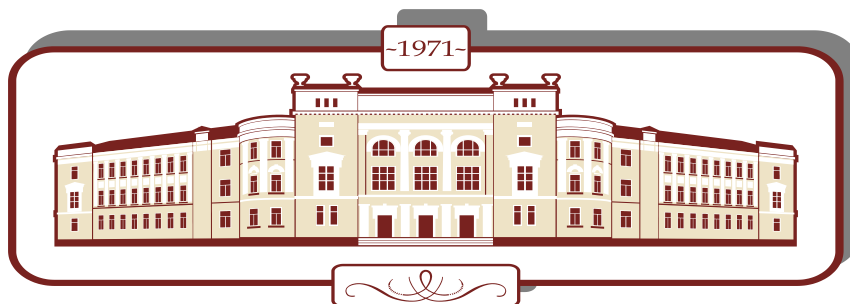


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
Строительный институт

Кафедра начертательной геометрии и графики

Красовская Н.И.



**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**
УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ИНДИВИДУАЛЬНОГО ПОЛЬЗОВАНИЯ
ДЛЯ ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

для студентов всех направлений
всех форм обучения

Тюмень, 2013

УДК 514.18

К78

Красовская Н.И. НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА: учебное пособие индивидуального пользования для лекционных и практических занятий и самостоятельной работы для студентов всех направлений всех форм обучения. Учебное пособие./Н.И.Красовская – Тюмень: РИО ФГБОУ ВПО ТюмГАСУ, 2013.- 148 с.

Учебное пособие предназначено для лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов всех форм обучения в первом семестре. Оно содержит в готовом виде основные определения и положения курса начертательной геометрии и инженерной графики, поясняющие иллюстрации и чертежи-заготовки для лекций, текстовые и графические условия задач для практических занятий, тесты для самоконтроля в полном соответствии с рабочими программами. Все это позволяет избавить студента от рутинной работы при конспектировании лекций и решении задач, и дает возможность сконцентрировать свое внимание на более полном усвоении учебной информации.

Содержание, структура и методика представления учебного материала в пособии полностью соответствуют требованиям государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования и перечню формируемых общекультурных и профессиональных компетенций по дисциплинам «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика» для квалификации выпускника «Бакалавр» по направлениям подготовки: 280700 «Техносферная безопасность», 270800 «Строительство». Пособие также может быть рекомендовано для работы студентов и других направлений, так как содержит общие правила построения изображений пространственных объектов на плоскости.

Илл. 149, библи. 18 назв.

Рецензенты: Л.Н.Скипин, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Техносферная безопасность» Тюменского государственного архитектурно-строительного университета, И.А.Венедиктова, к.т.н., доцент кафедры «Прикладная механика» Тюменского государственного нефтегазового университета.

Тираж 100 экз.

© ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно-строительный университет»

© Красовская Н.И.

Редакционно-издательский отдел ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный архитектурно-строительный университет

Содержание

Введение.....	6
1 МЕТОД ПРОЕКЦИЙ. ТОЧКА	8
1.1 Аппарат проецирования. Виды проецирования.....	8
1.2 Основные свойства параллельного проецирования	10
1.3 Обратимость чертежа. Координаты точки. Комплексный чертеж точки	10
1.4 Законы проекционной связи	12
1.5 Точки общего и частного положения.....	13
1.6 Тест для текущего контроля по теме «Точка»	14
1.7 Задачи	15
2 ЛИНИИ.....	17
2.1 Прямая линия.....	17
2.1.1 Задание прямой линии на чертеже. Определитель прямой	17
2.1.2 Положение прямой линии в пространстве	18
2.1.2.1 Прямые общего положения.....	18
2.1.2.2 Прямые частного положения	18
2.1.2.2.1 Прямые уровня	18
2.1.2.2.2 Проецирующие прямые.....	20
2.1.3 Точка на прямой	21
2.1.4 Взаимное расположение прямых.....	21
2.1.4.1 Теорема о проекциях прямого угла.....	22
2.2 Кривые линии	22
2.2.1 Плоские кривые	23
2.2.2 Пространственные кривые	25
2.3 Тест для текущего контроля по теме «Линии»	27
2.4 Задачи	29
3 ПЛОСКОСТЬ.....	31
3.1 Способы задания плоскости на чертеже.....	31
3.2 Положение плоскости относительно плоскостей проекций.....	32
3.2.1 Плоскости частного положения.....	32
3.3 Прямая и точка в плоскости	35
3.4 Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости	38
3.5 Параллельность и перпендикулярность двух плоскостей	38
3.6 Тест для текущего контроля по теме «Плоскость»	40
3.7 Задачи	42
4 ПОВЕРХНОСТИ	44
4.1 Способы образования и задания поверхностей	44
4.1.1 Очерк поверхности.....	45
4.2 Классификация поверхностей.....	45
4.2.1 Линейчатые поверхности	46
4.2.1.1 Многогранники.....	47
4.2.2 Поверхности вращения.....	48

4.2.3 Винтовые поверхности	52
4.3 Тест для текущего контроля по теме «Поверхности»	53
4.4 Задачи	55
5 СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА.....	58
5.1 Основные положения.....	58
5.2 Способ замены плоскостей проекций	58
5.2.1 Решение четырёх основных задач преобразования комплексного чертежа способом замены плоскостей проекций	60
5.3 Способ плоскопараллельного перемещения	63
5.3.1 Решение третьей и четвёртой задач преобразования чертежа способом плоскопараллельного перемещения	64
5.4 Способ вращения вокруг проецирующей прямой. Решение первой основной задачи преобразования чертежа	64
5.5 Алгоритмы решения типовых метрических задач начертательной геометрии способом замены плоскостей проекций	65
5.5.1 Определение расстояний	65
5.5.2 Определение углов	68
5.6 Тест для текущего контроля по теме «Способы преобразования комплексного чертежа»	69
5.7 Задачи	71
6 ТЕОРИЯ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ... 76	
6.1 Алгоритм решения задач на пересечение геометрических объектов, занимающих проецирующее положение	76
6.2 Алгоритмы решения задач на пересечение проецирующего геометрического объекта с геометрическим объектом общего положения	76
6.2.1 Сечение поверхностей проецирующей плоскостью	78
6.2.1.1 Конические сечения	78
6.2.1.2 Сечения цилиндрической поверхности	80
6.2.1.3 Сечения сферической поверхности.....	81
6.2.1.4 Сечения многогранника проецирующей плоскостью	82
6.2.2 Тест для текущего контроля по теме «Пересечение проецирующих геометрических объектов»	83
6.2.3 Задачи	85
6.3 Алгоритмы решения задач на пересечение геометрических объектов с помощью посредников	88
6.3.1 Алгоритм решения первой позиционной задачи с помощью посредников	88
6.3.2 Алгоритм решения второй позиционной задачи способом секущих плоскостей	91
6.3.3 Алгоритм решения второй позиционной задачи с помощью секущих сфер.....	94
6.3.3.1 Способ концентрических сфер	94

6.4 Некоторые частные случаи взаимного пересечения поверхностей второго порядка	96
6.5 Касание как частный случай пересечения геометрических объектов.....	98
6.6 Тест для текущего контроля по теме «Пересечение геометрических объектов общего положения».....	100
6.7 Задачи	102
7 РАЗВЁРТЫВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ	107
7.1 Общие понятия о развёртывании поверхностей	107
7.1.1 Основные свойства развёртки поверхностей	107
7.2 Развёртки прямых круговых конусов и цилиндров.....	108
7.3 Способы построения развёрток	108
7.3.1 Способ триангуляции	108
7.3.2 Способ нормального сечения.....	110
7.4 Условные развёртки неразвёртываемых поверхностей	111
7.5 Тест для текущего контроля по теме «Развёртывание поверхностей»	113
7.6 Задачи	115
8 ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ	116
8.1 Проекция точки	116
8.2 Проекция прямой	116
8.2.1 Положение прямых в пространстве	119
8.3 Проекция плоскости	120
8.4 Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости	121
8.5 Поверхности в проекциях с числовыми отметками	122
8.6 Пересечение топографической поверхности с плоскостью	124
8.7 Тест для текущего контроля по теме «Проекция с числовыми отметками».....	128
8.8 Задачи	130
9 ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ПРОЕКЦИИ	134
9.1 Основные положения и понятия.....	134
9.2 Выбор рационального положения картины и точки зрения при построении перспективы	135
9.3 Алгоритмы построения перспективы плоских фигур	136
9.4 Построение перспективы способом архитекторов	140
9.5 Построение теней в перспективе	141
9.6 Тест для текущего контроля по теме «Перспективные проекции» ..	142
9.7 Задачи	144
Библиографический список	147

Введение

В первом семестре студенты изучают теоретические основы геометрического формирования, построения и взаимного пересечения моделей пространства, необходимые в дальнейшем для выполнения и чтения чертежей и разработки конструкторской документации различного назначения.

Цели и задачи дисциплин «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика» для данного этапа обучения формулируются, исходя из требований стандартов нового поколения по формированию основных компетенций:

общекультурных:

ОК-4 - сознание необходимости, потребность и способность учиться;

ОК-8 - способность работать самостоятельно;

ОК-10 - способность к познавательной деятельности;

ОК-12 - способность к абстрактному и критическому мышлению;

профессиональных:

ПК-2 - способность разрабатывать и использовать графическую документацию;

ПК-3 - участие в инженерных разработках в составе коллектива.

Целью изучения дисциплины является развитие у обучаемых способности абстрактного пространственного мышления и формирование умений и навыков изображения пространственных объектов на плоскости и развитие у обучаемых способности разрабатывать графическую документацию.

Задачи дисциплины:

- обучение студентов методам проецирования и привитие навыков и умений использовать их при решении практических задач;

- обучение студентов изображению различных объектов пространства на двумерных носителях, умению определять положение объектов в пространстве и их взаимное расположение;

- изучение алгоритмов построения элементов взаимного пересечения различных геометрических объектов.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- иметь представление:

- о значении начертательной геометрии и инженерной графики для будущей профессиональной деятельности;

- вкладе отечественных ученых в развитие этих дисциплин;

- выборе рациональных способов решения пространственных геометрических задач на плоском чертеже.

- знать:

- метод проекций;

- способы образования различных объектов пространства и изображения их на плоских носителях;

- алгоритмы решения позиционных задач;

- алгоритмы решения метрических задач.

уметь:

- изображать геометрические объекты пространства и различные сочетания геометрических форм на двумерных носителях;
- определять форму и положение объектов в пространстве по их проекциям;
- решать позиционные и метрические задачи различными способами;
- решать задачи в проекциях с числовыми отметками;
- строить перспективу объектов.

Указания по работе с пособием

Учебное пособие является индивидуальным средством обучения, поэтому студент должен перед первым занятием приготовить его для использования: приобрести в печатном виде или на электронном носителе; скачать на сайте вуза, а затем распечатать его самостоятельно; сделать копию готового издания. Формат пособия – А4.

Записи во время лекции выполняются на свободном месте в каждом разделе ручкой, чертежи-заготовки дополняются карандашом (ТМ, НВ). Задачи решаются прямо на чертежах-заготовках исключительно **карандашом**.

Для самопроверки полученных знаний перед предстоящим практическим занятием студенту необходимо самостоятельно ответить на вопросы контрольных тестов, представленных после каждого лекционного раздела. Краткие ответы записывать **ручкой** в специальную таблицу, представленную в конце каждого теста.

Для приобретения умений и навыков решения задач начертательной геометрии студенту необходимо решить в каждом разделе обязательный набор задач, каждая из которых оценивается определенным количеством баллов. Стоимость задач в баллах оговаривается преподавателем в начале каждого занятия и записывается в специальные таблицы в конце раздела. Задачи со звездочкой (*) являются необязательными, дополнительными, и за них начисляются «призовые» баллы. Задачи решаются самостоятельно только на практических занятиях под контролем ведущего преподавателя. Преподаватель вместе со студентами разбирает алгоритм решения задач и поясняет трудные моменты, если таковые имеются. Так как задачи решаются, студент обязан тщательно готовиться к практическим занятиям по лекциям и по предложенным литературным источникам. В начале каждого занятия проводится тестовый контроль или опрос. В течение семестра студент выполняет графические работы на листах чертежной бумаги, а также проводятся часовые аудиторские рубежные контрольные работы по изученному блоку тем (модулю). В конце семестра сдается экзамен (дифференцированный зачет). Студенты, набравшие максимально-возможное количество баллов (90-100%), освобождаются от экзамена (зачета), а студенты, набравшие мало баллов, выполняют дополнительные задания.

1 МЕТОД ПРОЕКЦИЙ. ТОЧКА

Все окружающие человека предметы характеризуются такими общими признаками как форма, размеры и положение в пространстве. Пространство и существующие в нем предметы – объекты – можно представить в виде множества элементарных геометрических образов: точек, линий, которые и являются неким ключом графической информации о свойствах объекта, для передачи которой необходим способ так называемого графического общения. Совокупность средств и действий для передачи графической информации образуют аппарат графического общения. Для того, чтобы представить такой аппарат, сначала необходимо ознакомиться с основными понятиями начертательной геометрии. Такими понятиями являются: *геометрическое пространство*, *геометрический образ (объект)*, *отображение*.

Геометрическое пространство рассматривается как множество точек. Оно может быть 0-мерным (точка), одномерным (прямая), двумерным (плоскость), трехмерным (объемная фигура), n – мерным. Из точек пространства формируются геометрические образы: линии, плоскости, поверхности.

Геометрический образ (объект) – это множество точек, выделенных из пространства и подчиненных определенным условиям.

Отображение – это правило, которое устанавливает принцип однозначного соответствия точек трехмерного пространства и вполне определенных точек двумерного пространства (плоскости).

Процесс отображения геометрических объектов трехмерного пространства на двумерном носителе - плоскости с помощью проецирующих лучей называется **проецированием**. Полученное в результате проецирования изображение геометрического объекта называют его **проекцией**.

1.1 Аппарат и виды проецирования

Точку называют *0 – мерным* объектом. Отобразить точку, значит, построить ее проекции, рисунок 1.1.

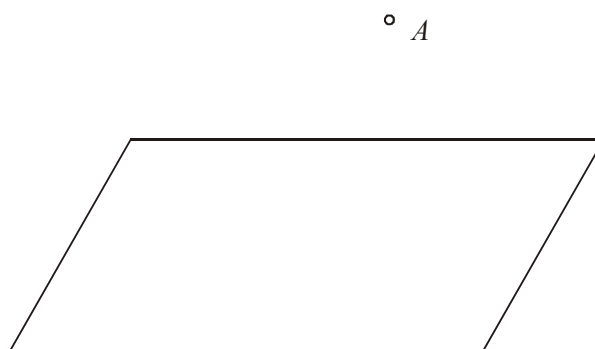


Рисунок 1.1

В аппарат проецирования входят:

- объект проецирования – (A);
- плоскость проекций – (Π_1);
- центр проецирования – (S);
- проецирующий луч (a);
- проекция объекта – (A_1).

Точки в начертательной геометрии обозначаются прописными буквами латинского алфавита: A, B, C, D и т.д.; прямые – строчными буквами: a, b, c, d ... Плоскости проекций обозначаются греческой буквой Π (пи): $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$... Π_n , рисунки 1.2, 1.3.

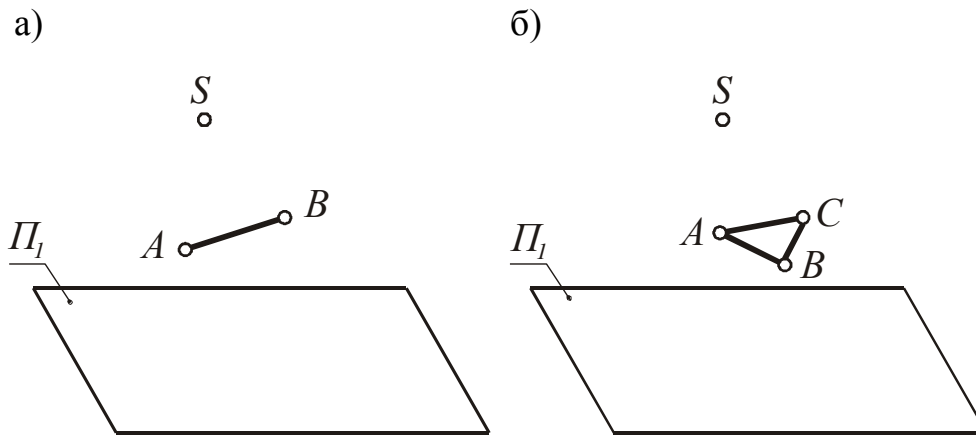


Рисунок 1.2

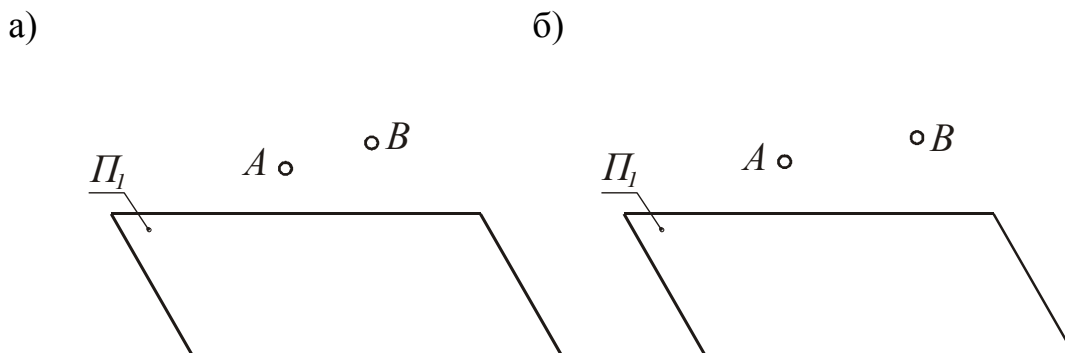


Рисунок 1.3

1.2 Основные свойства параллельного проецирования

- Точка проецируется в точку, в общем случае прямая – в прямую, плоская фигура – в плоскую фигуру, объемные тела – в плоские фигуры.
- Проекции параллельных прямых взаимнопараллельны: если $a \parallel b$, то $a_1 \parallel b_1$.
- Если точка лежит на прямой, то и проекция этой точки лежит на соответствующей проекции данной прямой: если $D \in CK$, то $D_1 \in C_1K_1$.
- Отношение проекций отрезков прямой равно отношению отрезков прямой в пространстве: $C_1D_1 : D_1K_1 = CD : DK$, рисунок 1.4.

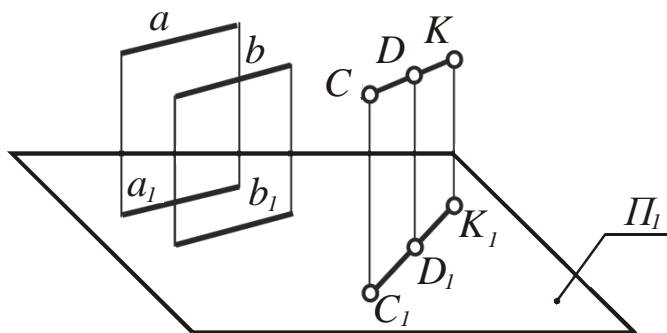


Рисунок 1.4

1.3 Обратимость чертежа. Координаты точки. Комплексный чертеж точки

Обратимый чертеж – это чертеж, позволяющий однозначно определять форму, размеры и положение предмета в пространстве.

S_0



Рисунок 1.5

Плоскость Π_1 называется *горизонтальной* плоскостью проекций, плоскость Π_2 – *фронтальной*, плоскость Π_3 – *профильной*, рисунок 1.6.

Линии их пересечения называются *осями проекций*: $x = \Pi_1 \cap \Pi_2$; $y = \Pi_1 \cap \Pi_3$; $z = \Pi_2 \cap \Pi_3$. Точка O – начало координат, рисунки 1.6 и 1.7.

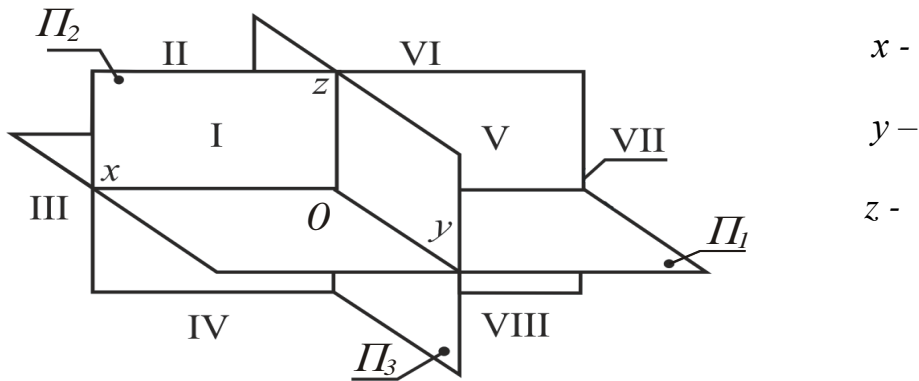


Рисунок 1.6

Координатой точки называется расстояние от точки до плоскости проекций.

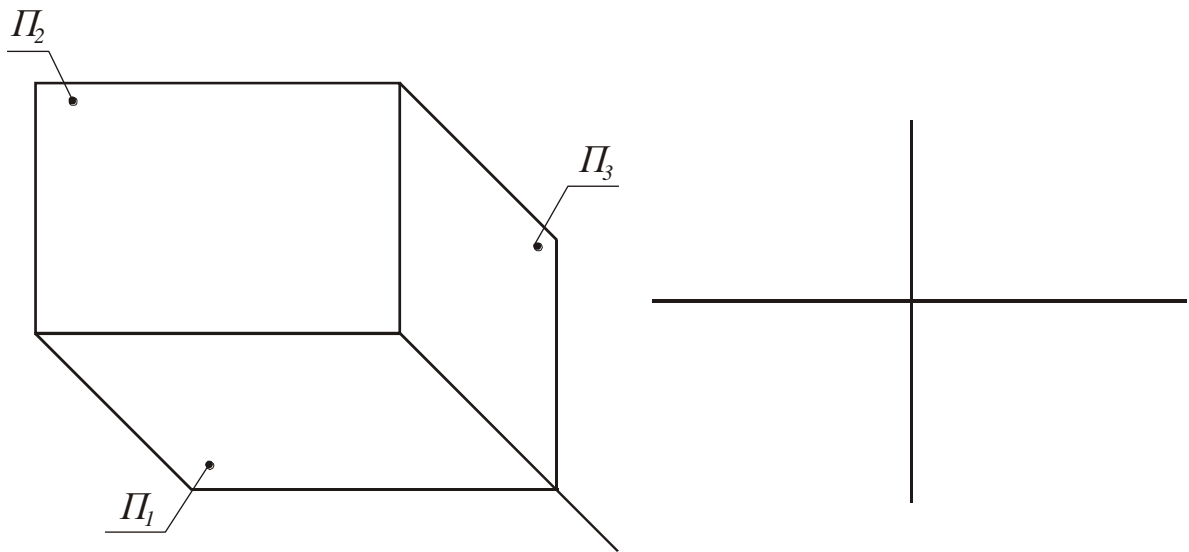


Рисунок 1.7

Линия $x_A y_A z_A$ называется *координатной ломаной линией*. Линии A_1A_2 , A_2A_3 и A_1A_3 называются *линиями проекционной связи*.

1.4 Законы проекционной связи

- Горизонтальная и фронтальная проекции точки $A - A_1$ и A_2 лежат на одной линии проекционной связи, перпендикулярной оси x .
- Фронтальная и профильная проекции точки $A - A_2$ и A_3 лежат на одной линии проекционной связи, перпендикулярной оси z .
- Горизонтальная и профильная проекции точки $A - A_1$ и A_3 лежат на одной линии проекционной связи, перпендикулярной оси y .

Расстояние от оси x до горизонтальной проекции точки $A - A_1$ равно расстоянию от оси z до профильной проекции точки $A - A_3$.

Чертеж, состоящий из двух проекций объекта, называют *двухкартинным*, рисунок 1.8.

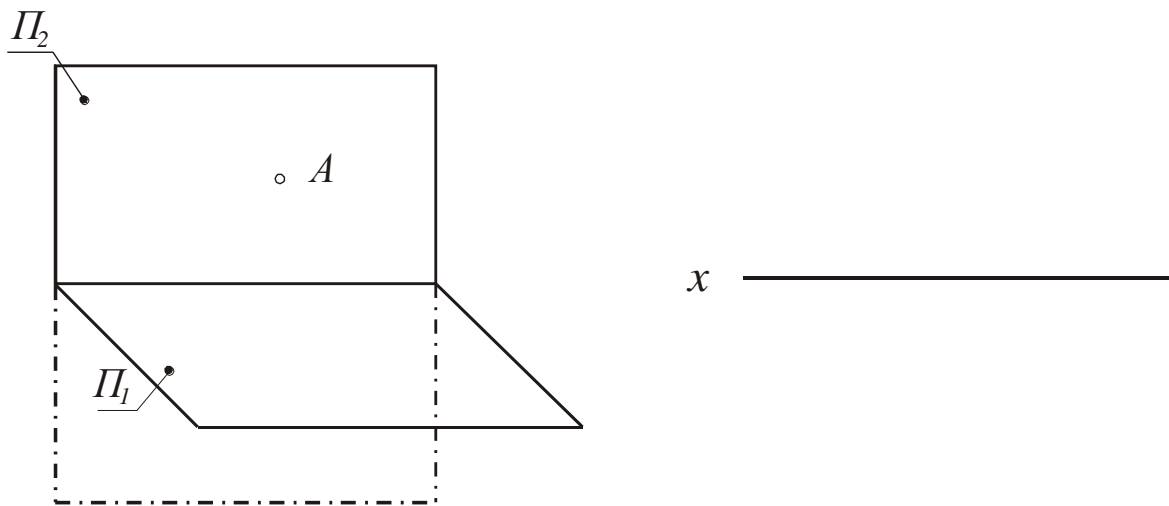


Рисунок 1.8

1.5 Точки общего и частного положения

Точка как объект отображения может занимать различное положение относительно плоскостей проекций, рисунок 1.9.

