,8	1,6	2,4	0,58	10	x	0	0,4	0,8	1,2	1,6	0,21
	y	1	1,8	2,5	4,8	8,3			y	1	1,8	2,5	3,5	4,8	
11	x	3	3,4	3,8	4,6	5,4	3,63	12	x	3	3,4	3,8	4,6	5,4	3,91
	y	11,7	14,4	17,4	24,3	32,5			y	11,7	14,4	17,4	24,3	32,5	

N	таблица						\tilde{x}	N	таблица						\tilde{x}
13	x	4	4,4	5,2	5,6	6,4	5,47	14	x	2	2,8	3,2	4	4,4	2,97
	y	19	22,5	30,3	34,7	44,5			y	6,4	10,5	13	19	22,5	
15	x	1	1,8	2,2	2,6	3	1,19	16	x	4	4,4	4,8	5,2	6	4,27
	y	3	5,6	7,3	9,4	11,7			y	19	22,5	26,2	30,3	39,4	
17	x	3	3,8	4,6	5,4	6,2	3,11	18	x	4	4,8	5,2	5,6	6,4	4,93
	y	11,7	17,4	24,3	32,5	41,9			y	19	26,2	30,3	34,7	44,5	
19	x	3	3,8	4,6	5,4	5,8	3,27	20	x	0	0,4	1,2	2	2,4	0,56
	y	11,7	17,4	24,3	32,5	37			y	1	1,8	3,5	6,4	8,3	
21	x	1	1,4	2,2	3	3,8	2,43	22	x	3	3,8	4,6	5,4	5,8	3,96
	y	3	4,1	7,3	11,7	17,4			y	11,7	17,4	24,3	32,5	37	
23	x	3	3,4	3,8	4,6	5	3,15	24	x	0	0,4	1,2	2	2,4	0,7
	y	11,7	14,4	17,4	24,3	28,2			y	1	1,8	3,5	6,4	8,3	
25	x	3	3,4	3,8	4,6	5	3,17	26	x	4	4,8	5,2	5,6	6,4	4,25
	y	11,7	14,4	17,4	24,3	28,2			y	19	26,2	30,3	34,7	44,5	
27	x	3	3,8	4,2	4,6	5	3,3	28	x	4	4,4	5,2	5,6	6,4	4,55
	y	11,7	17,4	20,7	24,3	28,2			y	19	22,5	30,3	34,7	44,5	
29	x	2	2,8	3,2	4	4,4	2,19	30	x	3	3,8	4,2	5	5,4	3,94
	y	6,4	10,5	13	19	22,5			y	11,7	17,4	20,7	28,2	32,5	

Задание 17.

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_a^b f(x) dx$, используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом $h = 0.4$; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами $h = 0.4$ и $h = 0.2$; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом $h = 0.4$.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b
1	$e^{0.3x^2}$	3,4	5	2	$\sin(1 + \sqrt{x})$	2,9	4,5	3	$e^{-1/(x\sqrt{x})}$	1,3	2,9
4	$e^{-\sin(1/x)}$	4,1	5,7	5	$\sin(0.5x^2)$	1,1	2,7	6	$e^{\cos x}$	2,1	3,7
7	$\sin(e^x)$	0,9	2,5	8	$\sqrt[3]{x \sin x}$	4,4	6	9	$\sin(1/x^2)$	0,6	2,2
10	$e^{-0.2 \sin x}$	4,2	5,8	11	$e^{-\arctg x}$	0,9	2,5	12	$\frac{\sin x}{x}$	2,7	4,3
13	$\cos \frac{1}{\sqrt{x}}$	1,3	2,9	14	$\ln(4 - \sin x)$	4,4	6	15	$\frac{x^2 + 1}{x}$	3,8	5,4
16	$\sqrt{x + \sqrt{x}}$	2,1	3,7	17	$e^{\sin(1/x)}$	2,8	4,4	18	$\sin(1/x)$	2,4	4
19	$e^{-0.4 \cos(1/x)}$	3,8	5,4	20	$e^{0.5x\sqrt{x}}$	3,9	5,5	21	$e^{\cos(1/x)}$	2,9	4,5
22	$4 \cos(0.02x^3)$	0,7	2,3	23	$\frac{x^2 - 1}{x^3}$	2,5	4,1	24	$e^{\sin x}$	1	2,6
25	$\frac{x}{1 + x^2}$	2,9	4,5	26	$\ln(1 + x^2)$	3,4	5	27	$\sqrt{1 + x^2}$	1,8	3,4
28	$\frac{x \ln x}{\sqrt{1 + x}}$	0,7	2,3	29	$\sqrt{1 + e^{-x}}$	3,2	4,8	30	$\cos(e^{-\sqrt{x}})$	1,6	3,2

