

# Übungen zur Vorlesung "Physik I für Ingenieure", WS 2015/16

Apl. Prof. Dr. Berndt Koslowski

7. Übungsblatt, Ausgabedatum 24.11.2015 (Besprechung 30.11.2015)

## 1. Drehimpulserhaltung und Drehmoment

- (a) Sie sitzen auf einem Stuhl und drehen sich um ihre eigene Achse. In Ihren Händen halten Sie zwei Kugeln. Einmal strecken sie ihre Arme aus und einmal halten Sie sie eng an ihrem Körper. Berechnen sie die Winkelgeschwindigkeit bei einem Drehimpuls von  $L = 10 \frac{Kg \cdot m^2}{s}$  und einem Gewicht der Kugeln von jeweils  $m = 5Kg$ . Die Armlänge betrage  $60cm$ . Nehmen Sie außerdem an, dass sich der Schwerpunkt beim Ausstrecken der Arme nicht ändert und sich die Kugeln auf der Höhe des Schwerpunkts befinden. Der Radius der Kugeln sei  $r = 0,1m$  und das Trägheitsmoment des Menschen sei  $I_M = 0,4Kg \cdot m^2$ .
- (b) Erklären Sie, warum der Verbindungsvektor von Mittel- zu Schwerpunkt eines Gegenstands nach ausreichend langem freien Fall stets nach unten zeigt.
- (c) Sie sitzen auf einem nicht drehbaren Stuhl und in ihrer Hand halten Sie ein Rad, welches sich um die eigene Achse dreht. Der Drehimpuls des Rads um die eigene Achse sei  $\vec{L} = |L|\vec{e}_z$ . Sie wollen nun das Rad über ihren Kopf bewegen, d.h. am Ende zeigt der Drehimpuls des Rades in x bzw. y-Richtung. Wie würde die Bewegung, die Sie machen müssen, damit Sie das Rad über Ihren Kopf bewegen können, an einem nicht rotierenden Rad aussehen? Was bedeutet das für Sie?

2. **Kugelproblem** Vor Ihnen liegen zwei äußerlich identische Kugeln, d.h. Radius, Masse ... sind gleich. Ihnen wird gesagt, dass eine der beiden Kugeln hohl ist (der Mantel der einen Kugel besteht aus schwererem Material). Wie können Sie auf sehr einfache Art und Weise herausfinden, welche der Kugeln hohl ist, ohne die Kugeln zu zerstören? Begründen Sie ihre Antwort mithilfe bekannter Beziehungen!

3. **Kopfsprung im Freibad.** Sie stehen im Freibad auf dem Sprungbrett und überlegen sich, um welchen Winkel  $\alpha$  Sie sich um Ihren Schwerpunkt drehen, wenn Sie sich um einen Winkel  $\alpha_0$  nach vorne neigen und dann fallen lassen.

- (a) Wie groß ist das Drehmoment, das auf Sie wirkt? Setzen Sie dieses in Zusammenhang mit der Winkelbeschleunigung.
- (b) Sie erhalten eine Gleichung der Form

$$\ddot{\alpha}(t) \propto \sin(\alpha(t)), \quad (1)$$

wobei  $\ddot{\alpha}$  die Winkelbeschleunigung bezeichnet. Nähern Sie  $\sin(\alpha) \approx \alpha$  und lösen Sie diese Gleichung mit dem Ansatz  $\alpha(t) = e^{\lambda t}$  (Tipp: hyperbolische Funktionen).

- (c) Überlegen Sie sich, um welchen Winkel  $\alpha$  Sie sich drehen, wenn das Sprungbrett die Höhe  $A$  hat. Beachten Sie, dass das Trägheitsmoment proportional zur Masse ist, d.h.  $I = m\alpha$  mit  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Ist dieses Ergebnis auch für große Höhen realistisch?

4. **Trägheitsmomente.** Wir wollen das Trägheitsmoment der Anordnung in Abbildung 1 berechnen. Die Anordnung besteht aus einer Platte  $A$  der Länge  $a$ , der Höhe  $b$  und der Masse  $m_R$ . Die Dicke der Platte ist vernachlässigbar. In der Mitte der Platte bei  $\frac{a}{2}$  befindet sich die Drehachse. Sie liegt in der Ebene der Platte. Eine Kugel  $C$  ist durch eine Stange  $B$  mit der Platte verbunden.

Die Kugel  $C$  ist eine Vollkugel  $C$  der Masse  $m_K$  mit dem Radius  $r$ . Die Stange  $B$  habe die Masse  $m_s$  und die Länge  $h$  (gemessen vom Schwerpunkt der Kugel bis zur Drehachse) und einen vernachlässigbaren Durchmesser.

- (a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Kugel bezüglich der Drehachse.  
 (b) Berechnen Sie das Trägheitsmoment der gesamten Anordnung bzgl. der Drehachse.  
 (c) Wo entlang der Verbindungsstange  $B$  müsste die Drehachse befestigt werden, damit das Trägheitsmoment minimal wäre?

5. **Schiefe Ebene.** Ein Hohlzylinder mit  $r_1 = 3\text{cm}$  und  $r_2 = 5\text{cm}$  der Masse  $m = 0,5\text{Kg}$  rolle eine schiefe Ebene, die einen Winkel von  $\alpha = 30^\circ$  mit der horizontalen einschliesst, hinunter. Zu Beginn befinde sich der Zylinder auf einer Höhe von  $h = 0,5\text{m}$ . Es wirke eine Reibungskraft auf den Zylinder. Nehmen Sie diese analog zur Gleit- bzw. Haftreibung als  $F_R = F_N c_R$  an, dabei ist  $F_N$  die Normalkraft und  $c_R$  der Rollwiderstandskoeffizient (für geringe Geschwindigkeiten ist dies eine gute Näherung der Rollreibung). Es sei  $c_R = 0,02$ . Wie groß ist die Geschwindigkeit  $v$  des Schwerpunkts, wenn der Hohlzylinder auf dem Boden ( $h = 0$ ) ankommt?

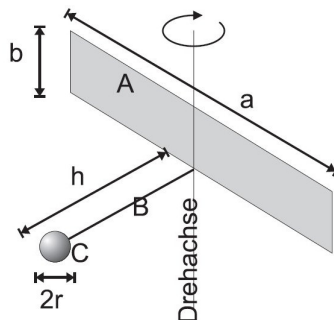


Abbildung 1: Anordnung aus Aufgabe 4. Abbildung nach Prof. O. Marti.