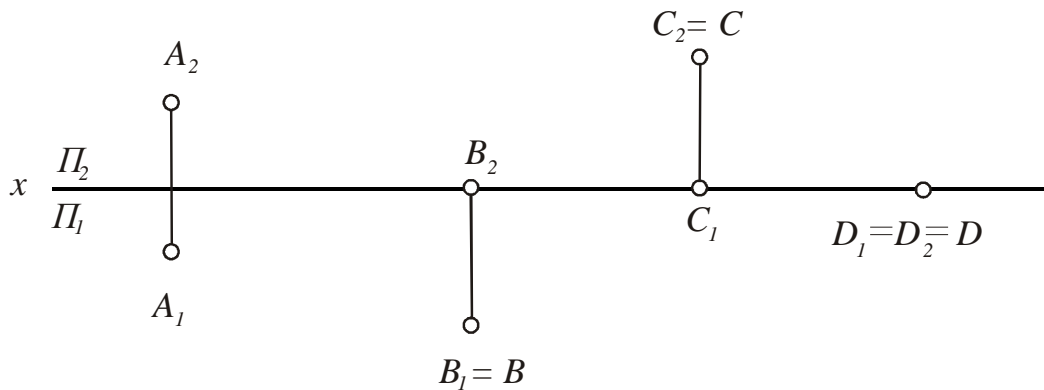


Рисунок 1.9

Выводы:

- отображение объектов трехмерного пространства реализуется методом проекций;
- за основной вид проецирования принят прямоугольный (ортогональный);
- положение точки определяется тремя координатами в пространстве или двумя проекциями на чертеже, задать точку – значит, задать ее проекции;
- изображение точки на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций является обратимым чертежом.

1.6 Тест для текущего контроля по теме «Точка»

А. Как называется плоскость проекций Π_2 ?

Б. Как называется линия A_1A_2 ?

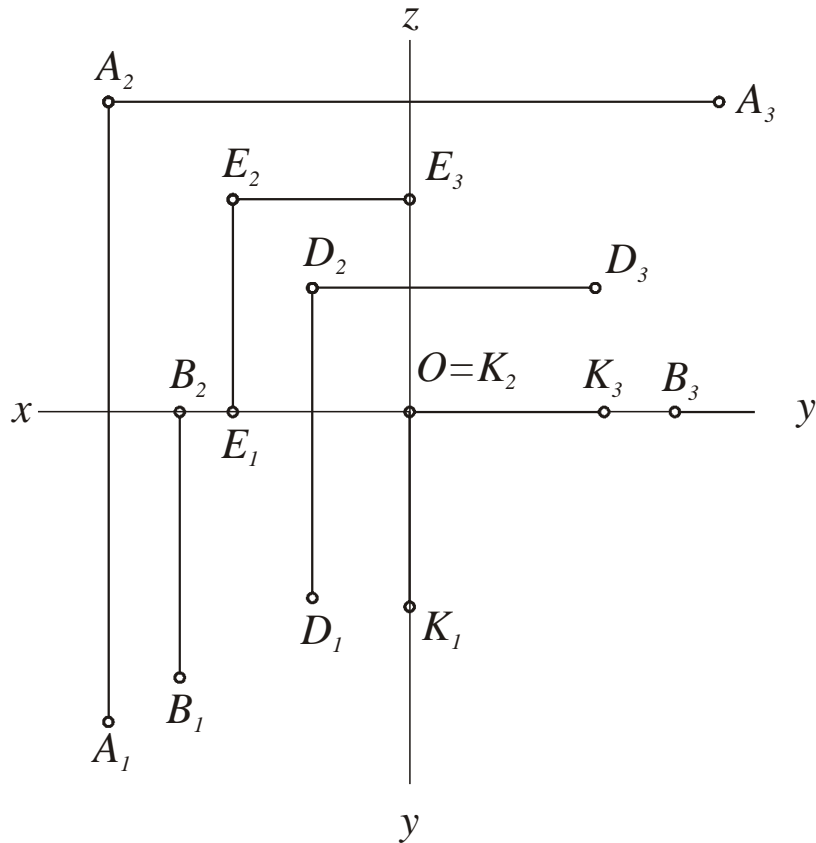


Рисунок 1.10

В. Какая из точек лежит в горизонтальной плоскости проекций?

Г. Какая из точек наиболее удалена от фронтальной плоскости проекций?

Д. Глубина какой точки равна нулю?

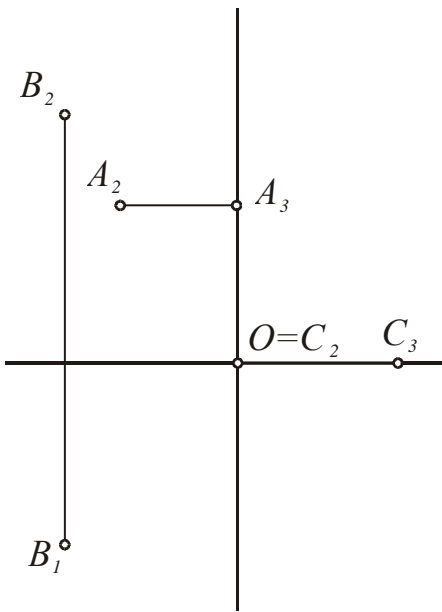
Е. Какие координаты определяют точку, лежащую в профильной плоскости проекций: x и y ; y и z ; x и z ; x , y и z ?

Ж. Какая из точек лежит на оси y ?

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
Ответ							

1.7 Задачи



1. По заданному комплексному чертежу точек, рисунок 1.11, требуется:

- обозначить оси и плоскости проекций;
- достроить недостающие проекции заданных точек A, B, C ;
- определить положение точек в пространстве относительно плоскостей и осей проекций.

A - _____
 B - _____
 C - _____

Рисунок 1.11

2. Записать координаты точки A , отстоящей от Π_1 на 30мм, от Π_2 – на 20мм, от Π_3 – на 15мм. Построить комплексный чертеж этой точки, рисунок 1.12. A (_____)

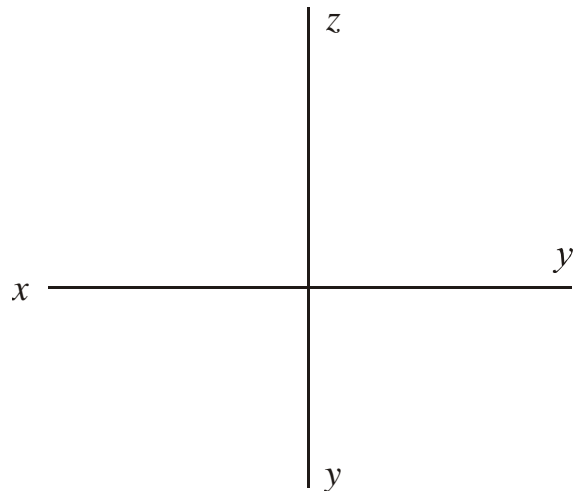


Рисунок 1.12

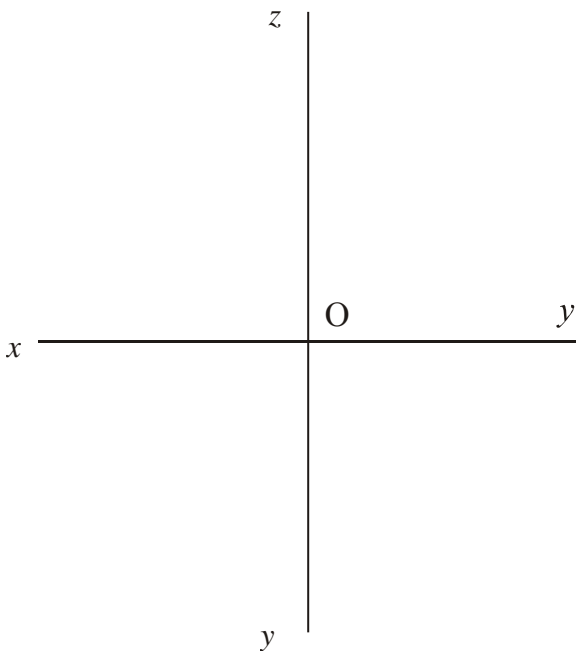


Рисунок 1.13

3. На рисунке 1.13 построить проекции:

- точек A, B, C по координатам:
 $A(25, 15, 20)$; $B(15, 0, 30)$; $C(0, 20, 0)$;
- точки K , расположенной выше точки A на 15мм;
- точки M , расположенной на 5мм дальше от Π_3 , чем точка B .

4. По заданному комплексному чертежу, рисунок 1.14, построить горизонтальную и профильную проекции точки K , отстоящей от Π_2 на 20мм, и точки L , лежащей в плоскости Π_2 .

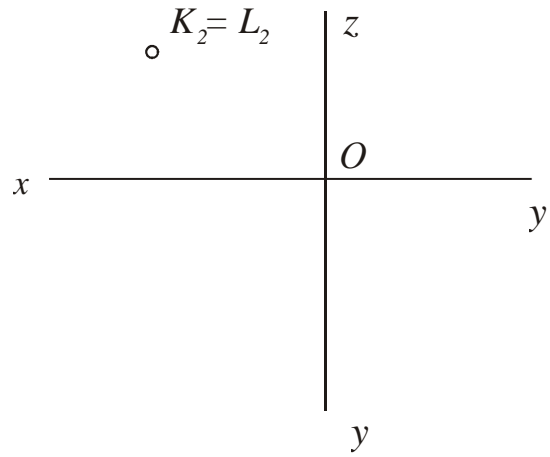


Рисунок 1.14

5. Даны три проекции точки A , рисунок 1.15. Построить оси проекций, если $Z_A = 25$ мм.



Рисунок 1.15

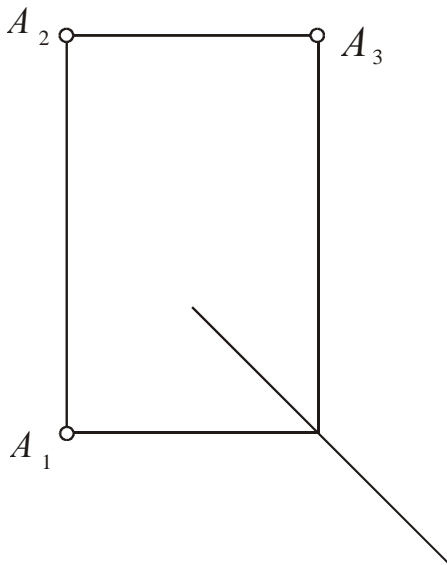


Рисунок 1.16

6*. Даны три проекции точки A , рисунок 1.16. Построить проекции точки B , которая находится перед точкой A на расстоянии от нее 5мм, выше точки A на 15мм и дальше от Π_3 , чем точка A , на 10мм.

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5	6*	Σ
Баллы							

2 ЛИНИИ

Линия - это множество положений непрерывно движущейся в пространстве точки. Линия является одномерным объектом. Форма линии зависит от направления движения образующей ее точки, рисунок 2.1.

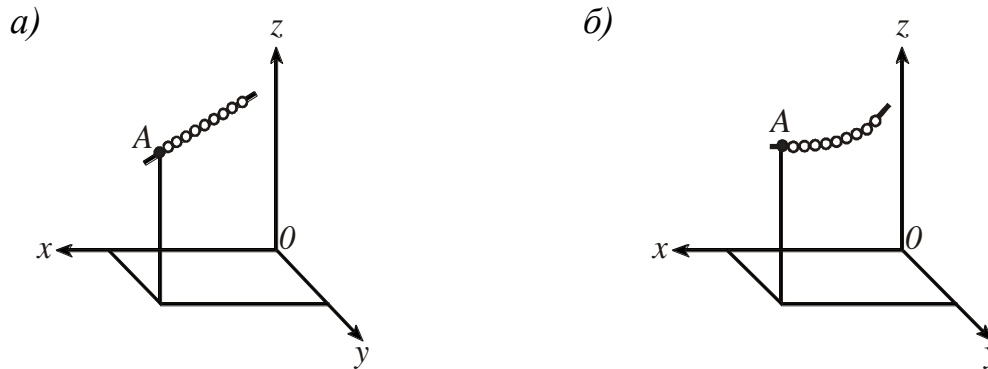


Рисунок 2.1

2.1 Прямая линия

Простейшей линией является прямая, которая получается при движении точки без изменения направления ее движения, рисунок 2.1а.

2.1.1 Задание прямой линии на чертеже. Определитель прямой

Прямая линия может быть задана на комплексном чертеже по-разному:

- проекциями двух точек, принадлежащих прямой линии;
- проекциями ее отрезка;
- проекциями некоторой ее произвольной части, без указания концевых точек прямой;
- проекциями некоторой произвольной части прямой с обозначением проекции ее одной буквой, отнеся ее к какой-либо точке прямой или к проекции в целом.

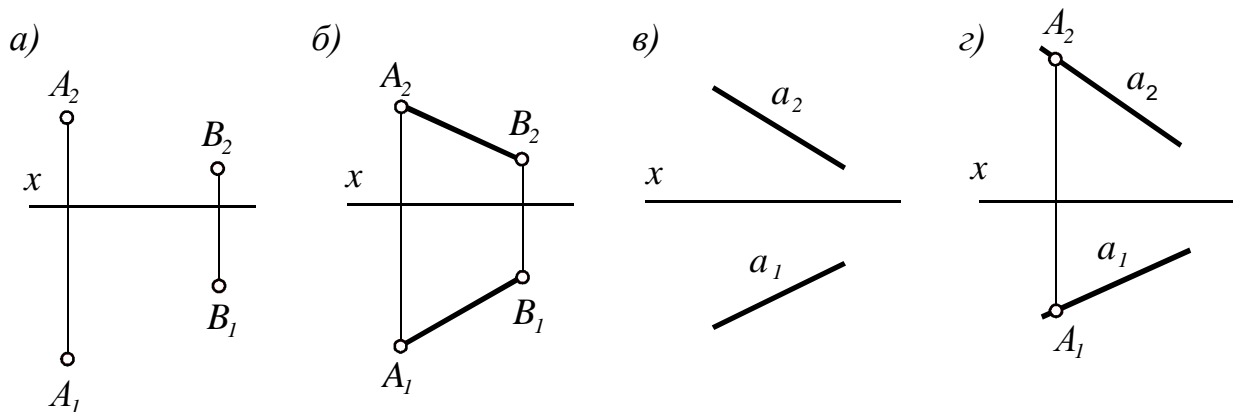


Рисунок 2.2

Совокупность элементов, необходимых для однозначного задания геометрического объекта на чертеже, называется его *определителем*.

2.1.2 Положение прямой линии в пространстве

Прямая линия в пространстве может занимать *общее и частное* положение относительно плоскостей проекций.

2.1.2.1 Прямая общего положения

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется *прямой общего положения*.

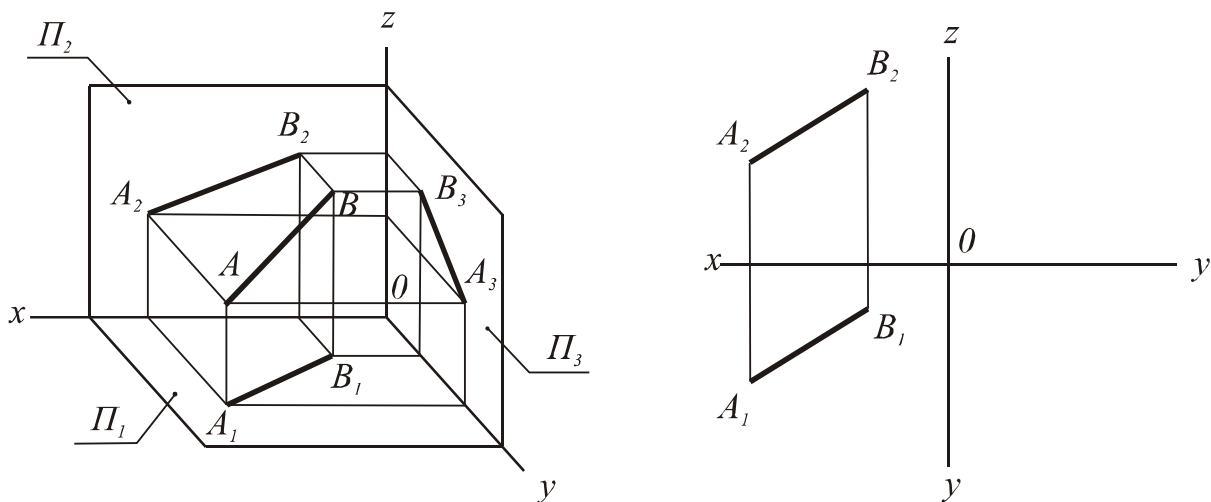


Рисунок 2.3

2.1.2.2 Прямые частного положения

Прямые, параллельные или перпендикулярные одной из плоскостей проекций, называются *прямыми частного положения*.

2.1.2.2.1 Прямые уровня

Прямые, параллельные одной из плоскостей проекций, называются *прямыми уровня*.

Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонталью*.

Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется *фронталью*.

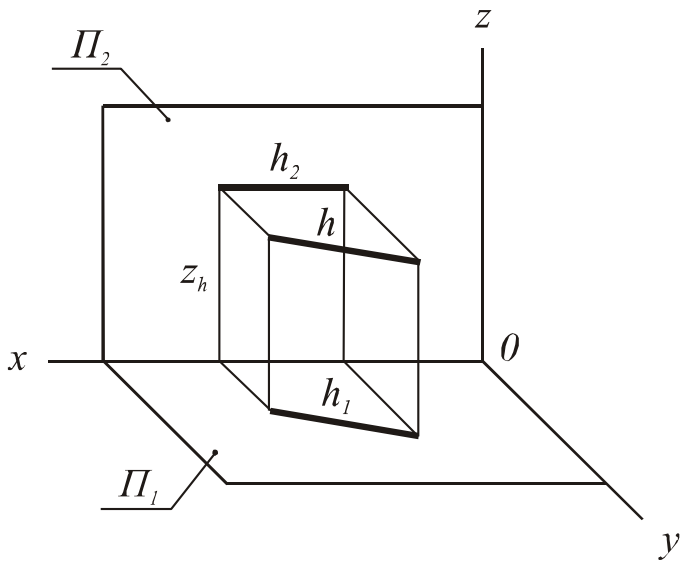


Рисунок 2.4

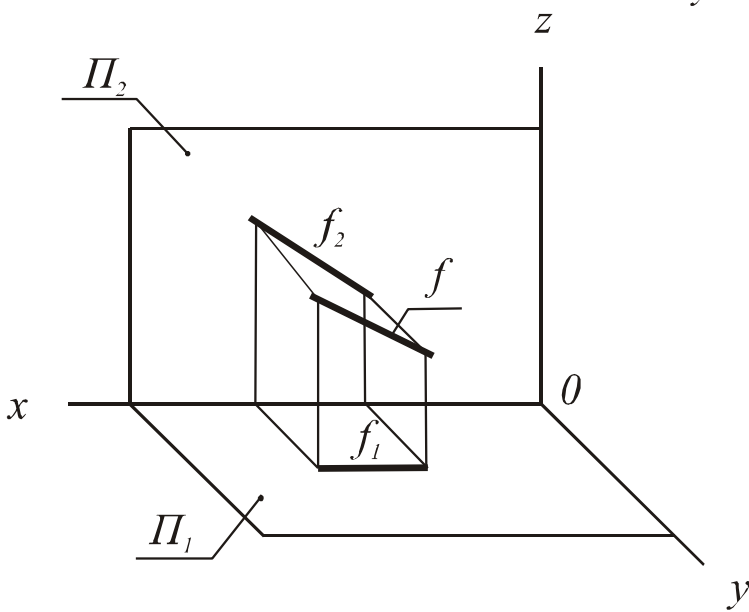


Рисунок 2.5

Прямая, параллельная профильной плоскости проекций, называется **профильной** прямой.

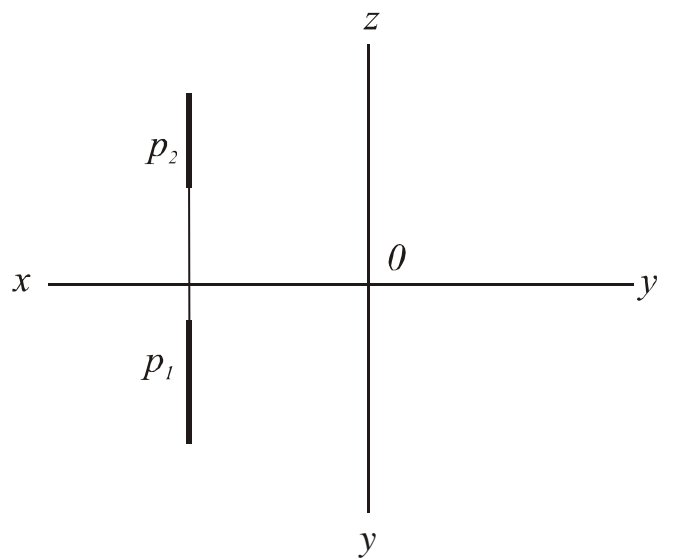
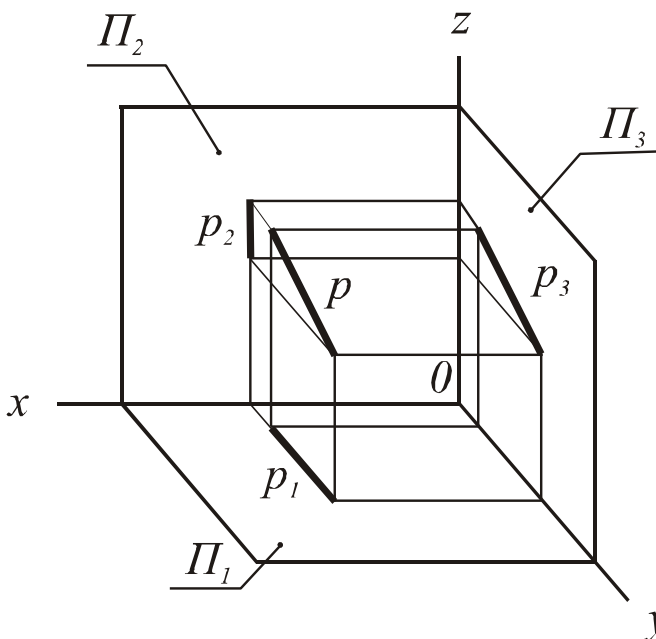


Рисунок 2.6

Линии уровня, лежащие в плоскостях проекций, называются **нулевыми** линиями уровня: нулевая горизонталь ($h^0 \subset \Pi_1$), нулевая фронталь ($f^0 \subset \Pi_2$), $p^0 \subset \Pi_3$.

2.1.2.2 Проецирующие прямые

Прямые, перпендикулярные одной из плоскостей проекций, называются **проецирующими**:

- **горизонтально - проецирующая прямая** - прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций;

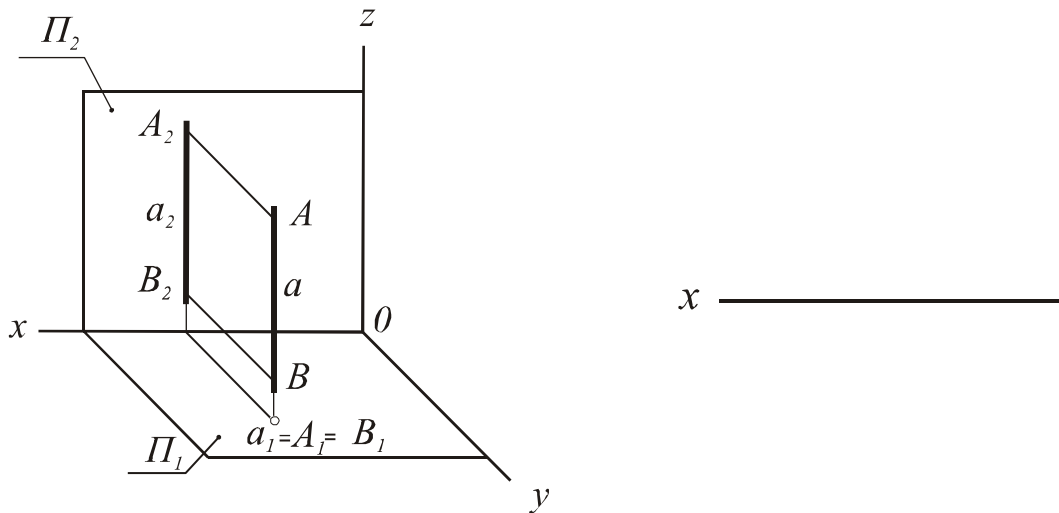


Рисунок 2.7

- **фронтально - проецирующая прямая** - прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций;

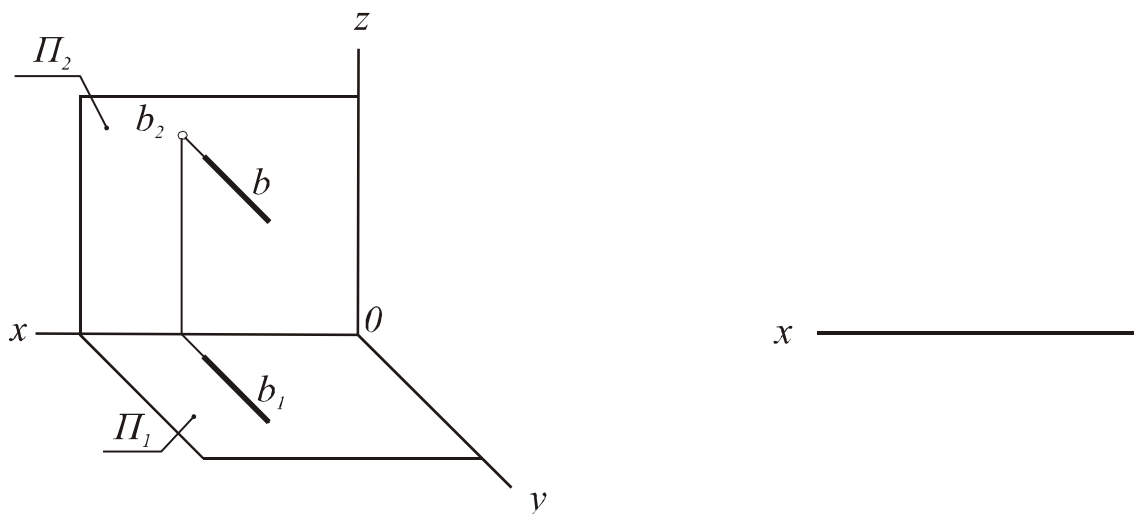


Рисунок 2.8

- **профильно-проецирующая прямая** - прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций.