Задание 18.

Дан интеграл вида $\int_a^b (c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4)dx$. Используя априорную оценку погрешности формулы центральных прямоугольников, определить шаг интегрирования, достаточный для достижения точности $\varepsilon = 0.01$, и вычислить интеграл с этим шагом. Вычислив точное значение интеграла, подтвердить достижение указанной точности.

N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
1	-0,9	-0,4	3	1	-3	-1	-5	2	-0,6	-0,1	-1	-5	4	4	-1
3	0,6	1,1	-5	1	-4	-1	-3	4	-1,3	-0,8	-5	-4	-1	1	-2
5	-2	-1,5	2	3	-5	3	-4	6	0,8	1,3	4	1	4	-5	1
7	0,7	1,2	-4	-1	-5	4	3	8	0,2	0,7	-4	-3	-3	2	-5
9	0,4	0,9	1	3	-5	-1	-5	10	-0,1	0,4	1	4	-1	-2	-3
11	0,9	1,4	3	-4	-2	-1	0	12	0,1	0,6	1	3	0	4	-4
13	0,7	1,2	0	-2	4	-2	-1	14	0,8	1,3	0	3	1	4	-1
15	-1,4	-0,9	3	1	-3	-1	-2	16	-1,1	-0,6	-4	1	2	-5	4
17	0,2	0,7	-4	0	-3	-3	3	18	0,6	1,1	4	3	3	-5	0
19	-1,9	-1,4	3	-3	3	4	-4	20	0,9	1,4	1	3	-4	1	-3
21	0,5	1	-5	0	-3	-3	1	22	-1,1	-0,6	0	4	-1	0	3
23	0,4	0,9	-2	3	-1	2	0	24	-1,2	-0,7	2	0	0	3	4
25	1,1	1,6	0	4	1	3	-4	26	1	1,5	3	-5	2	-1	0
27	-0,7	-0,2	-5	4	-1	-4	2	28	-0,1	0,4	4	-3	-5	-4	1
29	1	1,5	4	2	2	0	-4	30	-2	-1,5	4	0	-5	-3	3

Задание 20.

Вычислить центральную и правую разностные производные функции $f(x)$ с шагом $h = 0.1$ в точке $x_0 = \frac{a+b}{2}$. (Функция и величины a и b даны в задании 17). Выполнить априорную оценку погрешности для каждой формулы, сравнить с точным значением производной. Записать результат с учетом погрешности.

Задание 22.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[t_0, T]$ с шагом $h = 0.2$: а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀	N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀
1	$y \cos t + 3 \cos t$	0	1	-2	2	$\frac{y}{t \ln t} + \frac{\ln t}{t}$	e	e + 1	1
3	$-\frac{4t-1}{t}y + 2t$	1	2	1	4	$\frac{2t+1}{t}y + t$	1	2	0.5
5	$\frac{y}{t+1} + 2(t+1)e^{2t}$	0	1	2	6	$\frac{y}{t+3} + (t+3)e^t$	1	2	4
7	$\frac{y}{t} + 2t^2e^{t^2}$	1	2	e	8	$y \operatorname{ctg} t + \sin^2 t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0
9	$-y \operatorname{tg} t + 3 \cos t$	0	1	1	10	$\frac{y}{t} + t \cos t + t$	π	$\pi + 1$	π^2
11	$\frac{y}{t-1} + t^2 - 1$	-1	0	5	12	$\frac{y}{t-4} + \frac{t-4}{t}$	1	2	0
13	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t - \cos t$	0	1	1	14	$y \operatorname{ctg} t + 8t \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	π^2

N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀	N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀
15	$-y \operatorname{tg} t + \sin 2te^{-\cos t}$	0	1	2	16	$6t^2y + 12t^2$	0	1	0
17	$-\frac{y}{t \ln t} + \frac{2t}{\ln t}$	e	e + 1	e ²	18	$\frac{y}{t-2} + 2(t-2)e^{2t}$	0	1	0
19	$\frac{y}{t \ln t} + 2t \ln t$	e	e + 1	2e ²	20	$-y \sin t + 4 \sin t$	π/2	π/2 + 1	2
21	$-\frac{3t-1}{t}y + 6t$	1	2	3	22	$-\frac{2y}{t} + \frac{2}{t^2} + 4t$	1	2	3
23	$y \operatorname{ctg} t - \frac{1}{\sin t}$	π/2	π/2 + 1	0	24	$\frac{y}{t-1} + 3(t-1)e^{3t}$	-1	0	-2e ⁻³
25	$\frac{y}{t-1} + t^2 - t$	-1	0	-1	26	$\frac{y}{t+1} + t + 1$	1	2	0
27	$\frac{y}{t+2} + t + 2$	0	1	4	28	$y \operatorname{ctg} t + \sin 2t$	π/2	π/2 + 1	2
29	$y \cos t + e^{\sin t}$	0	1	1	30	$\frac{y}{t+1} - (t+1)e^{-t}$	0	1	0

Задание 25.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$ с шагами $h_1 = 1/3$, $h_2 = 1/6$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

N	q(x)	f(x)	y ₀	y ₁
1	$e^{x+1} + 1$	e^2	e	1
2	1	$2 + x - x^2$	1	e
3	e^2	e^{2x}	2	1 + e
4	$2 - x$	$(1 - x)e^{1-x}$	e	1
5	$1/(1 + x)$	$x - 1$	1	4
6	$1/(1 + x)$	$x^2 - 4x - 5$	1	8
7	π^2	$2\pi^2 + 5\pi^2 \sin^2(\pi x)$	0	0
8	$3/(4(1 + x)^2)$	$1/(1 + x)^{3/2}$	1	$\sqrt{2}$
9	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \sin(\pi x/2)$	0	1
10	$2\pi^2$	$3\pi^2 \sin(\pi x)$	0	0
11	$1 - x$	$2 + x(1 - x)^2$	0	0
12	1	$1 + 6x - x^3$	1	0
13	e^x	$xe^{2x} - 2e^x$	0	1 + e
14	$1/\sqrt{1 + x}$	$1 + 1/(4(1 + x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
15	$3/(2 - x)^2$	$1/(2 - x)^3$	1/2	1
16	1	$2e^{1-x}$	0	1
17	x^2	$(x^2 - 1)e^{-x}$	1	1/e
18	$1/(1 + x)$	$x/(1 + x)$	0	1
19	$x + 1$	xe^x	1	e
20	$2x + 1$	$2xe^{2x-1}$	1/e	e
21	6	$2e^{2x-1}$	1/e	e
22	$3 + x$	$6 - x - x^2$	2	1
23	$1/(1 + x)$	$(5 + 4x)/(4(1 + x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
24	$1/(1 + x)$	$-1/(1 + x) + \ln(1 + x) - 1$	0	$\ln 4 - 2$
25	$5x^2 - 2$	$x^2e^{-x^2}$	1	1/e

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
26	6	$6(1 - x + x^3)$	1	2
27	$2 + 5x^2$	$x^2 e^{x^2}$	1	e
28	1/4	$(x^2 + 2x + 2)/(4(1 + x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
29	π	$\pi \operatorname{tg}(\pi x/4) (1 - \operatorname{tg}^2(\pi x/4)) / 2$	0	1
30	$\pi^2/2$	$\pi^2(1 + \sin^2(\pi x/2))/2$	1	0