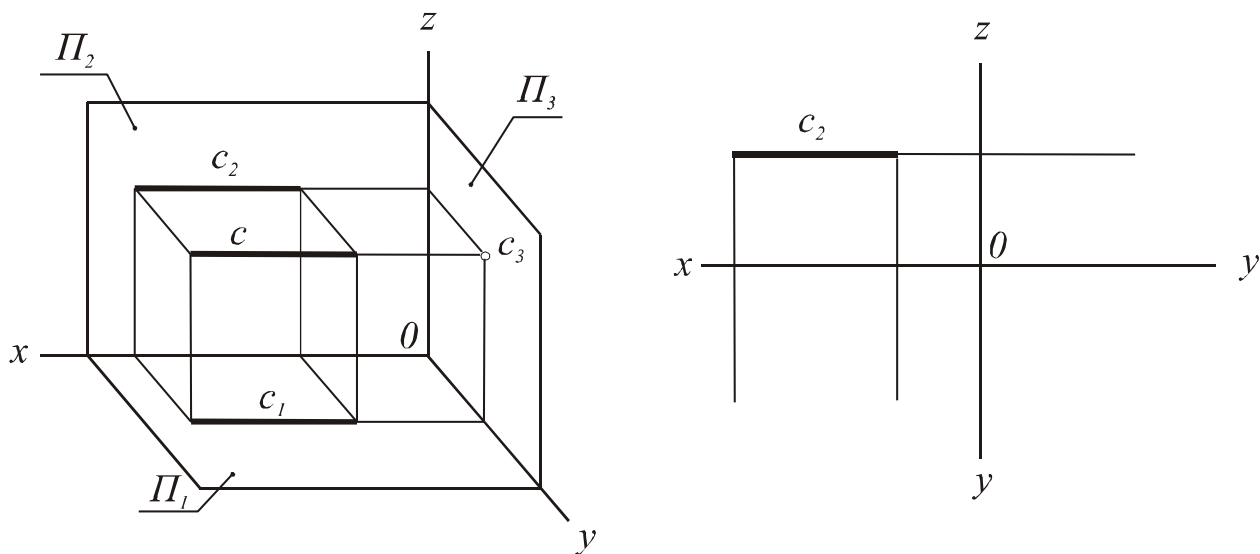


Рисунок 2.9

2.1.3 Точка на прямой

Если *точка* в пространстве *лежит на прямой*, то ее *проекции лежат на соответствующих проекциях этой прямой*.

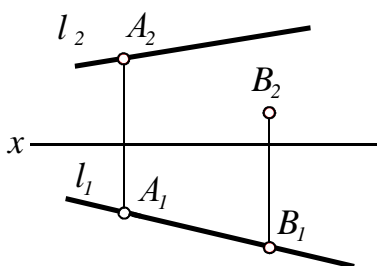


Рисунок 2.10

2.1.4 Взаимное расположение прямых

Прямые *параллельны*, если их проекции параллельны.

Прямые линии, имеющие общую точку, называются *пересекающимися*.

Прямые, не пересекающиеся и не параллельные между собой, называются *скрещивающимися*.

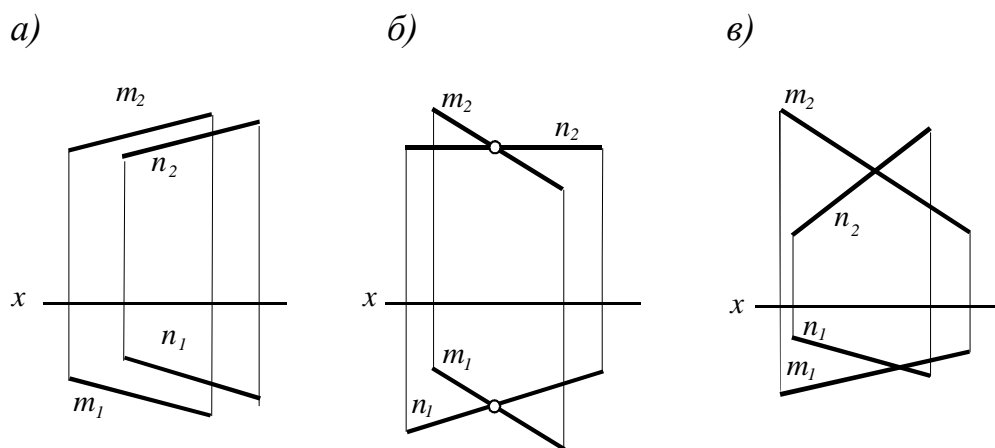


Рисунок 2.11

2.1.4.1 Теорема о проекциях прямого угла

Теорема. Если *одна сторона* прямого угла *параллельна* плоскости проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол проецируется на эту плоскость *без искажения*.

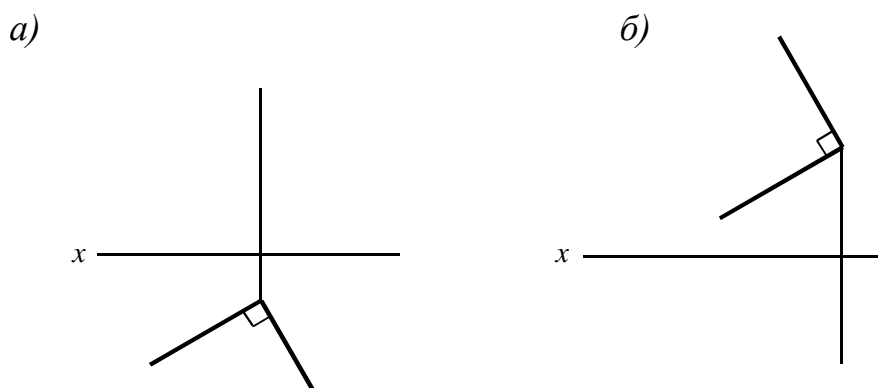


Рисунок 2.12

2.2 Кривые линии

Кривая линия получается при движении точки с *изменением* направления ее движения.

Закономерные кривые - это линии, закон образования которых известен, а *незакономерные* кривые - это линии, закон образования которых не установлен.

Кривые линии могут быть *циркульными*, если кривизна их постоянна, и *лекальными*, если кривизна непрерывно меняется. Кривые линии могут быть *плоскими* и *пространственными*.

2.2.1 Плоские кривые

Кривые, все точки которых принадлежат одной плоскости, называются *плоскими*.

Для построения ортогональных проекций кривой необходимо построить проекции ряда точек, принадлежащих этой кривой, и соединить между собой одноимённые проекции в той же последовательности, в какой они находились на кривой.

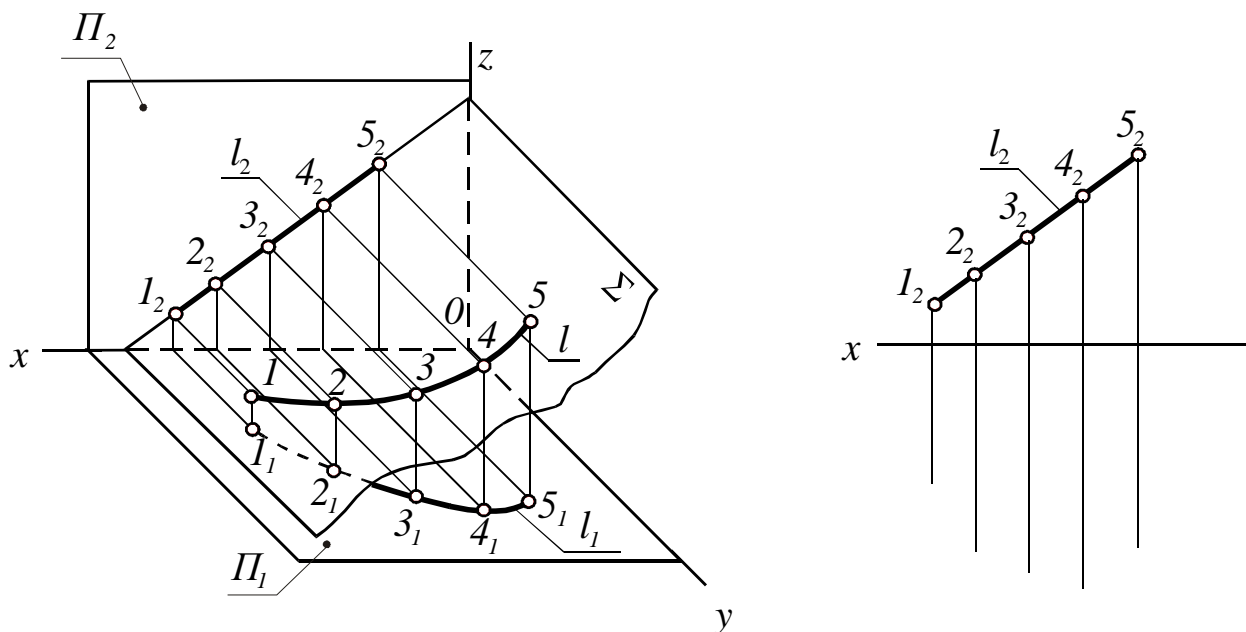


Рисунок 2.13

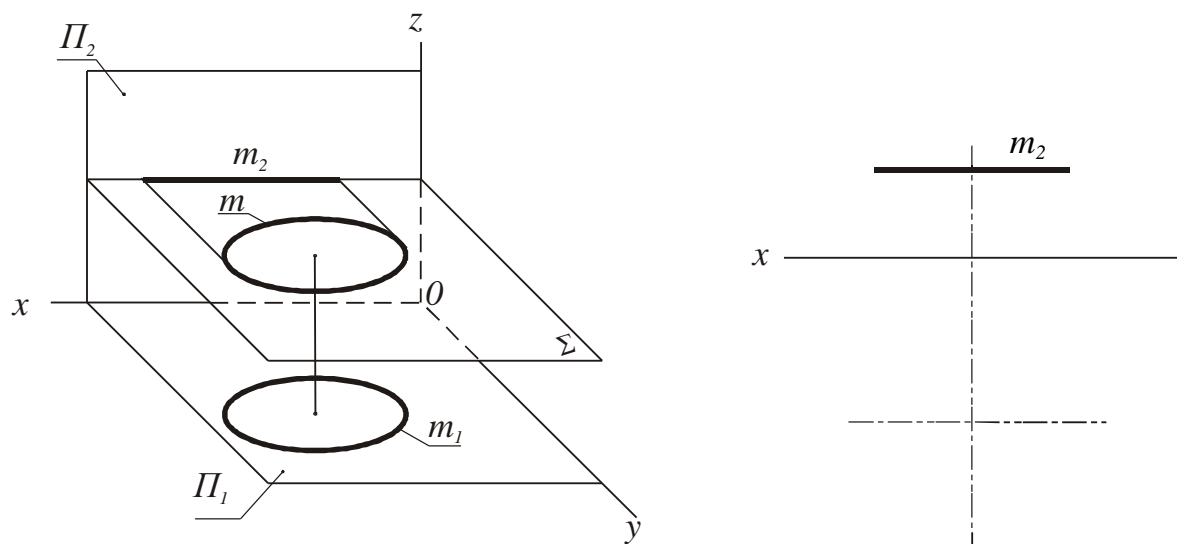


Рисунок 2.14

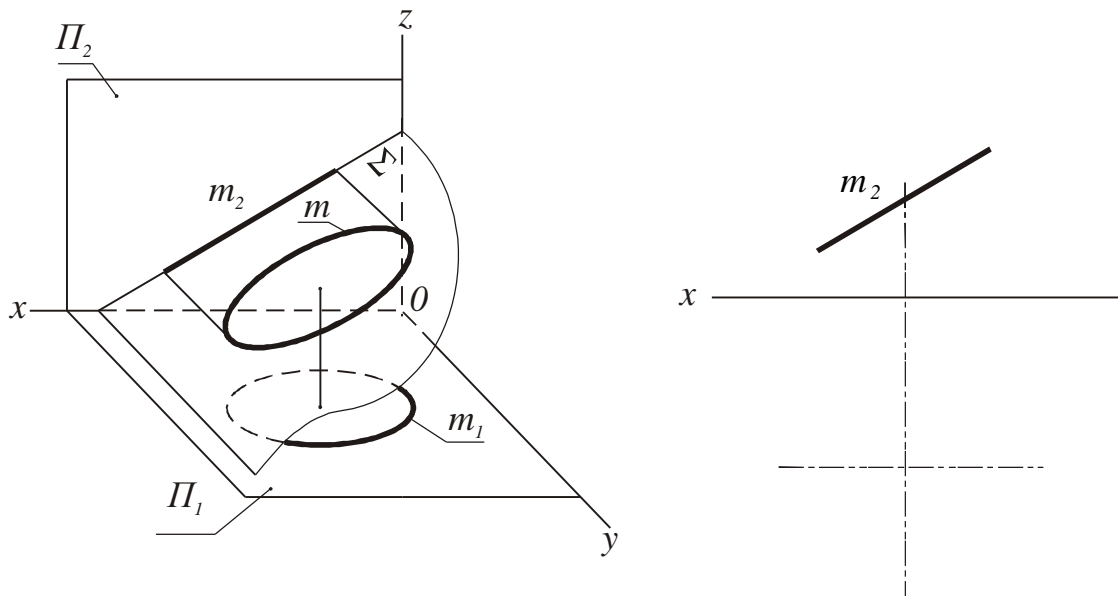


Рисунок 2.15

Большие оси эллипсов принадлежат линиям уровня, соответственно горизонтали h и фронтоли f , и по величине равны диаметру окружности. Малые оси перпендикулярны большим.

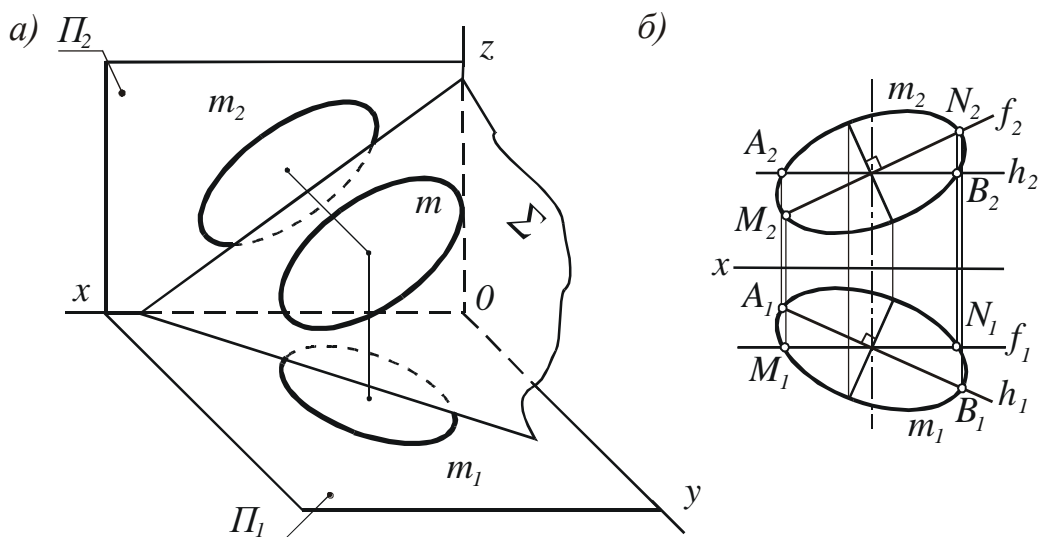


Рисунок 2.16

2.2.2 Пространственные кривые

Кривые линии, все точки которых не принадлежат одной плоскости, называются *пространственными*.

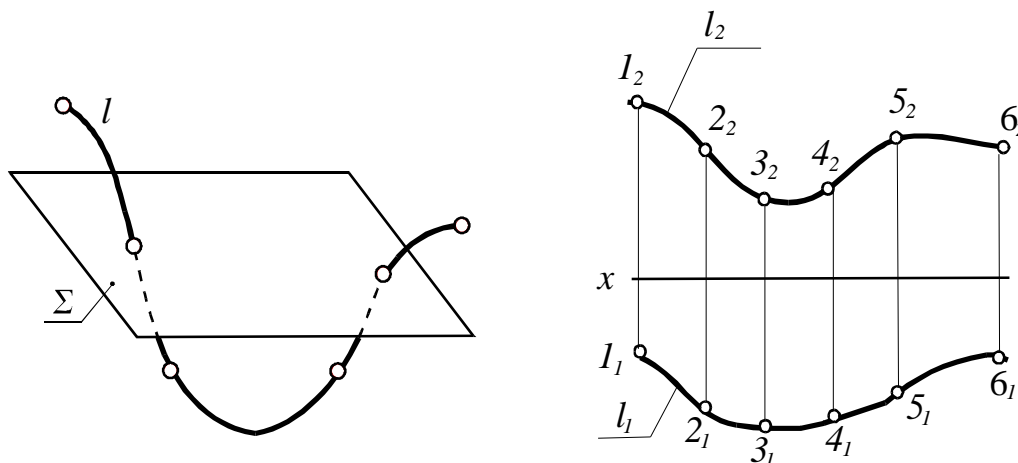


Рисунок 2.17

Винтовая линия представляет собой траекторию движения точки, равномерно вращающейся вокруг оси и одновременно перемещающейся с постоянной скоростью вдоль этой оси.

Шаг винтовой линии – это величина перемещения точки в направлении оси, соответствующая одному обороту вокруг этой оси.

Цилиндрическую винтовую линию называют *гелисой*.

На развертке цилиндрической поверхности винтовая линия изображается прямой, являющейся гипотенузой прямоугольного треугольника, у которого один катет равен длине окружности основания цилиндра ($2\pi R$), другой равен шагу винтовой линии (P).

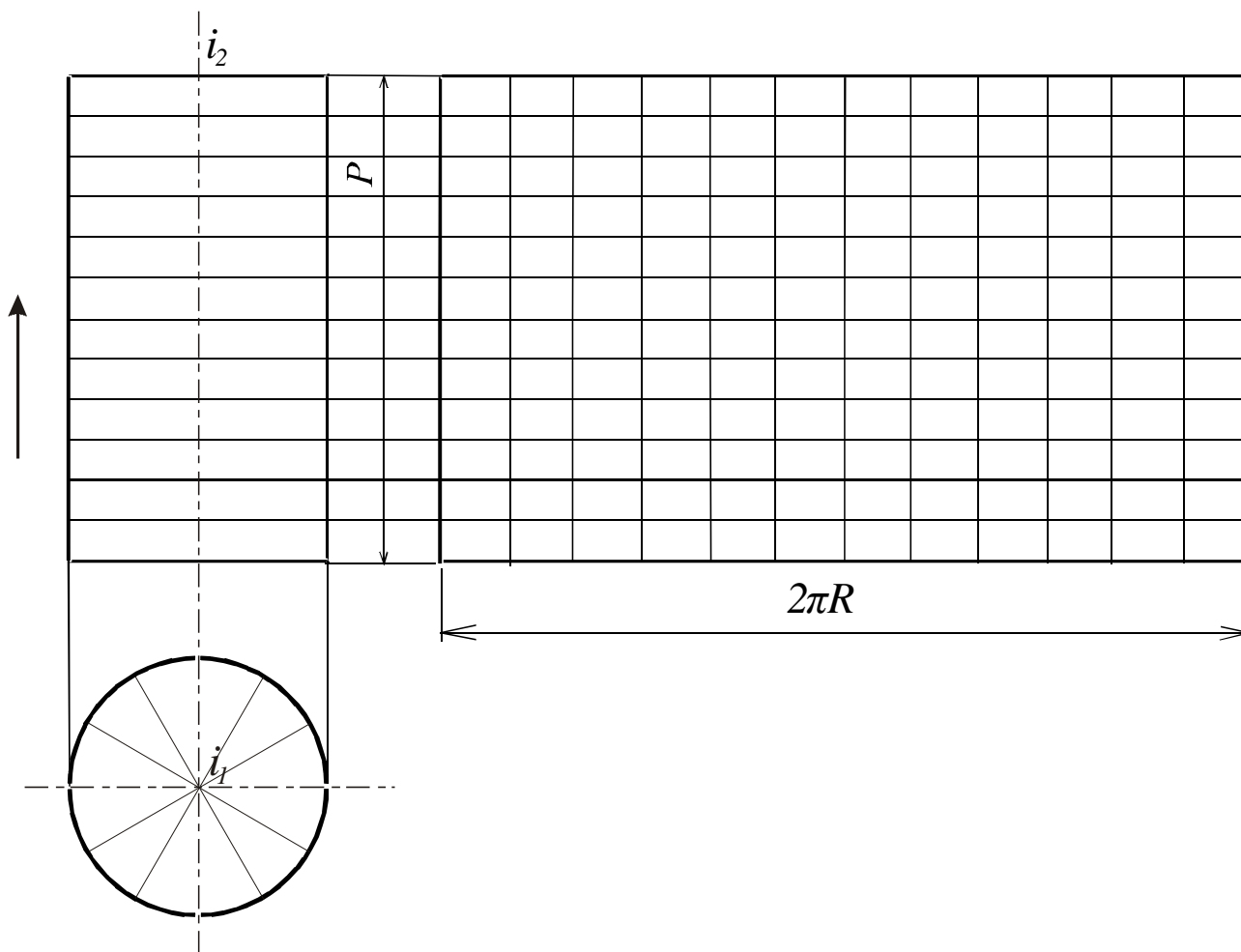


Рисунок 2.18

Выводы:

- с кинематической точки зрения линию следует рассматривать как траекторию непрерывно движущейся в пространстве точки;
- линия на чертеже может быть задана двумя ее проекциями;
- по расположению двух проекций линии можно однозначно судить об ее положении в пространстве.

2.3 Тест для текущего контроля по теме «Линии»

А. Укажите номер комплексного чертежа отрезка прямой общего положения.

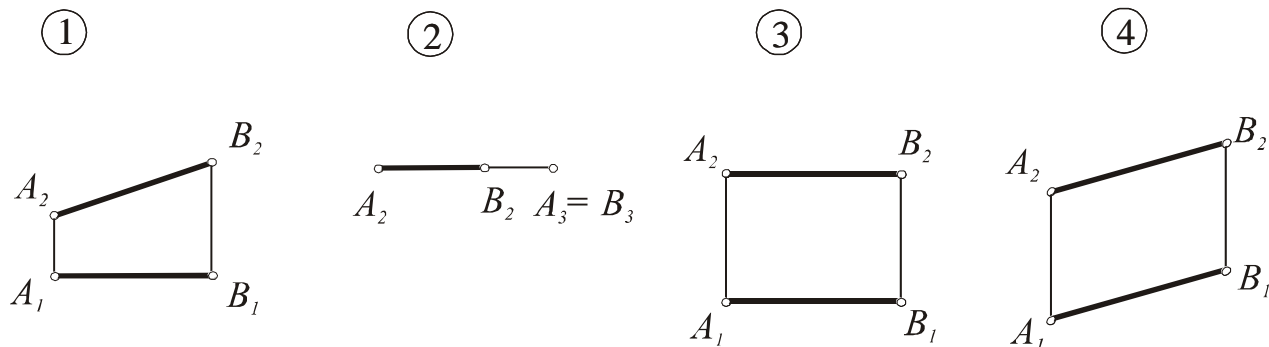


Рисунок 2.19

Б. На каком чертеже изображены проекции профильно-проецирующей прямой?

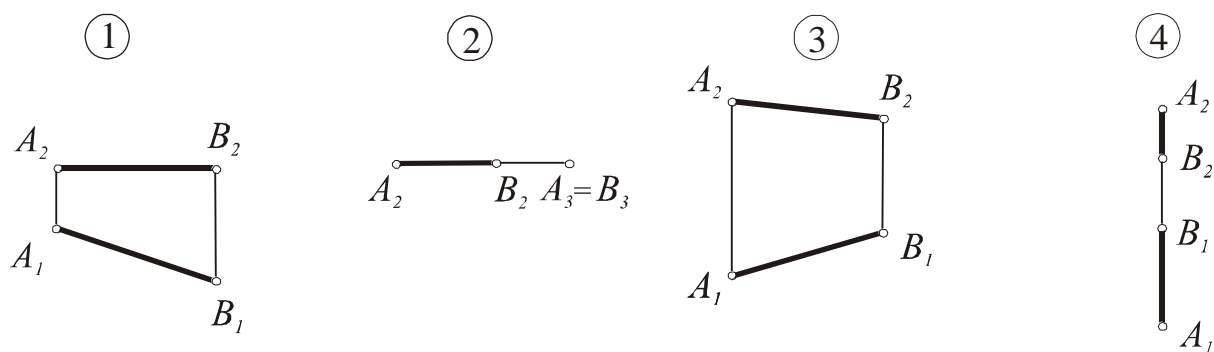


Рисунок 2.20

В. Как относительно друг друга расположены прямые a и b ?

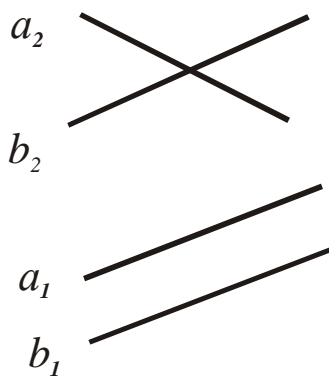


Рисунок 2.21

Г. На каком чертеже заданы проекции взаимно пересекающихся прямых?

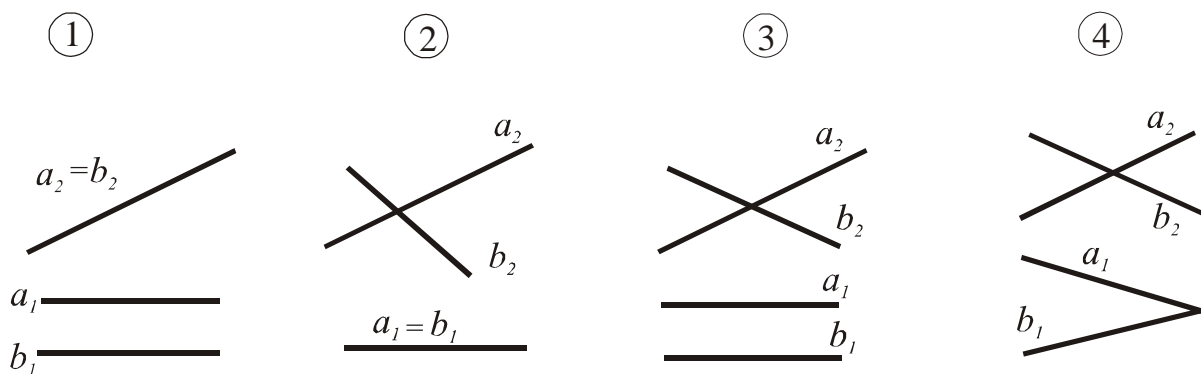


Рисунок 2.22

Д. На каком чертеже прямая a не перпендикулярна прямой b ?

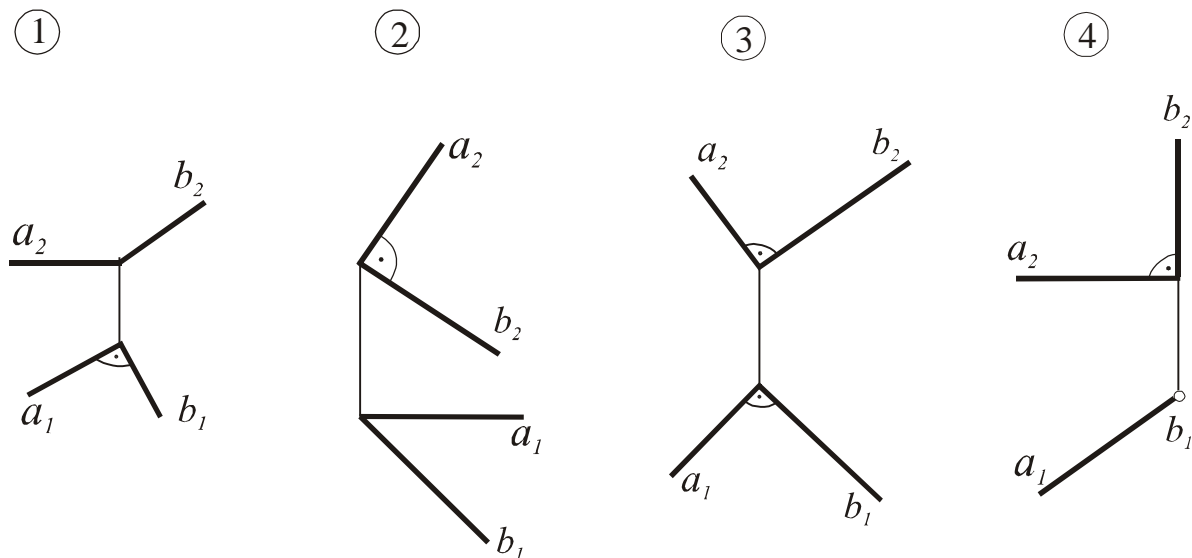


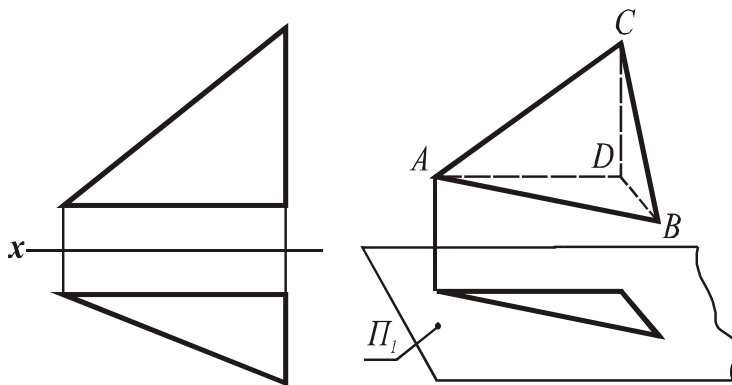
Рисунок 2.23

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г	Д	Е
Ответ						

2.4 Задачи

1. Обозначить проекции вершин пирамиды, изображенной на рисунке 2.24, и записать в таблице название прямых (ребер) по образцу.



AB	<i>горизонталь</i>
AC	
BC	
CD	
BD	
AD	

Рисунок 2.24

2. Определить взаимное положение прямых в пространстве по их комплексным чертежам (записать символами), рисунок 2.25.

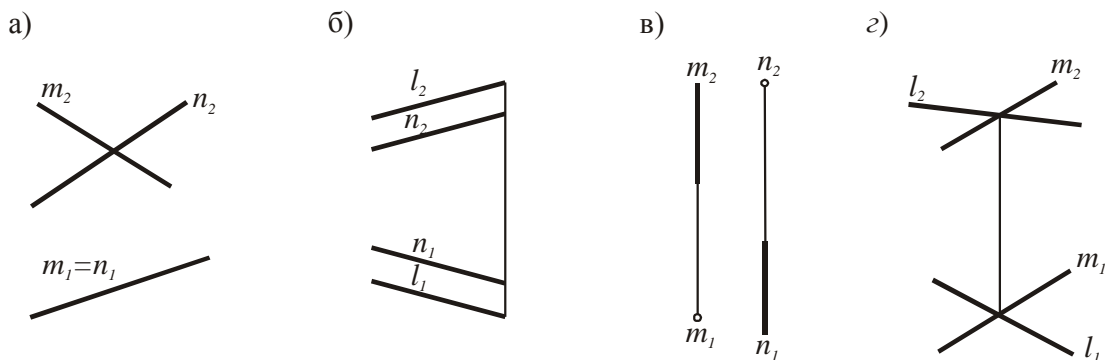


Рисунок 2.25

3. Через заданную точку $A (A_2)$ провести горизонталь, а через точку $B (B_1)$ – фронталь, которые должны пересекать прямые m и n . Построить недостающие проекции A_1 и B_2 , рисунок 2.26.

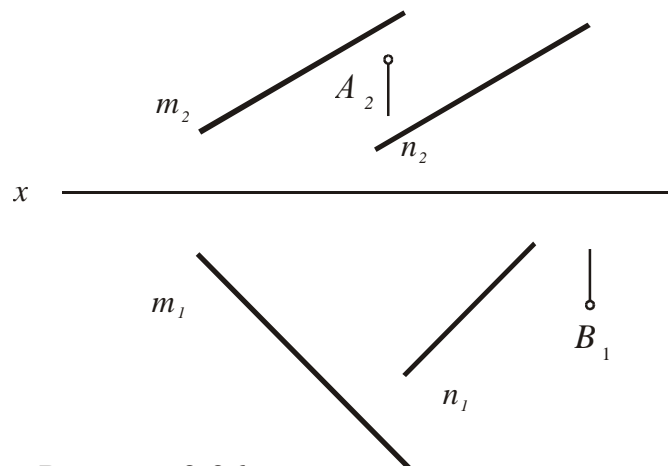


Рисунок 2.26

4. Построить проекции равнобедренного $\triangle ABC$, если CN является его высотой ($CN \parallel \Pi_1$), $A \in \Pi_1$, $B \in \Pi_2$, рисунок 2.27.

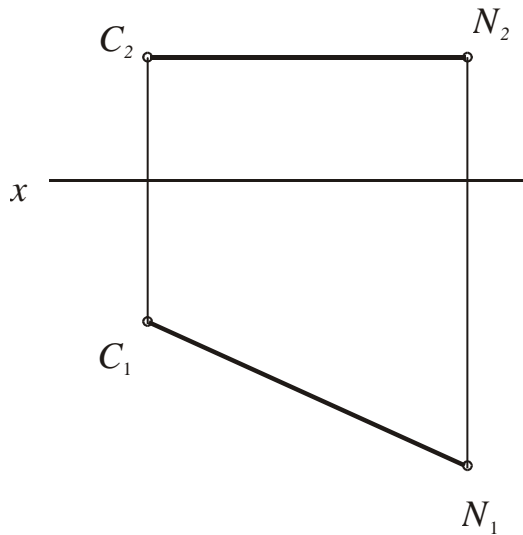
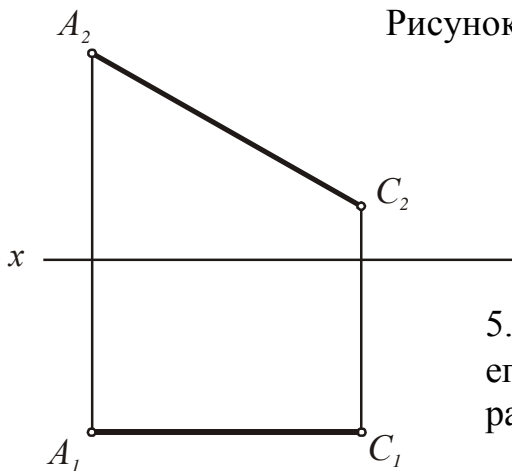


Рисунок 2.27



5. Построить проекции ромба $ABCD$, если его диагональ $AC \parallel \Pi_2$, $B \in \Pi_1$, а точка D равноудалена от Π_1 и Π_2 , рисунок 2.28.

Рисунок 2.28

6.* Достроить данный на рисунке 2.29 комплексный чертеж, показав на нем изображение второго провода $n \parallel m$ и обеих, параллельных между собой, штанг троллейбуса ($AB \parallel CD$).

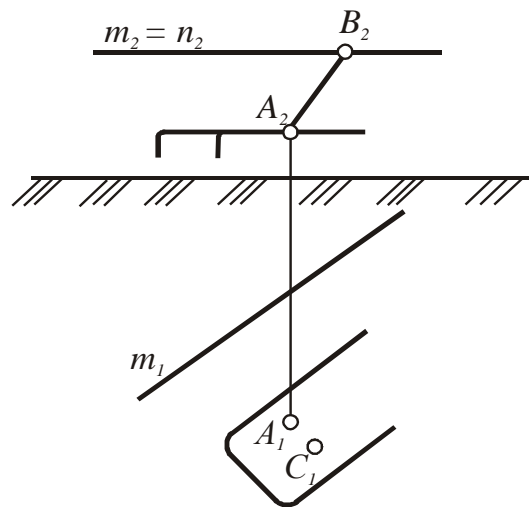


Рисунок 2.29

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5	6*	Σ
Баллы							

3 ПЛОСКОСТЬ

Плоскость однозначно определяется тремя различными точками, не принадлежащими одной прямой.

Совокупность элементов (точек, линий), задающих плоскость в пространстве, называется *определителем плоскости*, рисунки 3.1 – 3.2.

3.1 Способы задания плоскости на чертеже

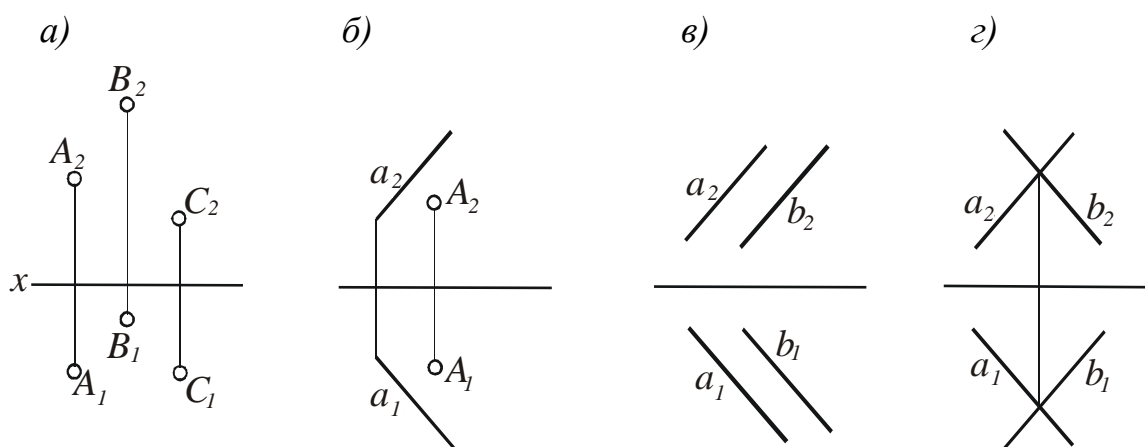


Рисунок 3.1

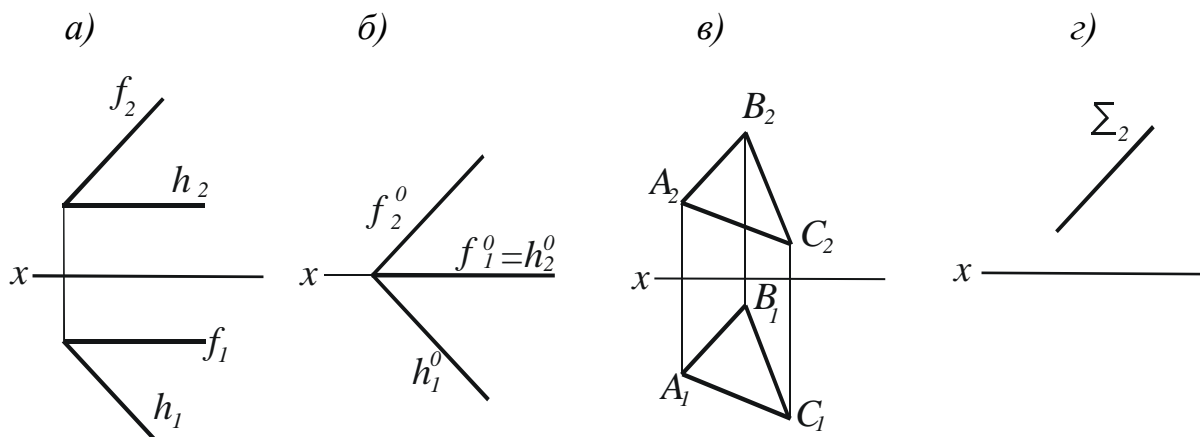


Рисунок 3.2

3.2 Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость, не параллельная и не перпендикулярная ни одной плоскости проекций, называется *плоскостью общего положения*, рисунок 3.3.

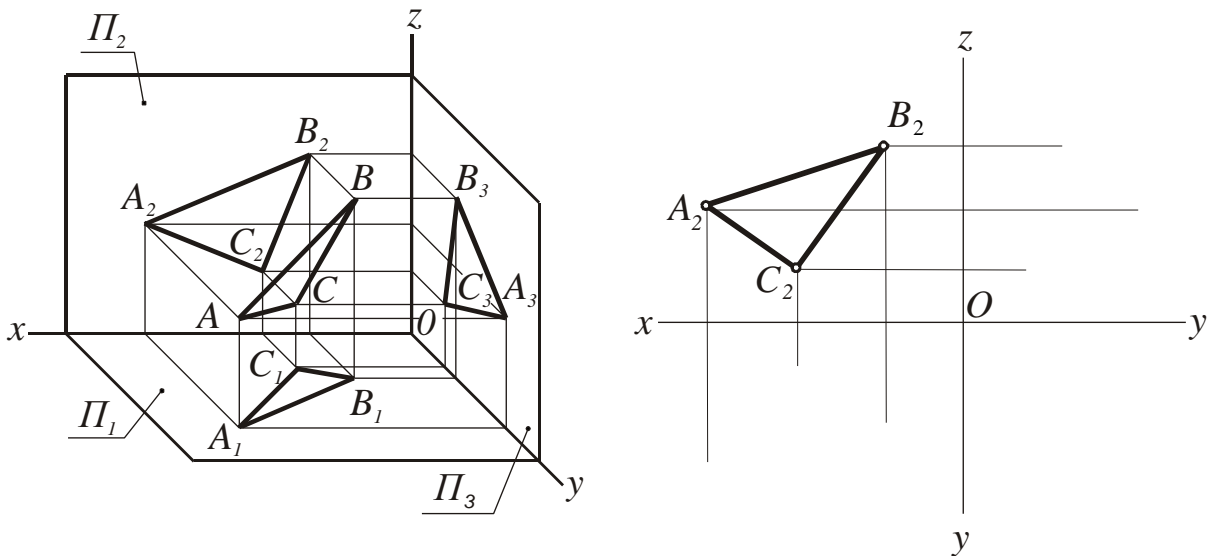


Рисунок 3.3

3.2.1 Плоскости частного положения

Плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется *проецирующей*. Таких плоскостей три:

- плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтально – проецирующей*, рисунок 3.4;

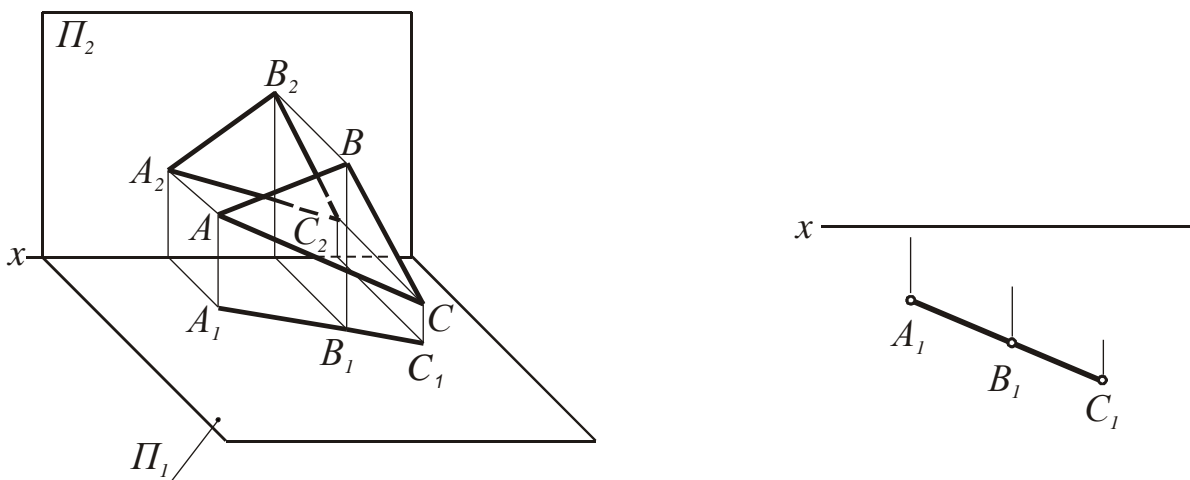


Рисунок 3.4

- плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций, называется *фронтально – проецирующей*, рисунок 3.5;

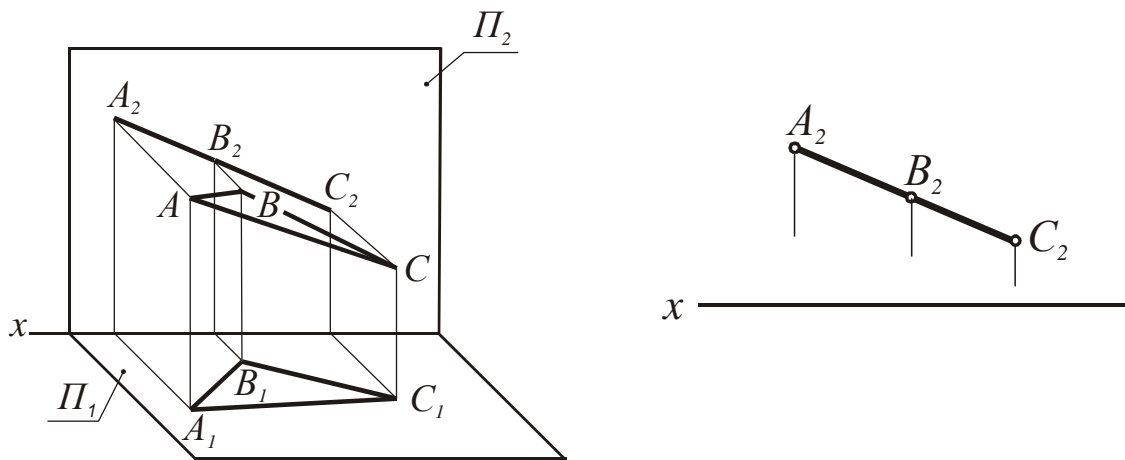


Рисунок 3.5

- плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций, называется *профильно - проецирующей*, рисунок 3.6.

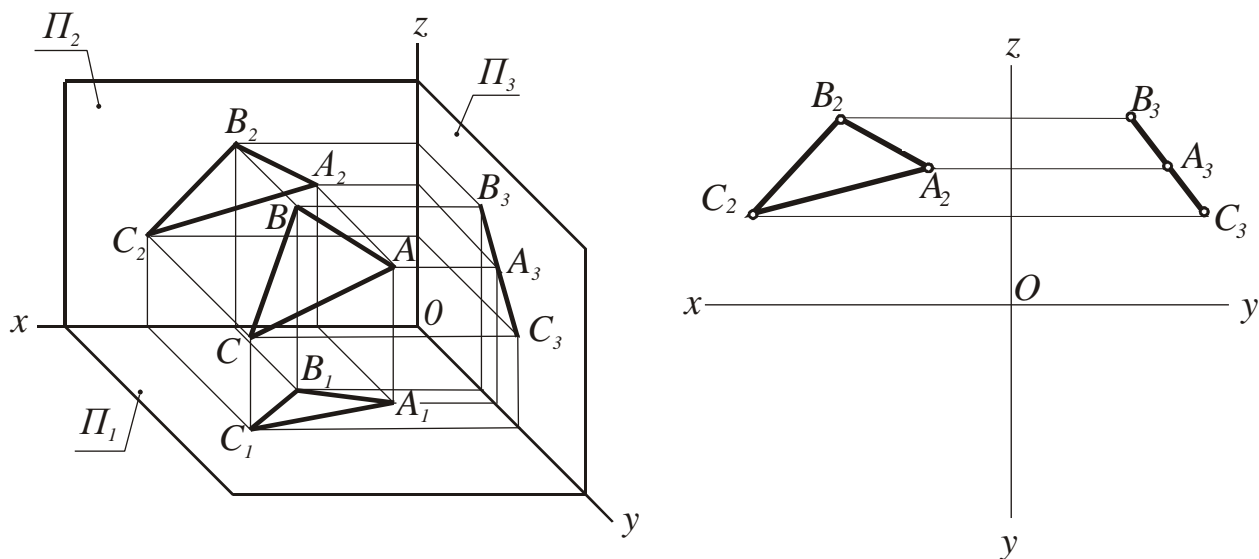


Рисунок 3.6

Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтальной плоскостью уровня*, рисунок 3.7.

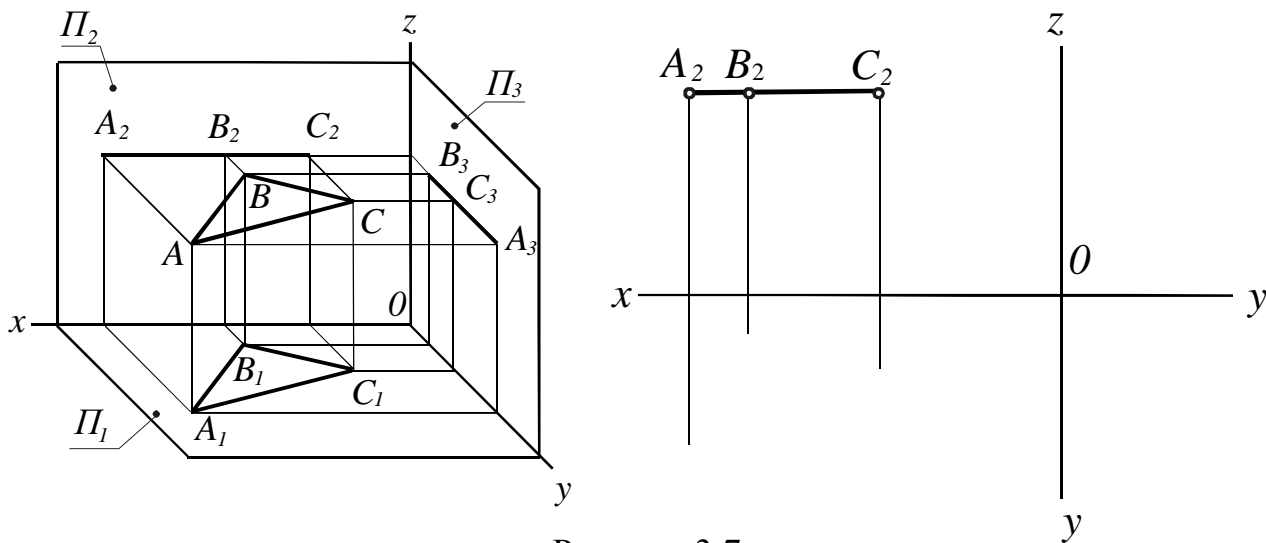


Рисунок 3.7

Плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется *фронтальной плоскостью уровня*, рисунок 3.8.

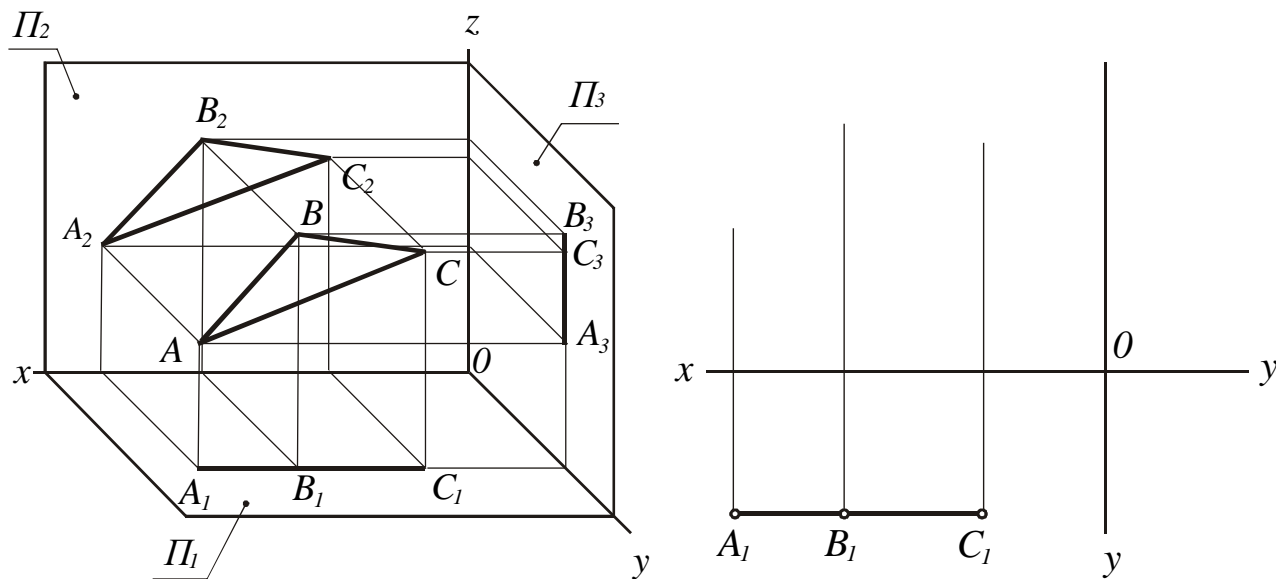


Рисунок 3.8

Плоскость, параллельная профильной плоскости проекций, называется *профильной плоскостью уровня*, рисунок 3.9.

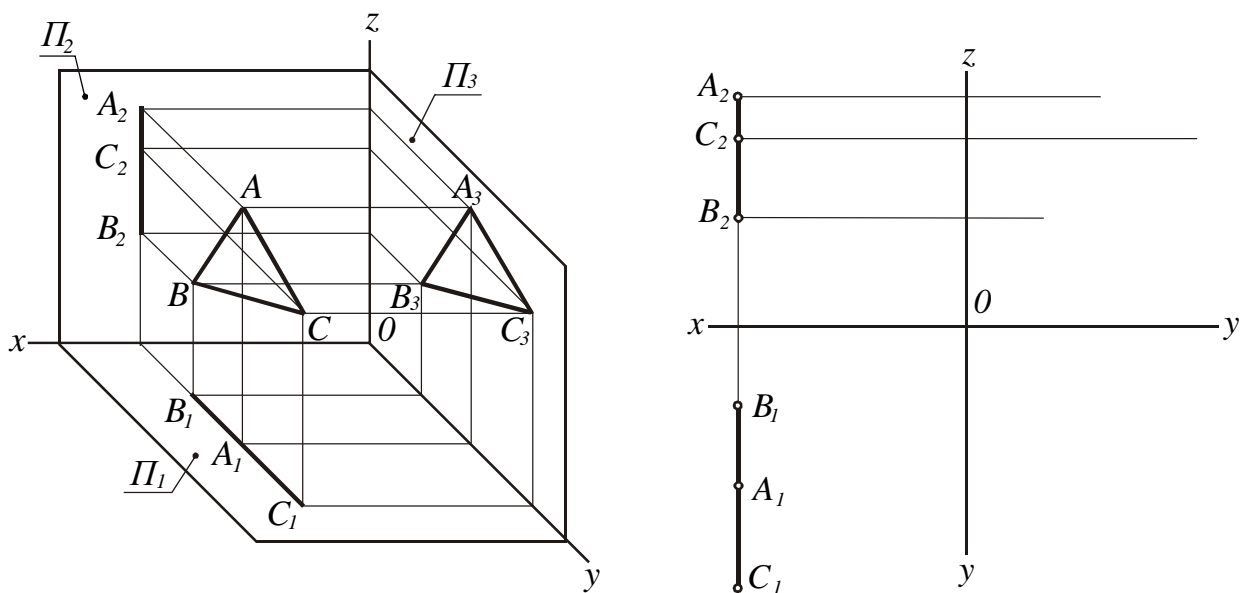


Рисунок 3.9

3.3 Прямая и точка в плоскости

Прямая линия принадлежит плоскости, если: она проходит через две точки, принадлежащие этой плоскости, *или* проходит через одну точку плоскости и параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, рисунок 3.10.

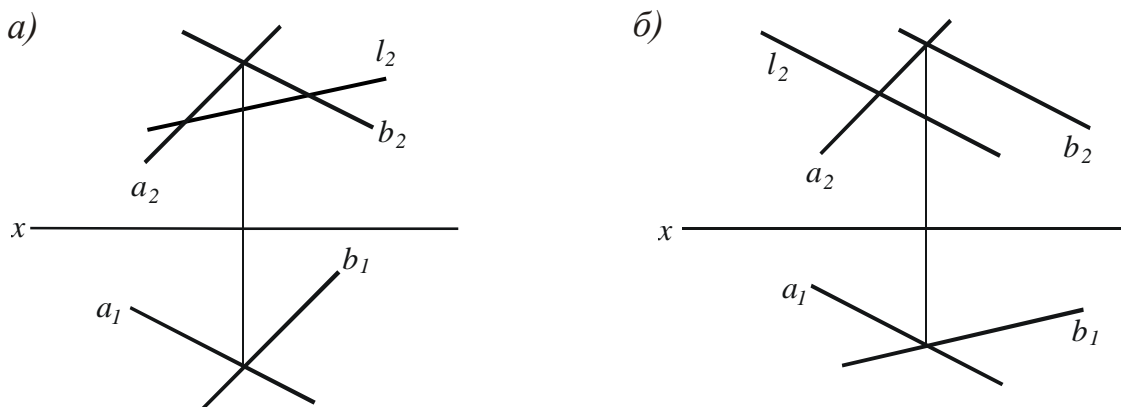


Рисунок 3.10

Точка принадлежит плоскости, если она лежит на какой-нибудь прямой, принадлежащей этой плоскости, рисунок 3.11.

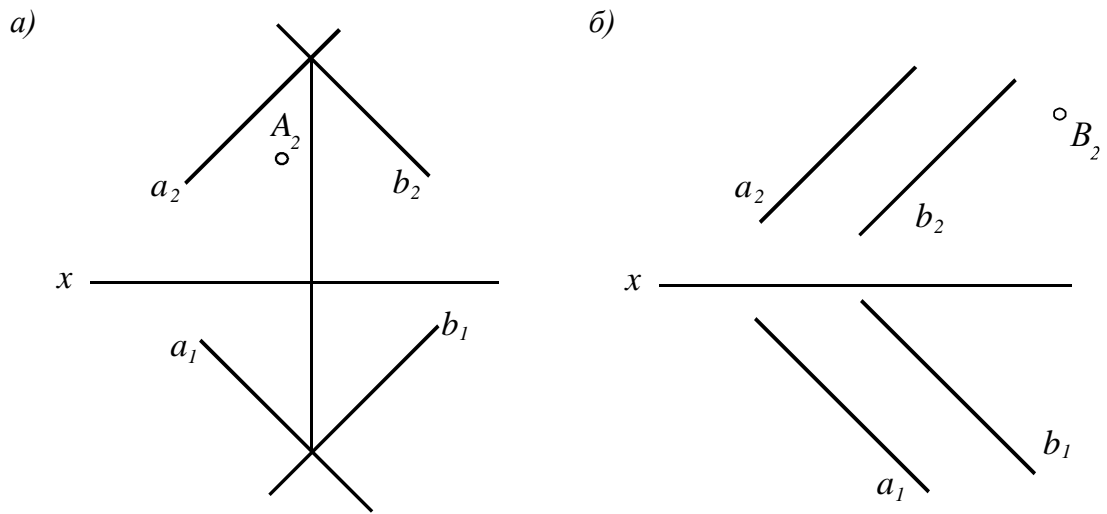


Рисунок 3.11

Кривая линия принадлежит плоскости, если все ее точки принадлежат этой плоскости, рисунок 3.12.

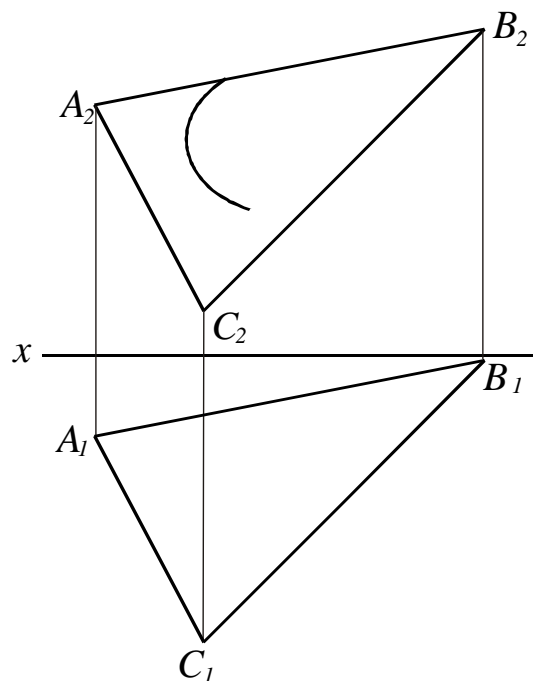


Рисунок 3.12

Прямые, принадлежащие заданной плоскости и параллельные какой-либо плоскости проекций, а также прямые, перпендикулярные этим прямым, называются *главными линиями плоскости*, рисунок 3.13.

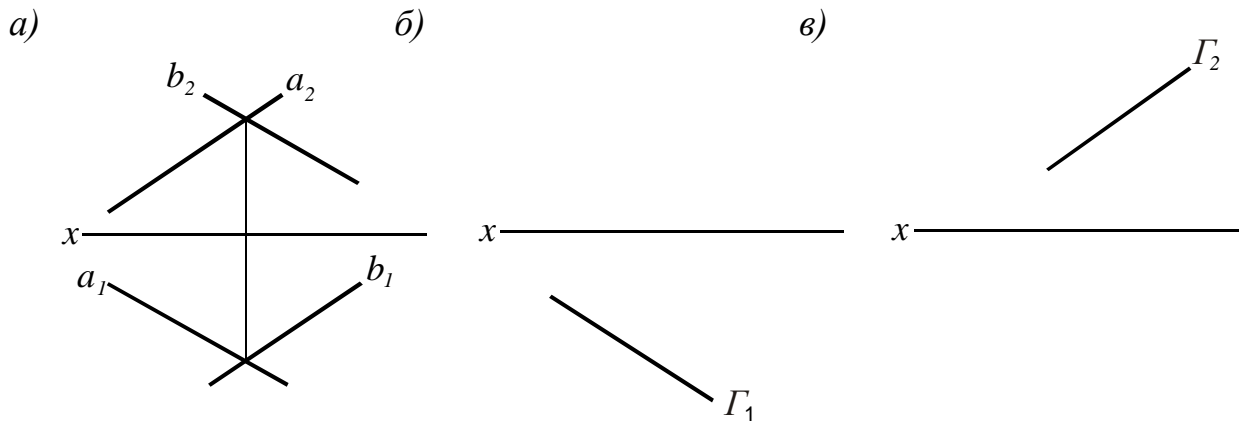


Рисунок 3.13

Прямые, принадлежащие плоскости и перпендикулярные какой-либо линии уровня этой плоскости, называются *линиями наибольшего наклона* плоскости к плоскостям проекций, рисунок 3.14.

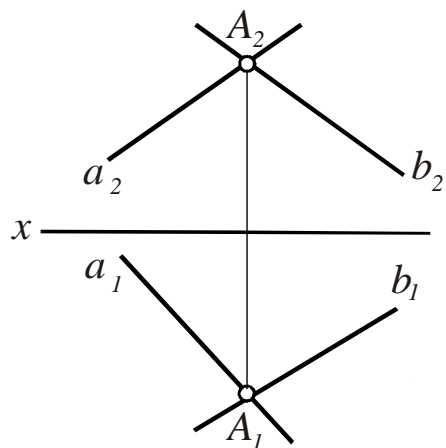


Рисунок 3.14

3.4 Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-нибудь прямой, принадлежащей данной плоскости, рисунок 3.15.

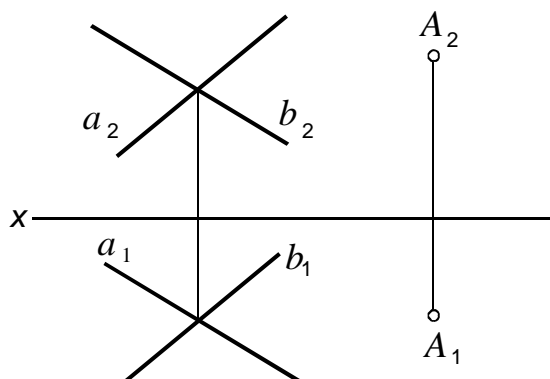
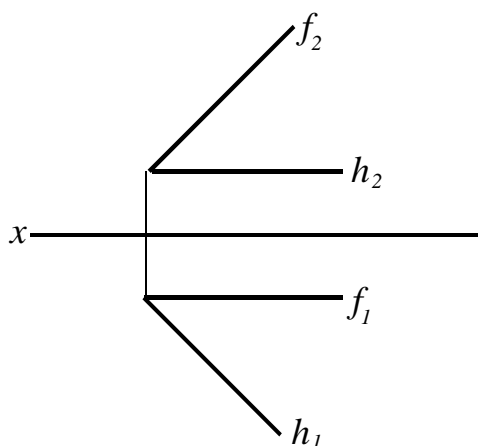


Рисунок 3.15

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости, рисунок 3.16.

а)



б)

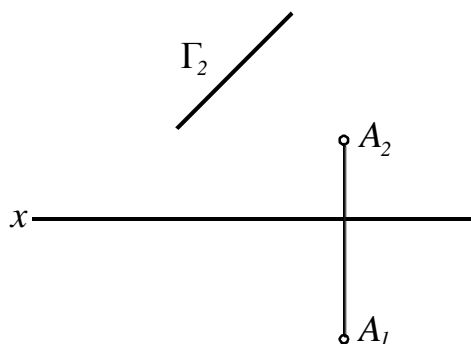


Рисунок 3.16

3.5 Параллельность и перпендикулярность двух плоскостей

Две плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, рисунок 3.17.

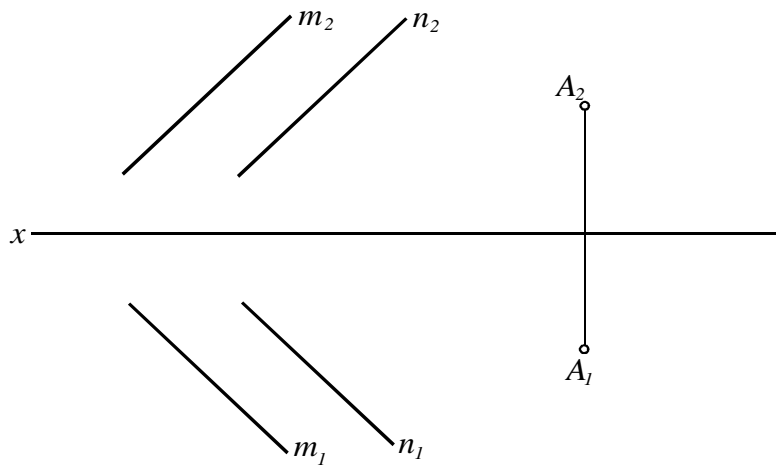


Рисунок 3.17

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости, рисунок 3.18.

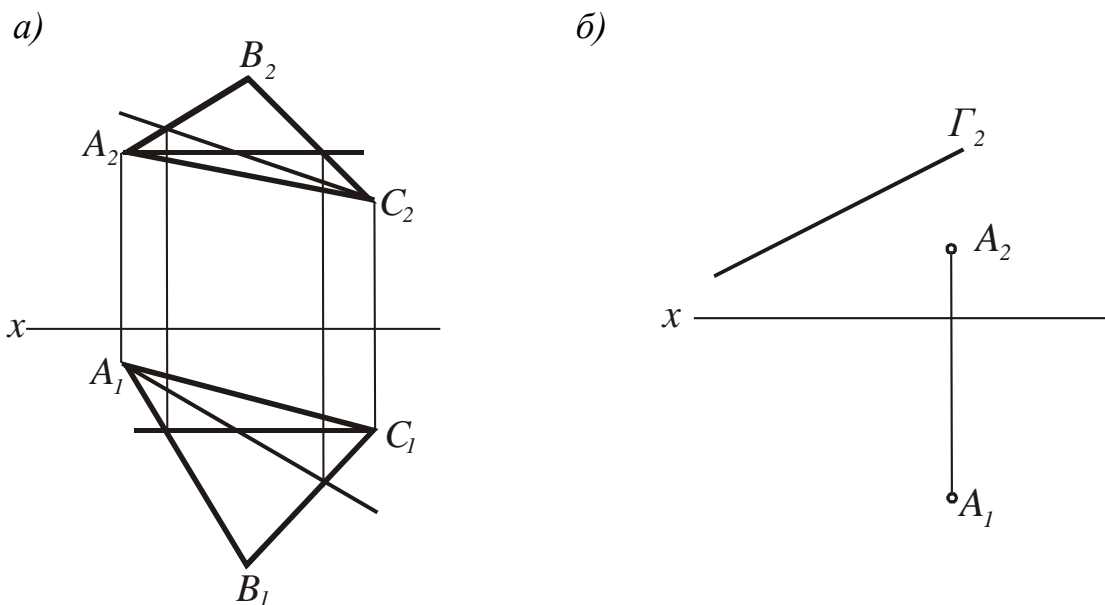


Рисунок 3.18

Выводы:

- плоскость образуется непрерывным движением прямой линии по двум параллельным или пересекающимся прямым;
- плоскость на чертеже задается проекциями геометрических элементов, определяющих ее в пространстве;
- по характеру расположения проекций геометрических элементов, задающих плоскость, можно судить о положении ее в пространстве по отношению как к плоскостям проекций, так и к другим геометрическим объектам, заданным на чертеже.

3.6 Тест для текущего контроля по теме «Плоскость»

А. На каком чертеже плоскость занимает частное положение?

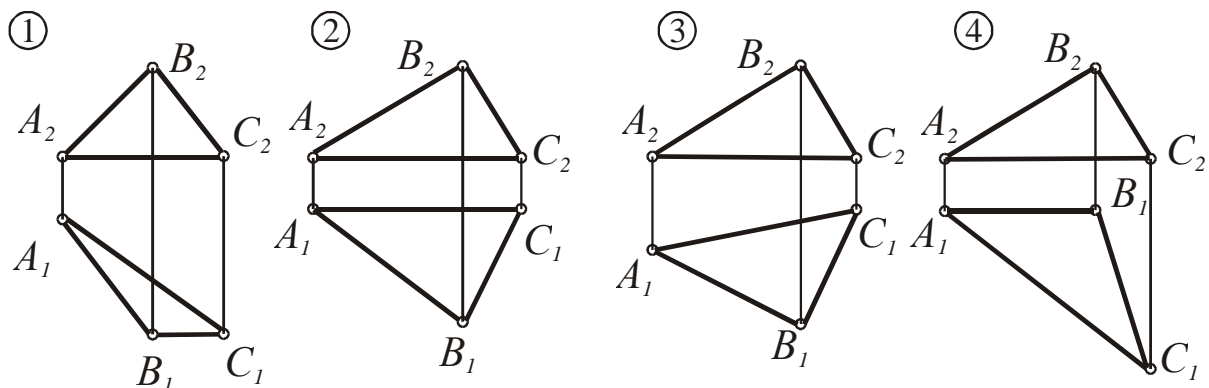


Рисунок 3.19

Б. На каких чертежах задана фронтально-проецирующая плоскость?

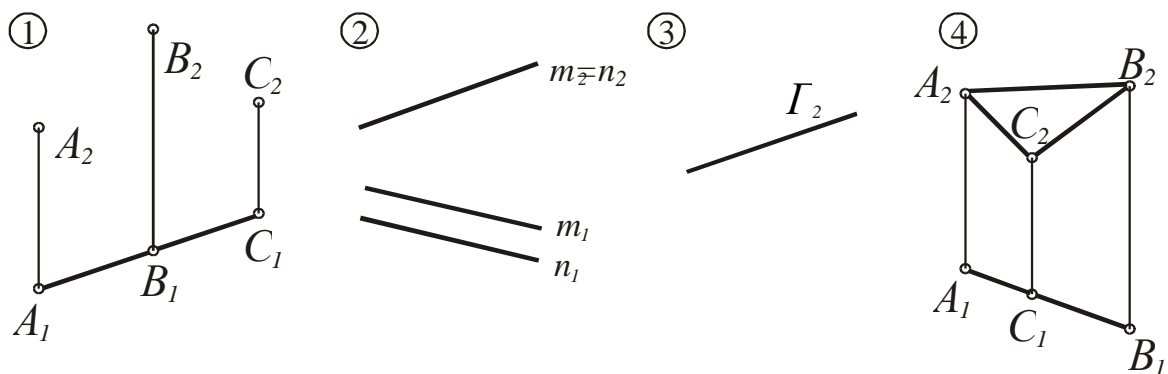


Рисунок 3.20

В. Какую плоскость невозможно провести через прямую a ?

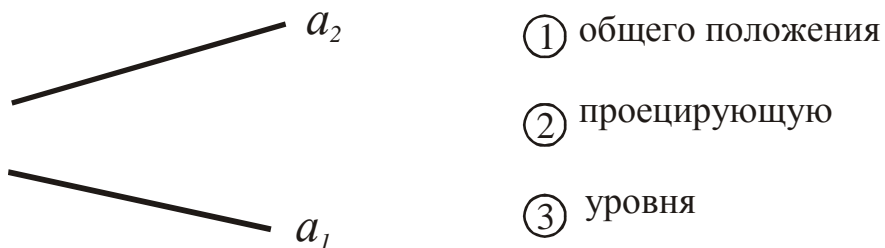


Рисунок 3.21

Г. На каких чертежах точка принадлежит заданной плоскости?

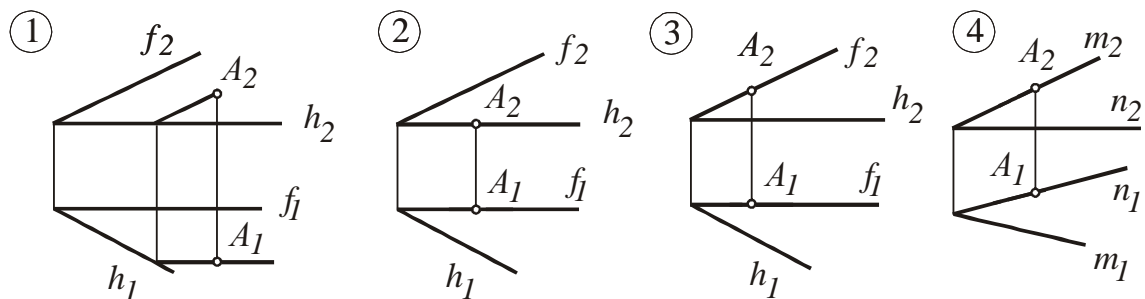


Рисунок 3.22

Д. Какая сторона треугольника ABC является фронталью?

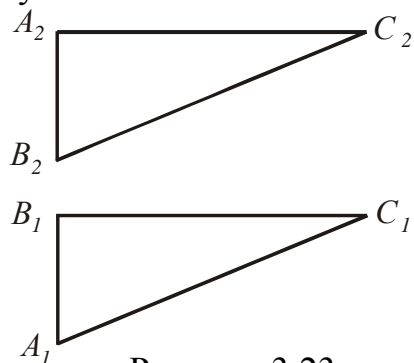


Рисунок 3.23

Е. На каком чертеже имеется изображение треугольника ABC в натуральную величину?

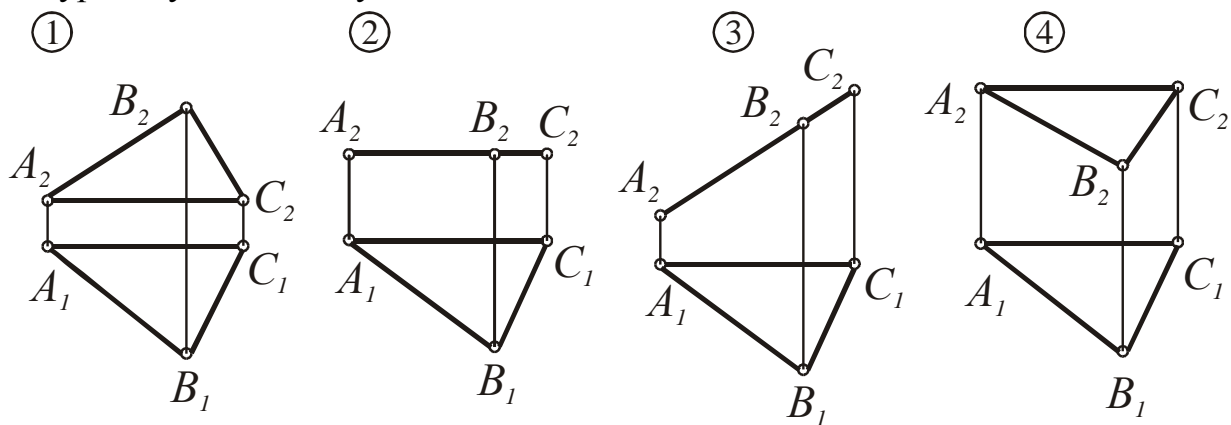


Рисунок 3.24

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г	Д	Е
Ответ						

3.7 Задачи

1. Записать символически, какими элементами задана каждая из плоскостей и их положение в пространстве, рисунок 3.25.

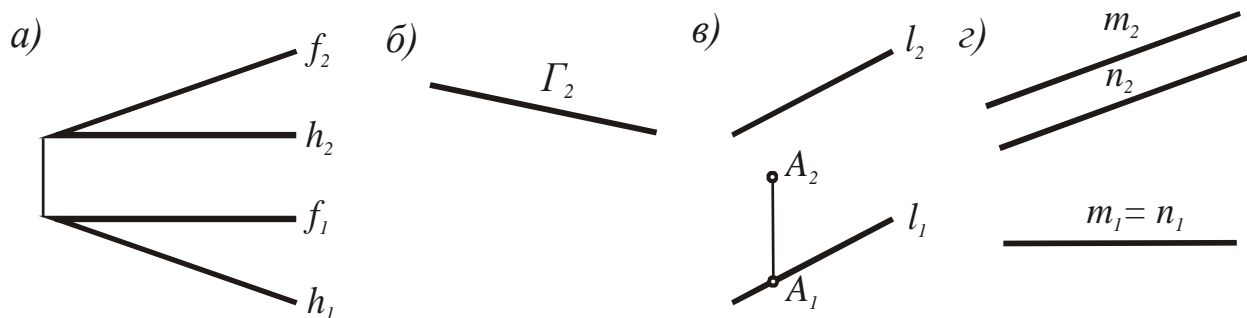


Рисунок 3.25

2. Через указанные на рисунке 3.26 прямые задать плоскости: а) общего положения; б) горизонтально-проецирующую. Записать их определители. В обеих плоскостях задать горизонталь и фронталь.

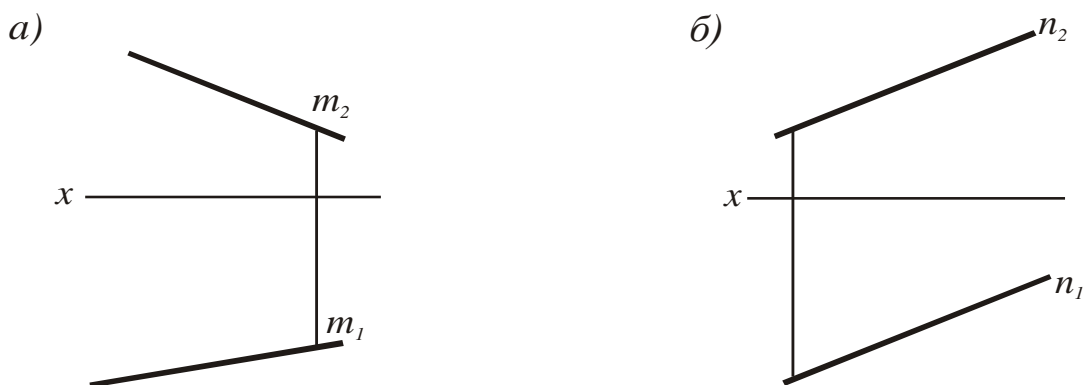


Рисунок 3.26

3. Построить проекции отрезка AB , принадлежащего плоскости $\Sigma(m \cap n)$, рисунок 3.27.

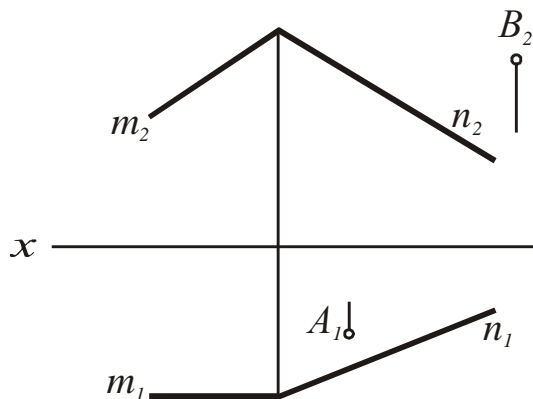


Рисунок 3.27

4. Достроить фронтальную проекцию прямой b , проходящей через точку A параллельно плоскости $\Sigma(m//n)$, рисунок 3.28.

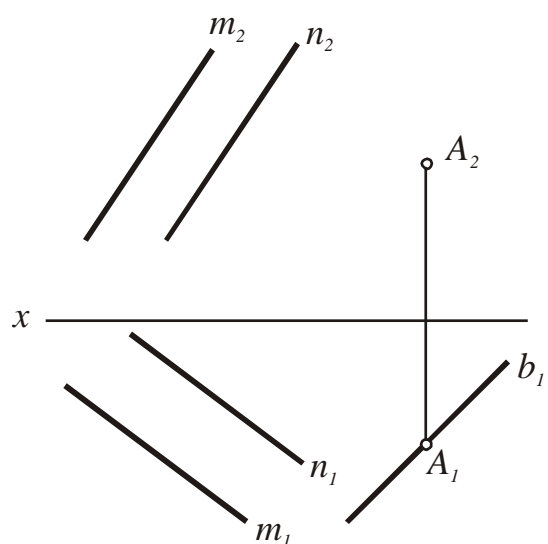


Рисунок 3.28

5*. Построить горизонтальную проекцию $\triangle ABC$ так, чтобы его плоскость была параллельна заданной плоскости $\Sigma(m//n)$, рисунок 3.29.

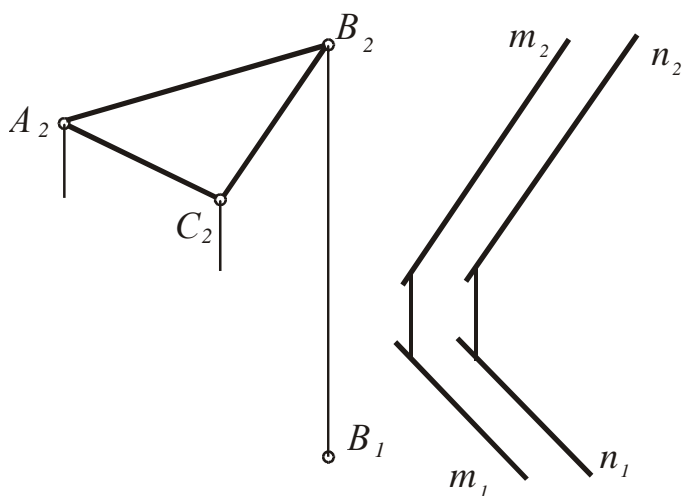


Рисунок 3.29

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5*	Σ
Баллы						

4 ПОВЕРХНОСТИ

Поверхность – совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии.

4.1 Способы образования и задания поверхностей

Способ образования объектов отображения пространства с позиции движения называют **кинематическим**, (kinema – движение), рисунки 4.1 – 4.3.

Движущуюся линию в процессе образования поверхности называют **образующей**, а линию, по которой скользит образующая, называют **направляющей**.



Рисунок 4.1

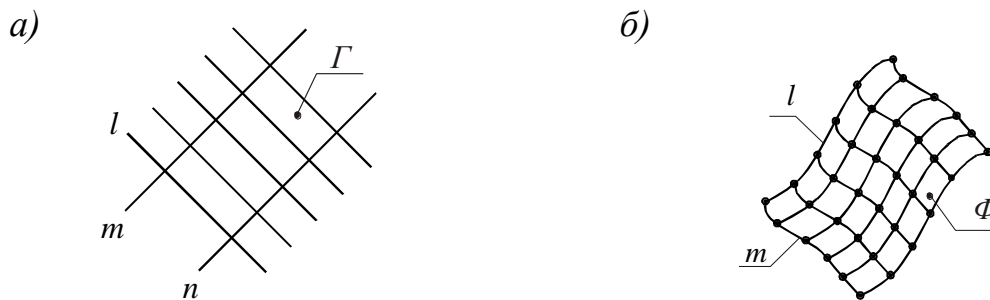


Рисунок 4.2

Одна и та же поверхность может быть образована по-разному.

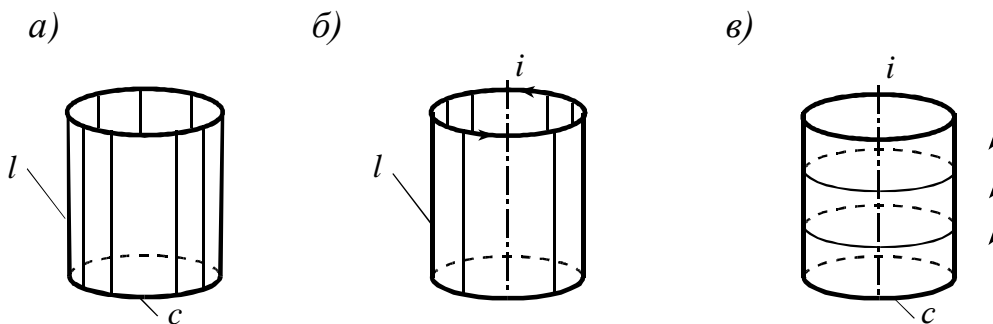


Рисунок 4.3

Совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность, называется ее **определителем**, рисунок 4.4.

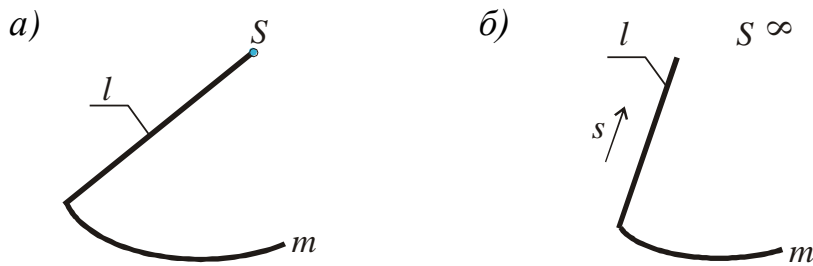


Рисунок 4.4

4.1.1 Очерк поверхности

Очерк поверхности - это линия, ограничивающая проекцию поверхности на плоскостях проекций. Очерками поверхности в ортогональных проекциях являются границы ее видимости на плоскостях проекций, рисунок 4.5.

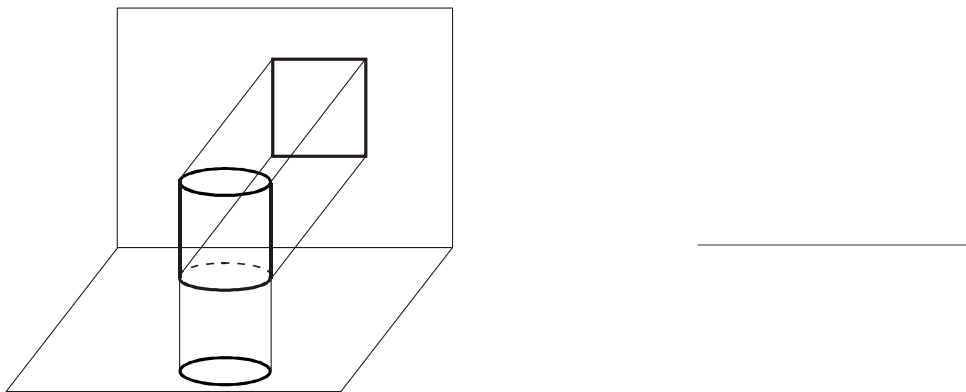


Рисунок 4.5

Поверхность считается **однозначно заданной**, если по одной проекции точки, принадлежащей этой поверхности, можно построить вторую ее проекцию.

Точка принадлежит поверхности, если она лежит на какой – нибудь линии этой поверхности. Линия для нахождения проекции точки должна быть графически простой (прямой или окружностью).

Линия принадлежит поверхности, если все ее точки принадлежат этой поверхности.

4.2 Классификация поверхностей

По виду образующей все поверхности можно разделить на **линейчатые** и **нелинейчатые**. По закону движения образующей поверхности можно разделить на поверхности **вращения**, **винтовые** поверхности, поверхности **переноса** и др.

4.2.1 Линейчатые поверхности

Через любую точку такой поверхности можно провести промежуточную прямолинейную образующую, рисунки 4.6 – 4.12.

Алгоритм построения недостающей проекции точки, принадлежащей линейчатой поверхности, рисунок 4.6.

1. Через заданную проекцию точки, лежащей на поверхности, проводится проекция простейшей линии, принадлежащей этой поверхности, например, проекция образующей.

2. Строится вторая проекция этой линии из условия ее принадлежности данной поверхности.

3. По линии проекционной связи на построенной проекции линии находится искомая проекция заданной точки.

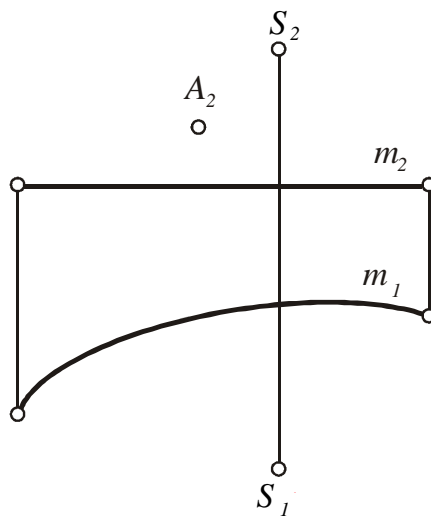


Рисунок 4.6

a)

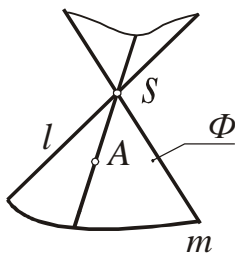


Рисунок 4.7

б)

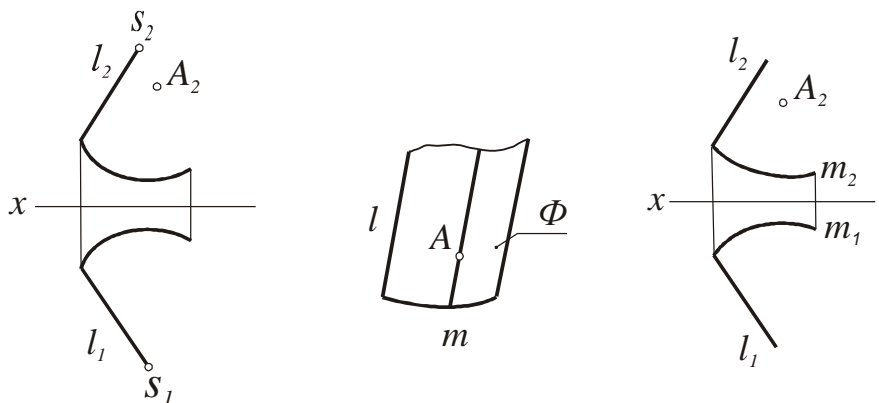


Рисунок 4.8

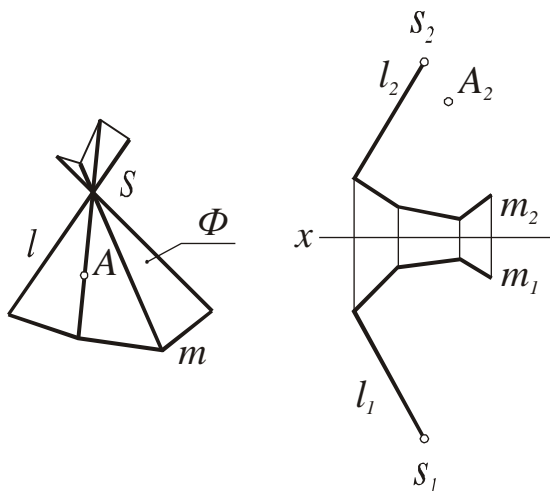


Рисунок 4.9

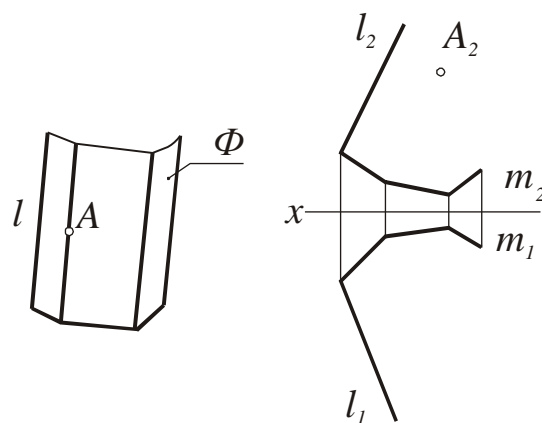


Рисунок 4.10

4.2.1.1 Многогранники

Многогранник – замкнутая пространственная фигура, ограниченная плоскими многоугольниками. Вершины и стороны многоугольников являются вершинами и ребрами многогранников. Если все вершины и ребра многогранника находятся по одну сторону плоскости любой его грани, то многогранник называется *выпуклым*.

Пирамида – это многогранник, одна грань которого – многоугольник, а остальные – треугольники с общей вершиной, рисунок 4.11.

Правильная пирамида – это пирамида, у которой основание является правильным многоугольником, а высота проходит через центр этого многоугольника, рисунок 4.11б.

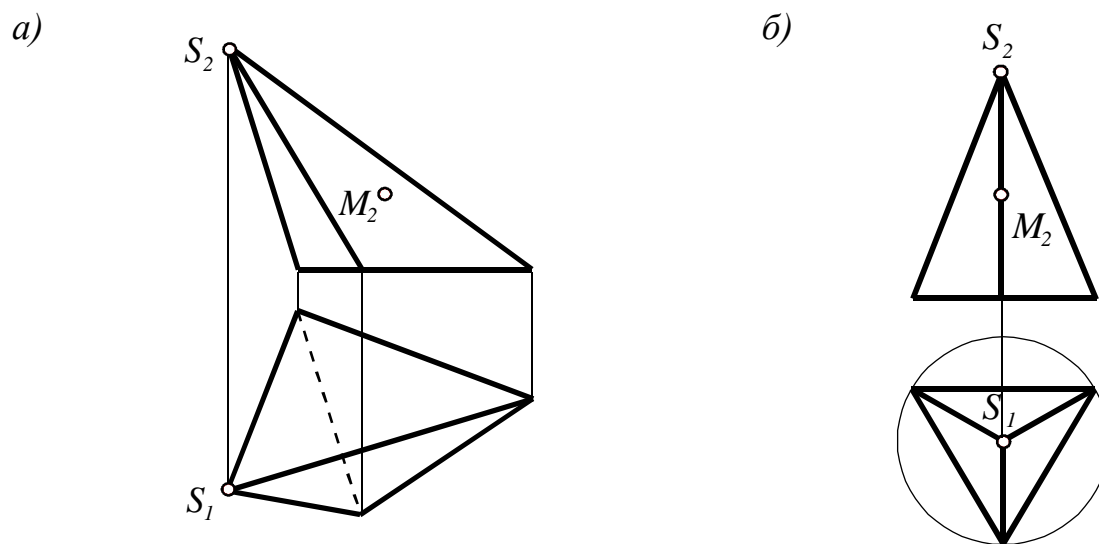


Рисунок 4.11

Призма – это многогранник, две грани которого представляют собой равные многоугольники с взаимно параллельными сторонами, а все другие грани – параллелограммы, рисунок 4.12.

Прямая призма – призма, ребра которой перпендикулярны к плоским основаниям. Если основанием является прямоугольник – это параллелепипед, рисунок 4.12б.

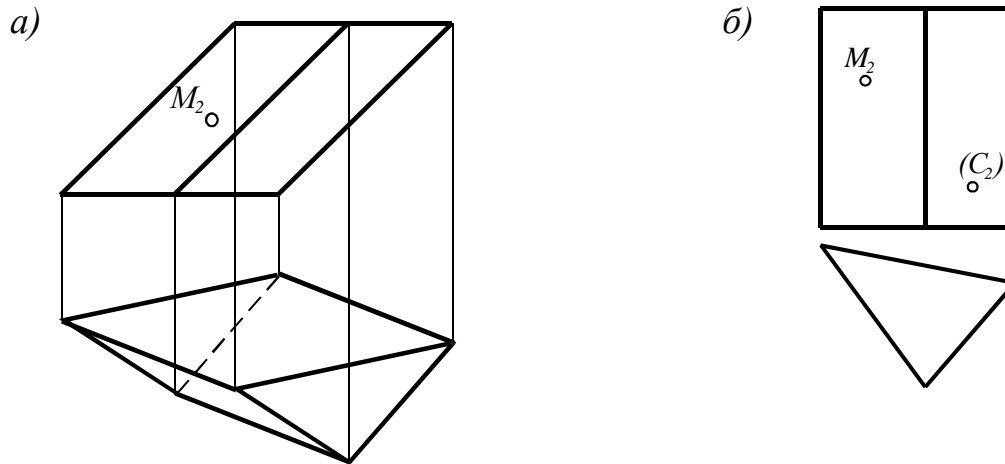


Рисунок 4.12

4.2.2 Поверхности вращения

Поверхности вращения образуются **вращением** образующей линии вокруг неподвижной оси.

Плоскости, перпендикулярные к оси вращения, пересекают поверхность по окружностям, которые называются **параллелями**.

Наибольшую из параллелей называют **экватором**, наименьшую – **горлом** поверхности.

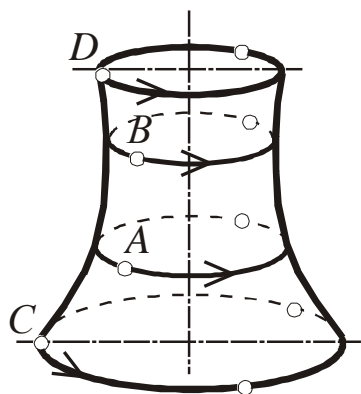
Плоскость, проходящая через ось поверхности вращения, называется **меридиональной**, а линия пересечения поверхности с этой плоскостью называется **меридианом** поверхности.

Если меридиональная плоскость параллельна фронтальной плоскости проекций Π_2 , то в сечении получается меридиан, который называется **главным**.

Алгоритм решения задачи на принадлежность точки поверхности вращения, рисунки 4.13 – 4.18.

1. Через заданную проекцию точки проводят проекцию *вспомогательной параллели*.
2. Строят *вторую проекцию* этой параллели, измеряя ее радиус *от оси* вращения **до очерка** поверхности.
3. По *линии проекционной связи* на построенной проекции параллели находят *недостающую проекцию* точки с учетом ее видимости.

a)



б)

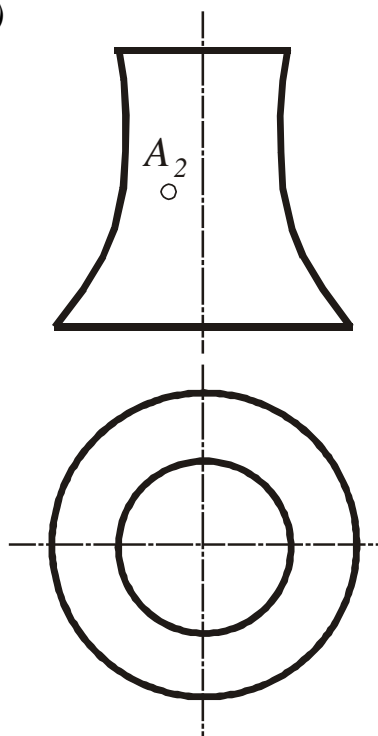


Рисунок 4.13

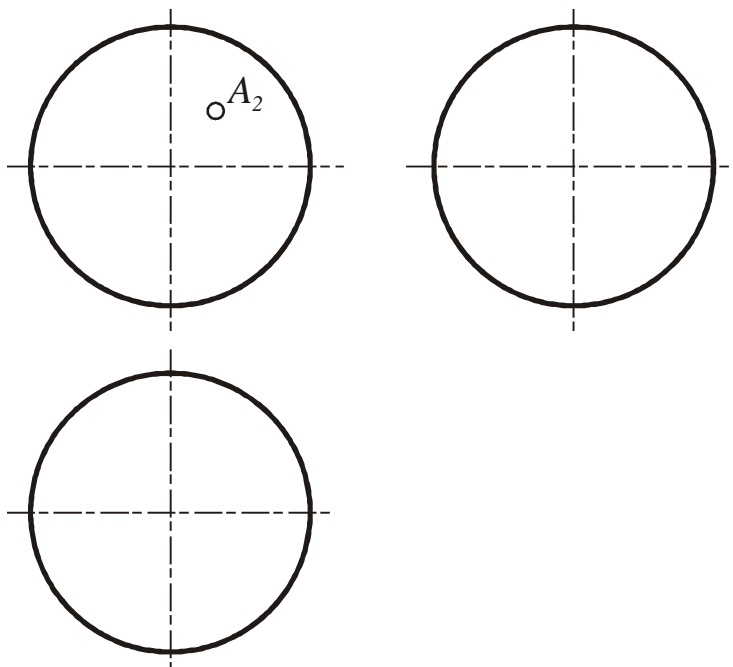
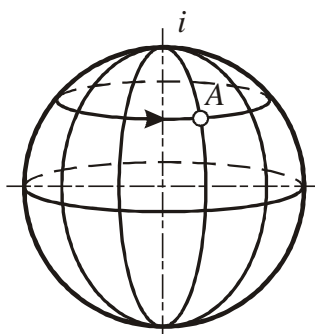


Рисунок 4.14

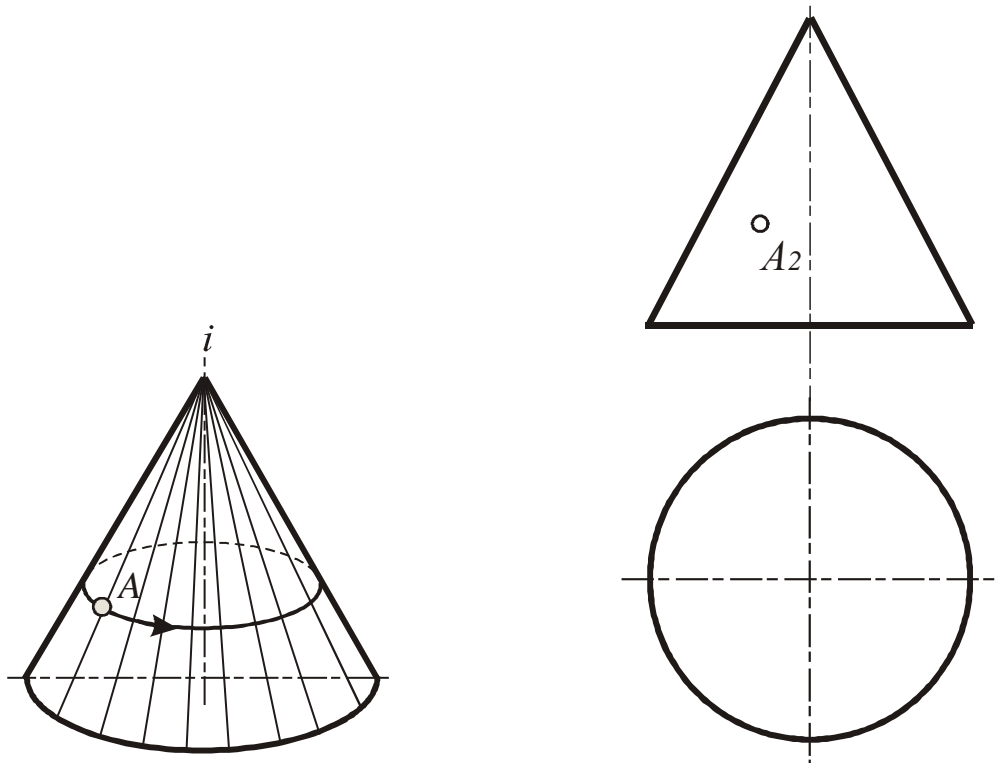


Рисунок 4.15

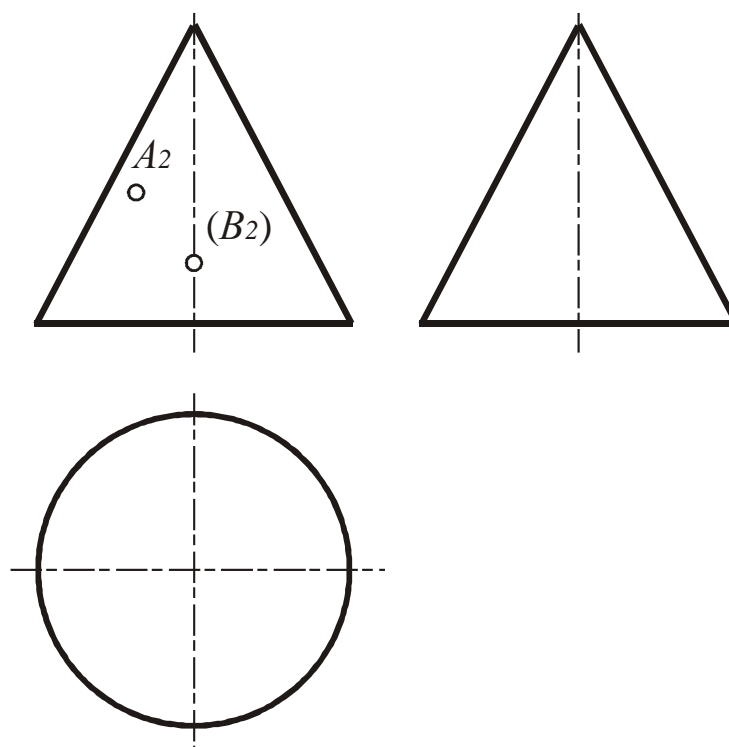


Рисунок 4.16

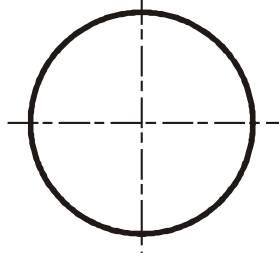
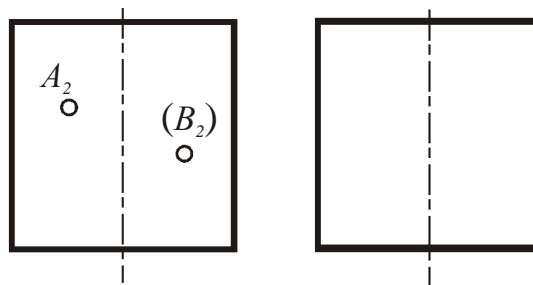
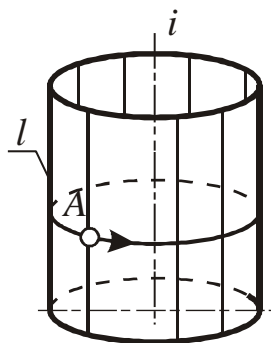


Рисунок 4.17

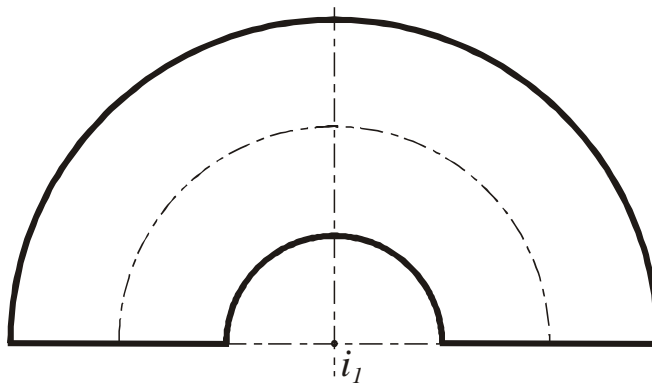
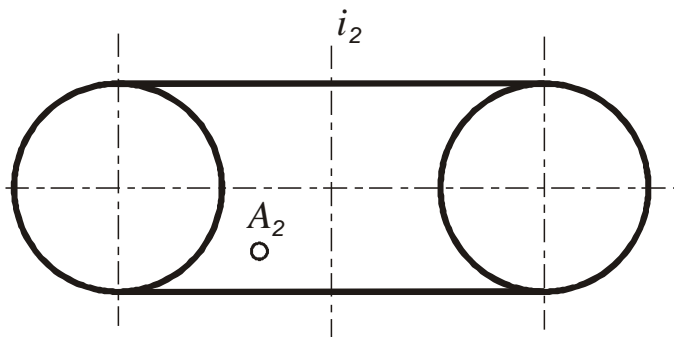
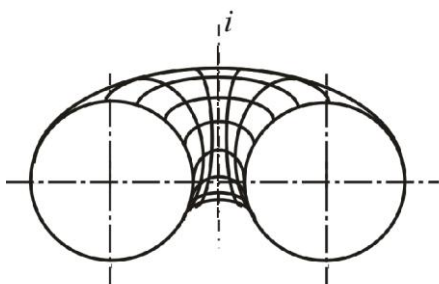


Рисунок 4.18

4.2.3 Винтовые поверхности

Винтовые поверхности образуются при винтовом движении некоторой образующей линии l . Ее точки совершают винтовые движения, описывая винтовые линии – *гелисы*.

В инженерной практике особое распространение получили винтовые поверхности, называемые *геликоидами*.

В зависимости от величины угла наклона образующей к оси поверхности различают прямые (угол = 90°) и наклонные (угол $\neq 90^\circ$) геликоиды, рисунок 4.19.

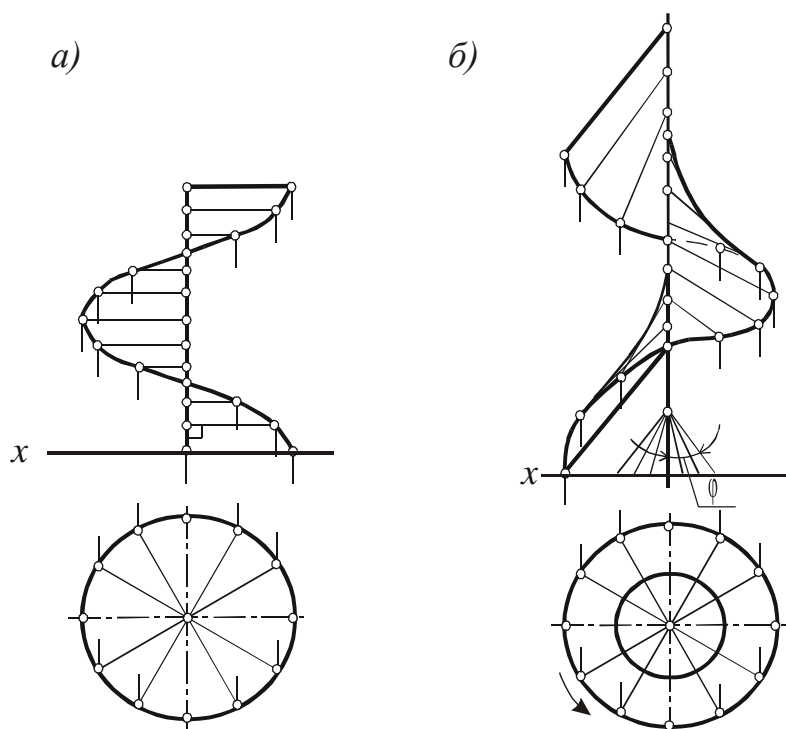


Рисунок 4.19

Выводы:

- поверхность может быть получена вращением некоторой образующей вокруг оси или движением ее по направляющей;
- поверхность может быть задана на чертеже проекциями элементов геометрической части ее определителя или для достижения большей наглядности – очерком;
- поверхности могут быть систематизированы в зависимости от вида образующих и направляющих, а также от закона движения образующих;
- для нахождения недостающей проекции точки, лежащей на поверхности, пользуются характерными для данной поверхности простейшими линиями.

4.3 Тест для текущего контроля по теме «Поверхности»

А. На каком чертеже точка А принадлежит конической поверхности?

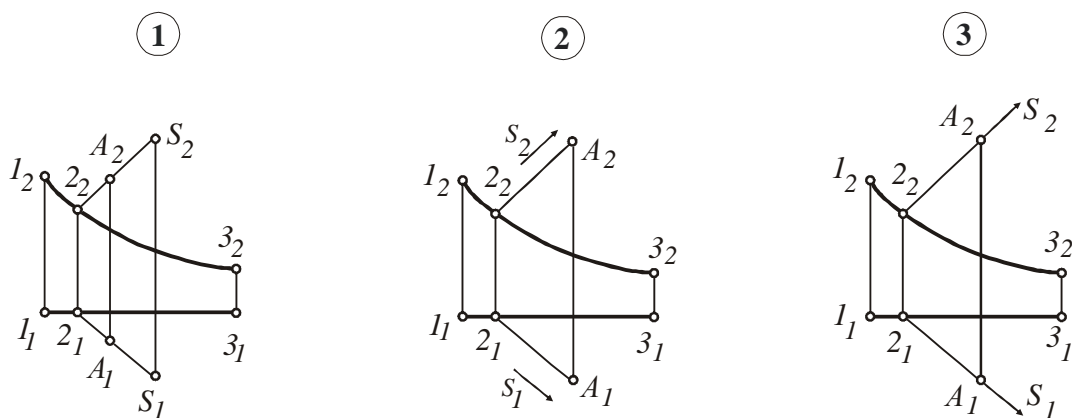
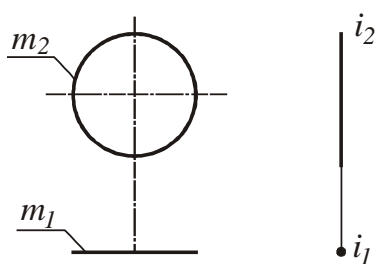


Рисунок 4.20

Б. Как называется поверхность вращения, определитель которой задан на комплексном чертеже?



- ① сферическая
- ② цилиндрическая
- ③ коническая
- ④ торовая

Рисунок 4.21

В. На каком чертеже точка А принадлежит поверхности сферы, заданной фронтальной и профильной проекциями?

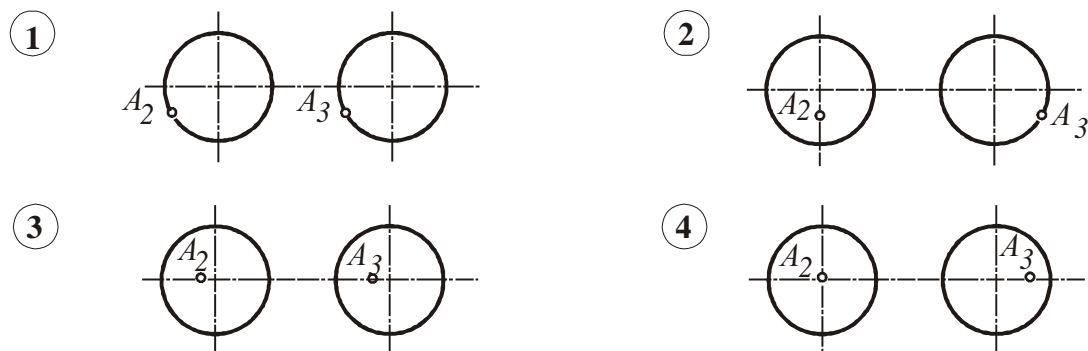
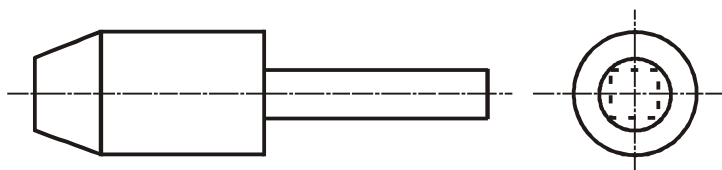


Рисунок 4.22

Г. Как изображается экватор поверхности вращения на фронтальной плоскости проекций, если ось поверхности перпендикулярна Π_1 ?

- 1) окружностью 2) отрезком прямой 3) эллипсом

Д. Какие поверхности из представленного справа списка создают очерк данной детали? Расположить номера выбранных поверхностей по порядку их следования слева направо.



- ① призматическая
- ② цилиндрическая
- ③ коническая
- ④ сферическая
- ⑤ пирамидальная

Рисунок 4.23

Е. Какая из линий сферы, горизонтальная проекция которой задана, является ее главным меридианом?

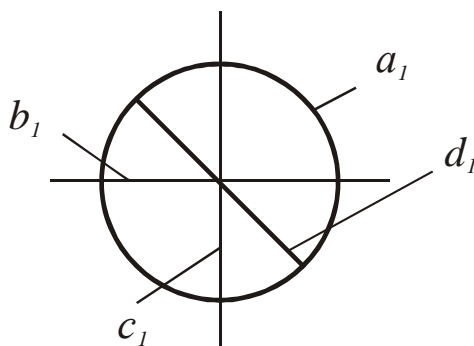


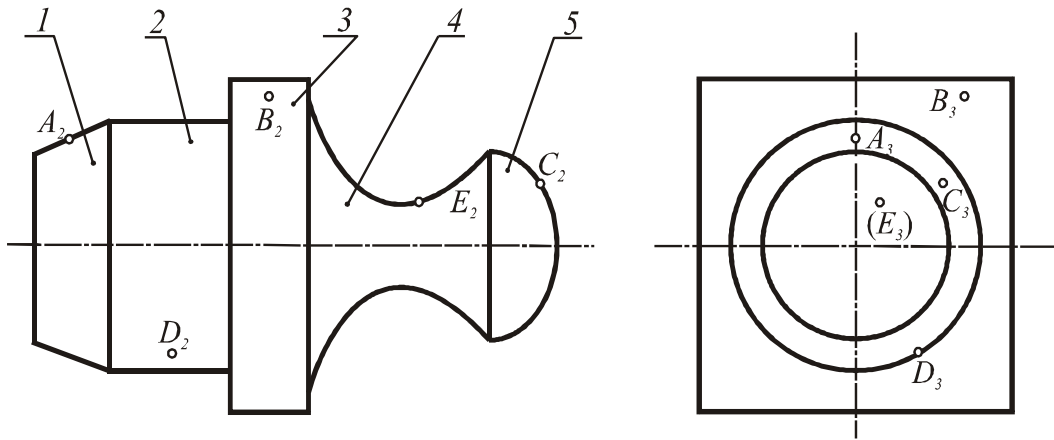
Рисунок 4.24

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г	Д	Е
Ответ						

4.4 Задачи

1. Назовите поверхности, формирующие деталь на рисунке 4.25. Записать ниже, какие из точек A, B, C, D, E принадлежат поверхности детали?



- 1 -
- 2 -
- 3 -
- 4 -
- 5 -

Рисунок 4.25

2. Построить недостающие проекции точек, принадлежащих поверхности тонкостенного трубопровода, рисунок 4.26.

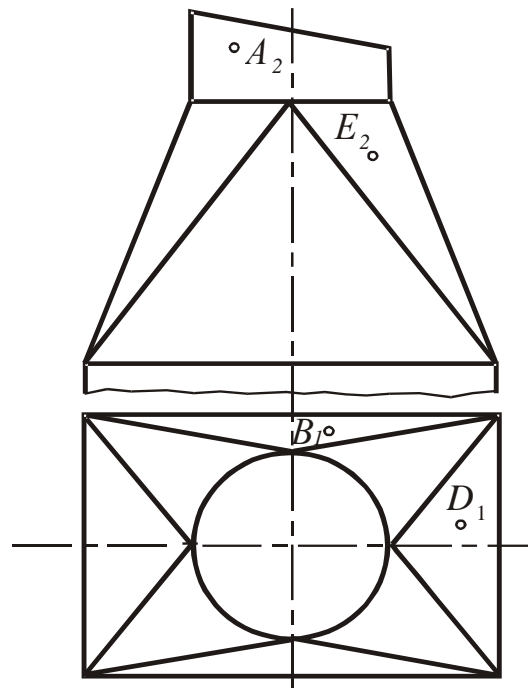


Рисунок 4.26

3. Построить недостающие проекции линий, принадлежащих заданным поверхностям, рисунок 4.27 а, б.

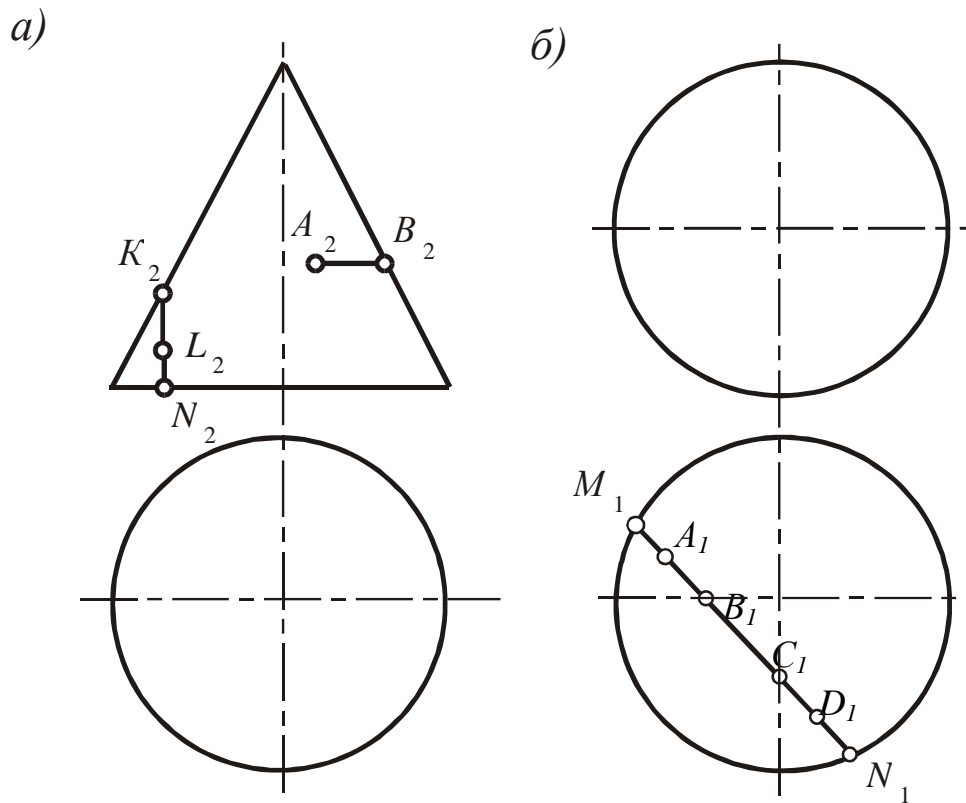


Рисунок 4.27

4. Построить фронтальную проекцию линии, принадлежащей поверхности тора, рисунок 4.28.

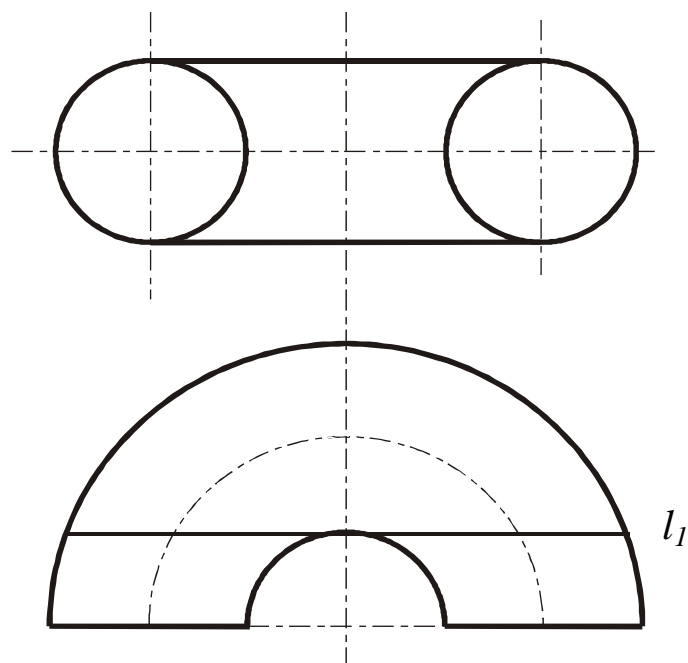


Рисунок 4.28

5.* Построить горизонтальную проекцию точки B , принадлежащей поверхности конуса вращения с вершиной в точке S , если точка A принадлежит поверхности этого конуса, рисунок 4.29.

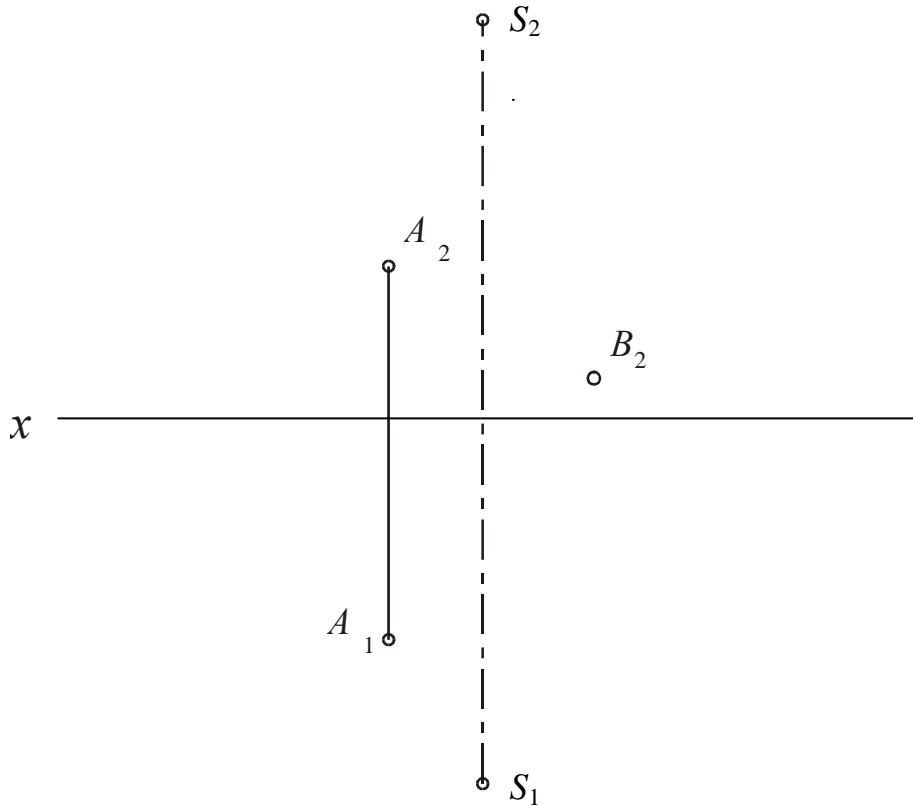


Рисунок 4.29

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5*	Σ
Баллы						

5 СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

5.1 Основные положения

На чертеже ориентиром расположения геометрического объекта в пространстве являются оси проекций, рисунок 5.1.

Наиболее удобным положением проецируемого геометрического объекта следует считать:

- положение, *параллельное* плоскости проекций;
- положение, *перпендикулярное* плоскости проекций.

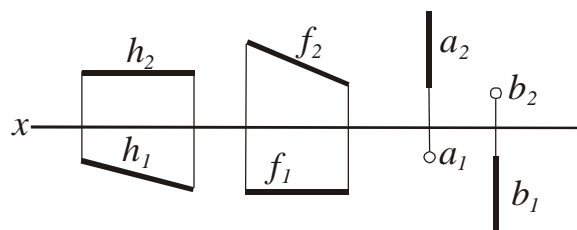


Рисунок 5.1

При ортогональном проецировании удобное положение геометрического объекта достигается двумя путями:

1. *Перемещением плоскостей проекций* в новое положение, по отношению к которому проецируемый геометрический объект окажется в частном положении (объект неподвижен);

2. *Перемещением в пространстве геометрического объекта* так, чтобы он занял частное положение относительно заданных плоскостей проекций, которые при этом не меняют своего положения в пространстве (объект подвижен).

5.2 Способ замены плоскостей проекций

Дополнительная плоскость вводится перпендикулярно одной из основных плоскостей проекций, рисунки 5.2 - 5.4.

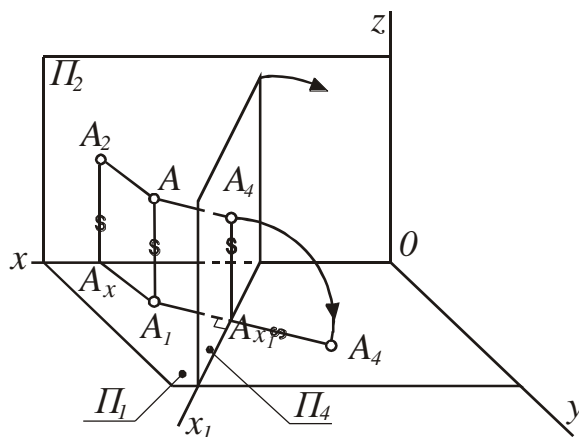
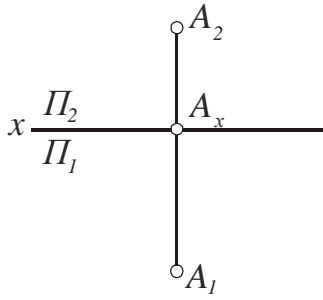


Рисунок 5.2

а)



б)

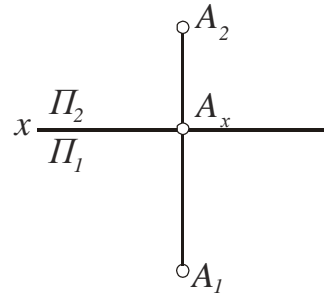


Рисунок 5.3

Алгоритмы решения:

- 1) $\Pi_1\Pi_2 \rightarrow \Pi_1\Pi_4$; $\Pi_4 \perp \Pi_1$; ось $x_1 = \Pi_1 \cap \Pi_4$; $A_1A_4 \perp$ оси x_1 ; $|Ax_1A_4| = |Ax_1A_2| = z_A$.
- 2) $\Pi_1\Pi_2 \rightarrow \Pi_2\Pi_4$; $\Pi_4 \perp \Pi_2$; ось $x_1 = \Pi_2 \cap \Pi_4$; $A_2A_4 \perp$ оси x_1 ; $|Ax_1A_4| = |Ax_1A_1| = y_A$.

Можно провести последовательно несколько преобразований чертежа, рисунок 5.4.

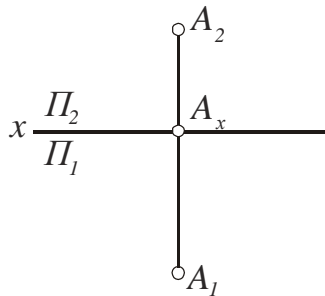


Рисунок 5.4

Алгоритм решения:

5.2.1 Решение четырёх основных задач преобразования комплексного чертежа способом замены плоскостей проекций

Задача 1. Преобразовать чертёж так, чтобы в новой системе плоскостей проекций *прямая общего положения* заняла положение *прямой уровня*, рисунки 5.5 – 5.6.

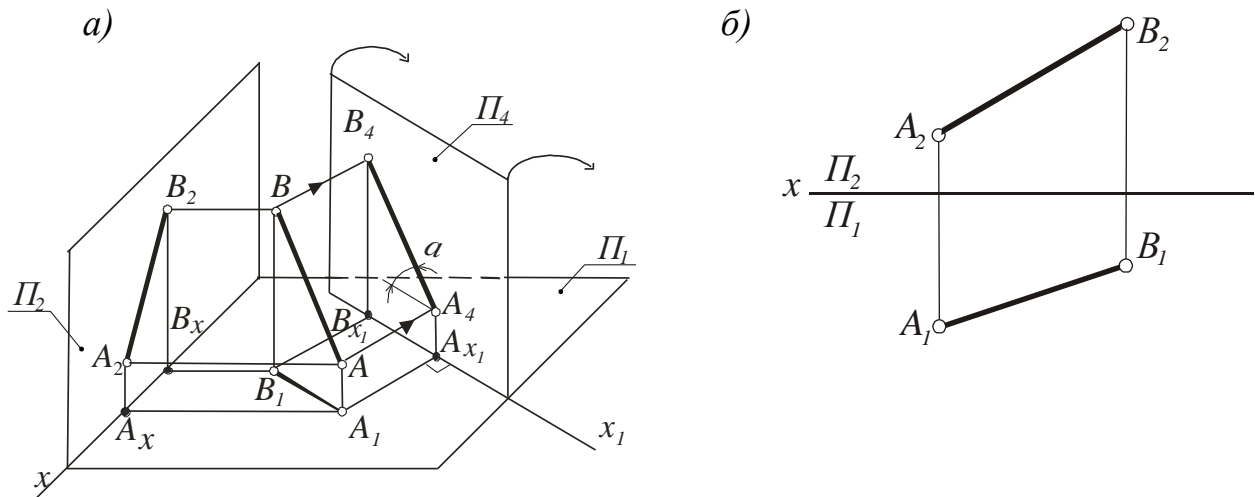


Рисунок 5.5

Алгоритм решения:

$\Pi_1\Pi_2 \rightarrow \Pi_1\Pi_4$; $\Pi_4 \perp \Pi_1$; ось $x_1 = \Pi_1 \cap \Pi_4$; $A_1A_4 \perp$ оси x_1 ; $|Ax_1A_4| = |Ax_1A_2| = z_A$.

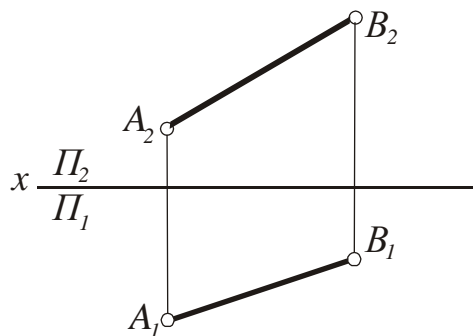


Рисунок 5.6

Алгоритм решения:

$\Pi_1\Pi_2 \rightarrow \Pi_2\Pi_4$; $\Pi_4 \perp \Pi_2$; ось $x_1 = \Pi_2 \cap \Pi_4$; $A_2A_4 \perp$ оси x_1 ; $|Ax_1A_4| = |Ax_1A_1| = y_A$.

Задача 2. Преобразовать чертёж так, чтобы в новой системе плоскостей проекций *прямая уровня* заняла положение *проецирующей прямой*, рисунки 5.7 – 5.8.

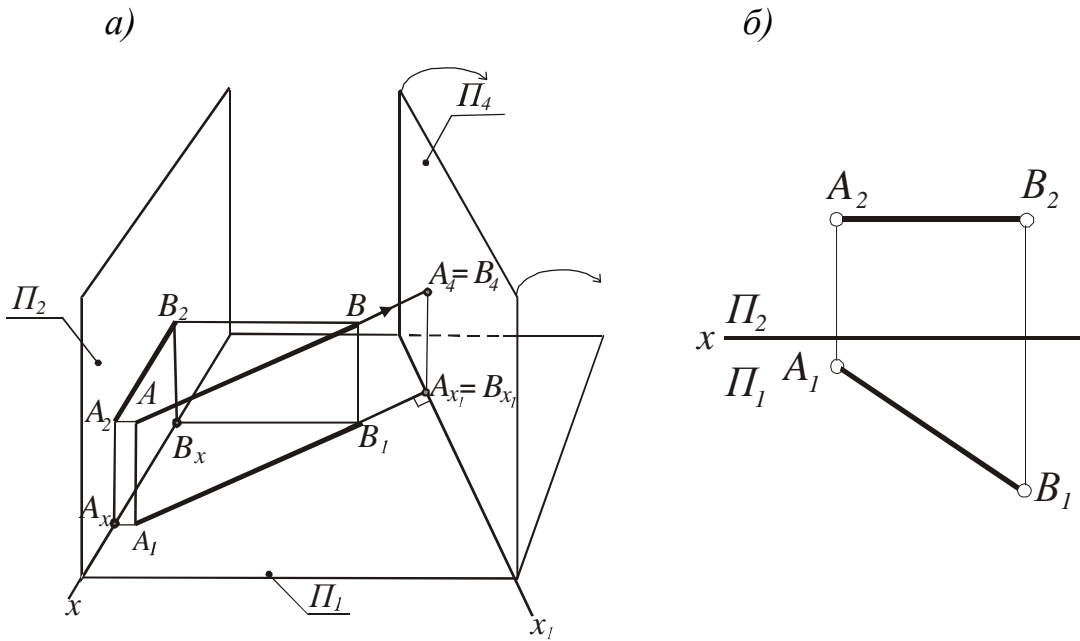


Рисунок 5.7

Для преобразования прямой общего положения в проецирующую необходимо произвести две замены плоскостей проекций последовательно, рисунок 5.8.

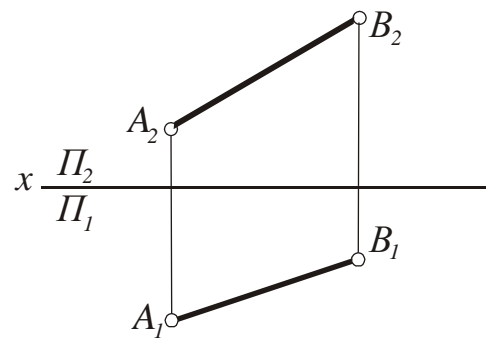
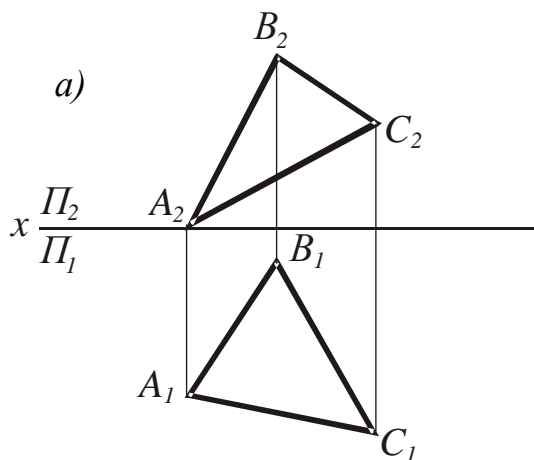


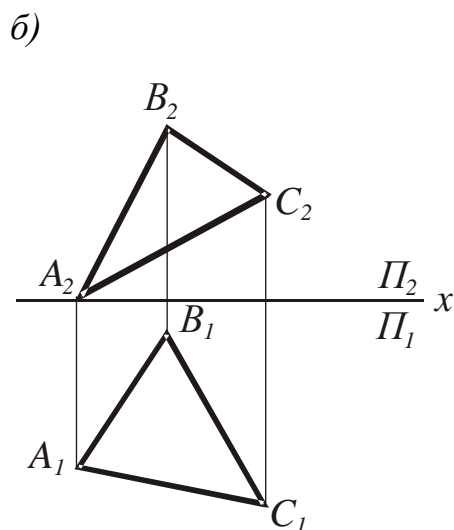
Рисунок 5.8

Алгоритм решения:

Задача 3. Преобразовать чертёж так, чтобы в новой системе плоскостей проекций *плоскость общего положения* заняла *проецирующее* положение, рисунок 5.9.



Алгоритм решения:



Алгоритм решения:

Рисунок 5.9

Задача 4. Преобразовать чертёж так, чтобы в новой системе плоскостей проекций *плоскость проецирующая* заняла положение *плоскости уровня*, рисунок 5.10.

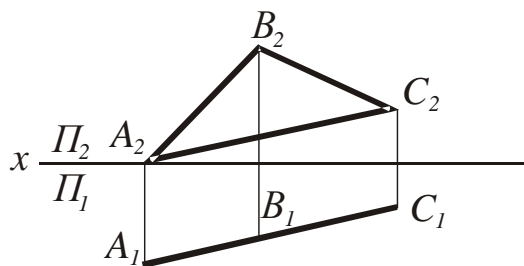


Рисунок 5.10

Для преобразования плоскости общего положения в плоскость уровня необходимо произвести две замены плоскостей проекций последовательно, рисунок 5.11.

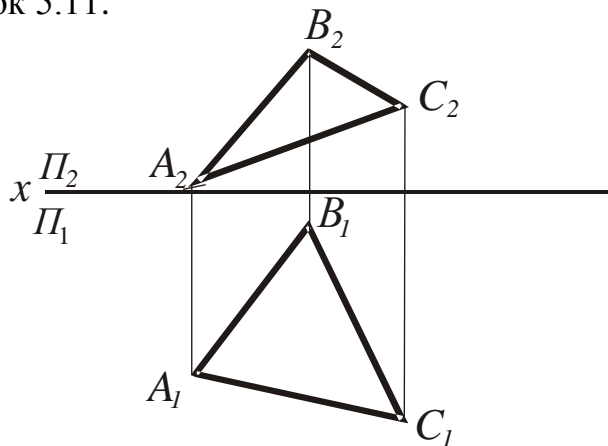


Рисунок 5.11

5.3 Способ плоскопараллельного перемещения

При параллельном переносе любой геометрической фигуры относительно заданной плоскости проекций проекция фигуры на этой плоскости хотя и меняет своё положение, но остаётся при этом неизменной, рисунок 5.12.

5.3.1 Решение первой и второй задач преобразования чертежа способом плоскопараллельного перемещения

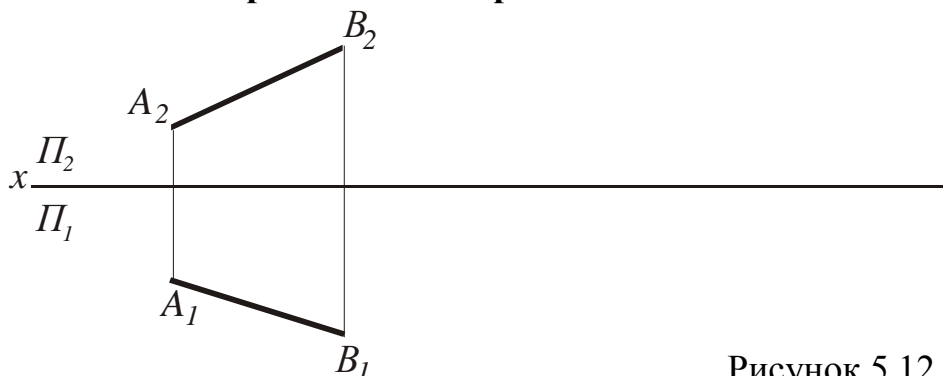


Рисунок 5.12

5.3.2 Решение третьей и четвертой задач преобразования чертежа способом плоскопараллельного перемещения

В плоскости сначала проводится линия уровня, рисунок 5.13.

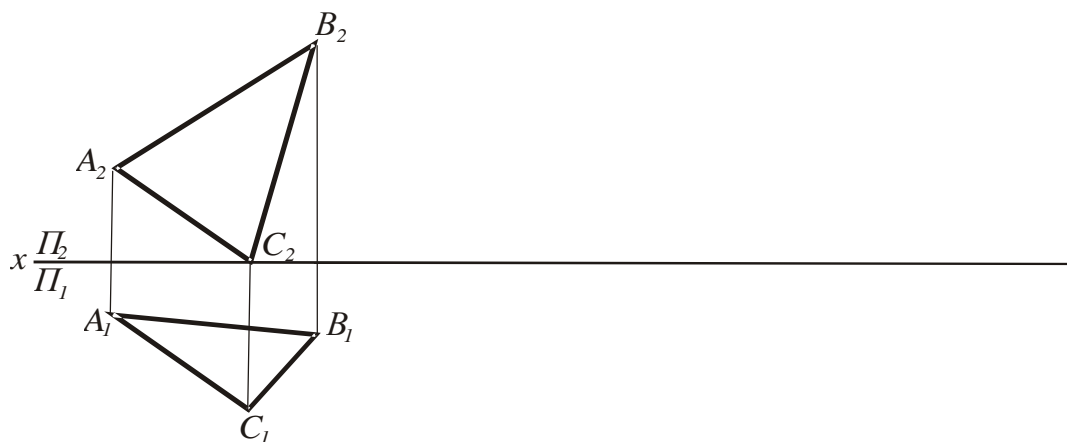


Рисунок 5.13

5.4 Способ вращения вокруг проецирующей прямой. Решение первой основной задачи преобразования чертежа

Задается проецирующая ось вращения, рисунок 5.14.

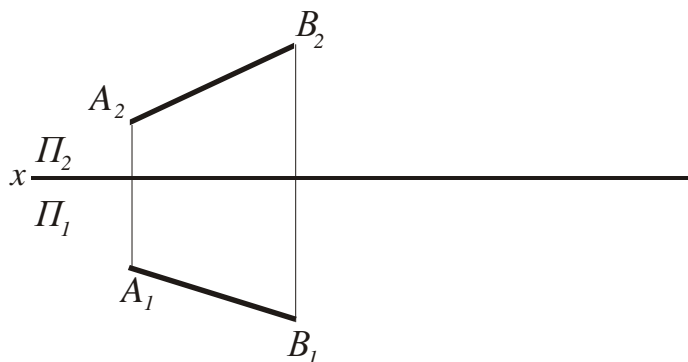


Рисунок 5.14

Выводы:

- преобразованием чертежа можно добиться удобного для решения разнообразных графических задач положения геометрических объектов;
- такое положение может быть достигнуто с помощью замены плоскостей проекций и плоскопараллельного перемещения объектов;
- самым универсальным способом преобразования чертежа является способ замены плоскостей проекций.

5.5 Алгоритмы решения типовых метрических задач начертательной геометрии способом замены плоскостей проекций

5.5.1 Определение расстояний

I. Расстояние между двумя точками определяется отрезком, соединяющим эти точки, рисунок 5.15.

Алгоритм решения

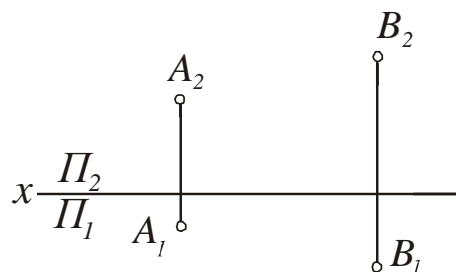
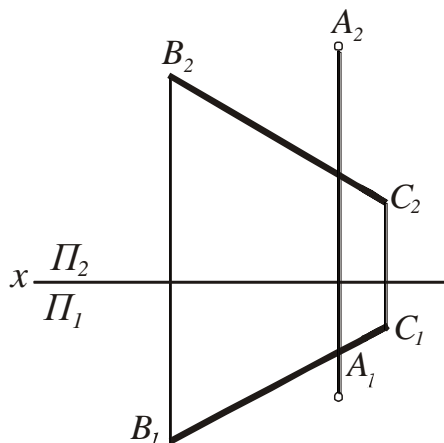


Рисунок 5.15

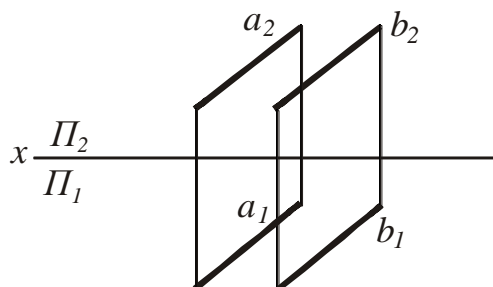
II. Расстояние между точкой и заданной прямой определяется величиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки на прямую, рисунок 5.16.



Алгоритм решения

Рисунок 5.16

III. Расстояние между двумя параллельными прямыми определяется величиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки, взятой на одной прямой, на другую прямую, рисунок 5.17.



Алгоритм решения

Рисунок 5.17

IV. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми определяется величиной перпендикуляра, заключенного между параллельными плоскостями, которым принадлежат скрещивающиеся прямые, рисунок 5.18.

Алгоритм решения

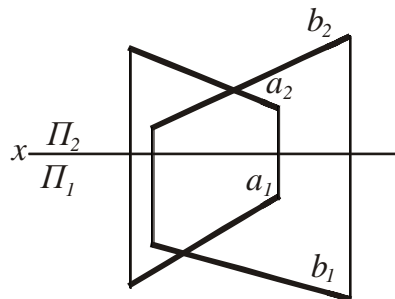
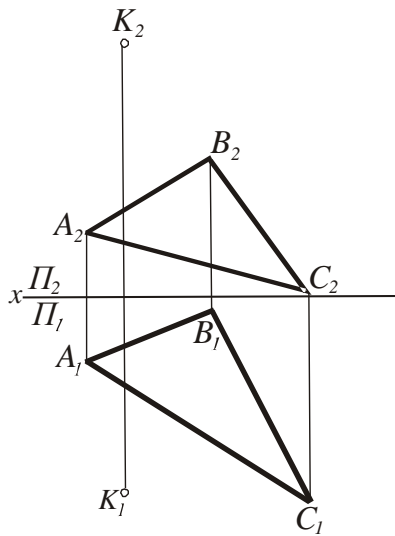


Рисунок 5.18

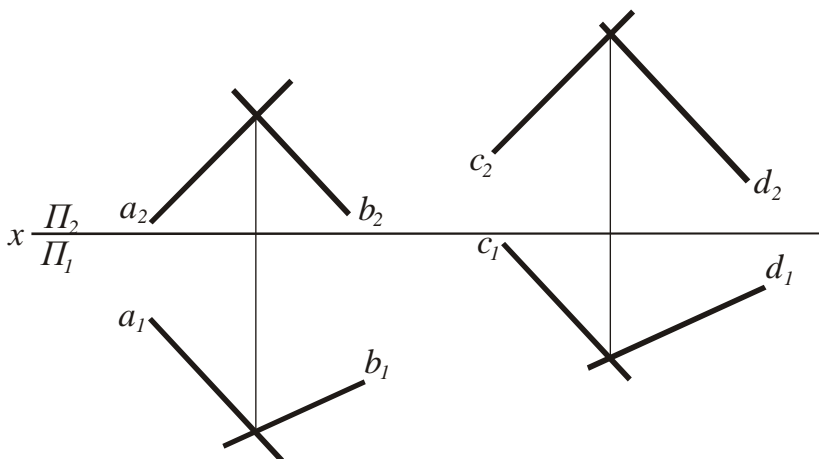
V. Расстояние от точки до заданной плоскости определяется величиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость, рисунок 5.19.



Алгоритм решения

Рисунок 5.19

VI. Расстояние между двумя параллельными плоскостями измеряется величиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки, взятой на одной плоскости, на другую плоскость, рисунок 5.20.



Алгоритм решения

Рисунок 5.20

5.5.2 Определение углов

Углом называется фигура, состоящая из двух различных лучей с общим началом и ограниченной ими части плоскости. За величину угла принимают величину меньшего из углов, образованных этими лучами. Такой угол проецируется в натуральную величину на параллельную ему плоскость.

Угол между кривыми измеряется углом между их касательными.

Угол между скрещивающимися прямыми измеряется плоским углом, образованным пересекающимися прямыми, проведенными из произвольной точки параллельно данным скрещивающимся прямым.

Угол между прямой и плоскостью измеряется острым углом между этой прямой и ее проекцией на эту плоскость.

Угол между двумя плоскостями (двугранный угол) измеряется величиной своего линейного угла, плоскость которого перпендикулярна ребру двугранного угла, рисунок 5.21.

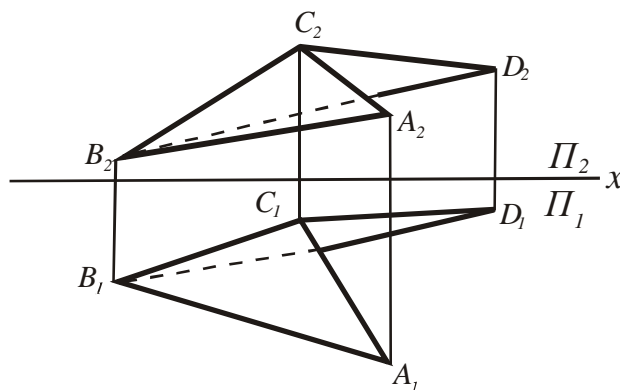


Рисунок 5.21

Выводы:

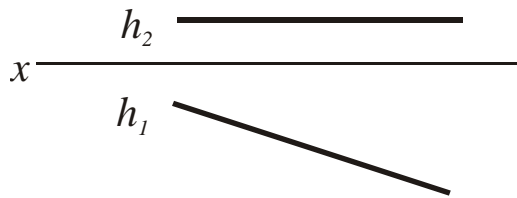
- для решения ряда метрических задач удобно, чтобы геометрические фигуры занимали частное положение относительно плоскостей проекций, чего можно добиться с помощью способов преобразования чертежа;

- определение расстояний между геометрическими объектами сводится к измерению расстояния между их ближайшими точками;

- определение угла между геометрическими объектами сводится к измерению угла между двумя прямыми.

5.6 Тест для текущего контроля по теме «Способы преобразования комплексного чертежа»

А. Как нужно расположить новую плоскость проекций Π_4 , чтобы прямая h заняла в новой системе проекций проецирующее положение?

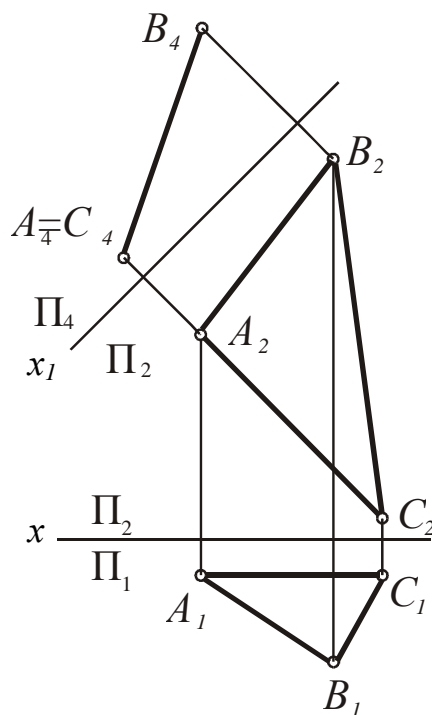


- ① $\Pi_4 \perp h_2$
- ② $\Pi_4 \perp h_1$
- ③ $\Pi_4 \parallel \Pi_2$
- ④ $\Pi_4 \perp \Pi_3$

Рисунок 5.22

Б. Какая из основных плоскостей проекций заменяется на Π_4 , чтобы $\triangle ABC$ проецировался в виде отрезка прямой линии?

В. Как выбрано направление новой оси проекций x_1 при построении $A_4C_4B_4$?



- ① Π_3
- ② Π_2
- ③ Π_1

- ① $x_1 \parallel A_2B_2$
- ② $x_1 \perp A_2C_2$
- ③ $x_1 \parallel B_1C_1$

Рисунок 5.23

Г. На каком чертеже расстояние от точки А до прямой изображается в натуральную величину на плоскости Π_2 ?

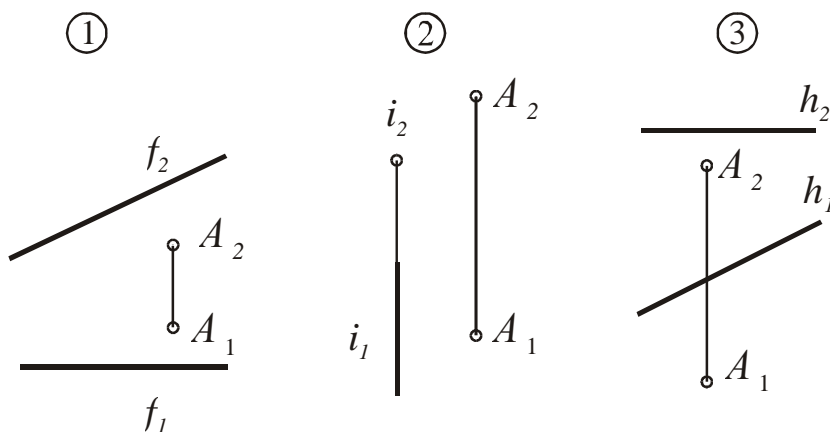
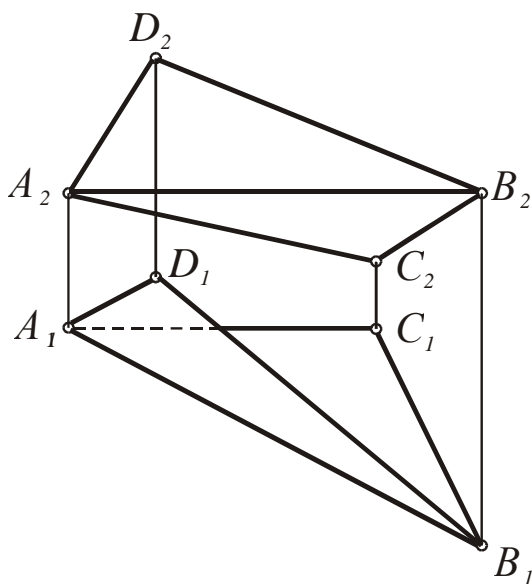


Рисунок 5.24

Д. На какой плоскости проекций можно определить истинную величину двугранного угла между плоскостями ABC и ABD?



- ① на Π_3
- ② на $\Pi_4 \perp AC$
- ③ на $\Pi_4 \perp AB$
- ④ на $\Pi_4 \perp BD$

Рисунок 5.25

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г	Д
Ответ					

5.7 Задачи

1. На прямой AB построить точку C , равноудаленную от концов отрезка EF , рисунок 5.26.

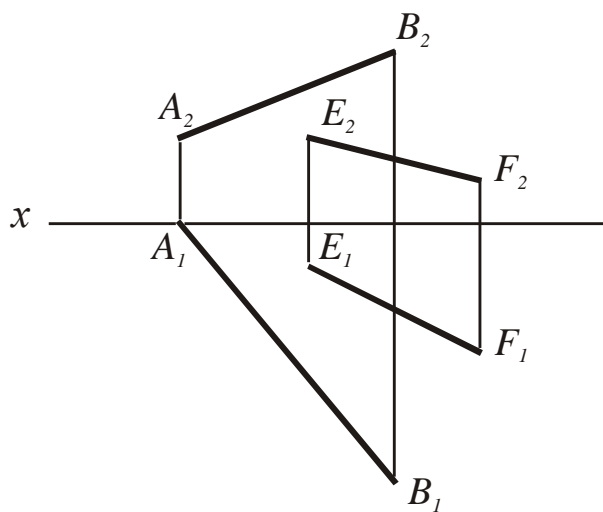


Рисунок 5.26

2. Построить фронтальную проекцию точки A , удаленной от отрезка MN на 20мм, рисунок 5.27.

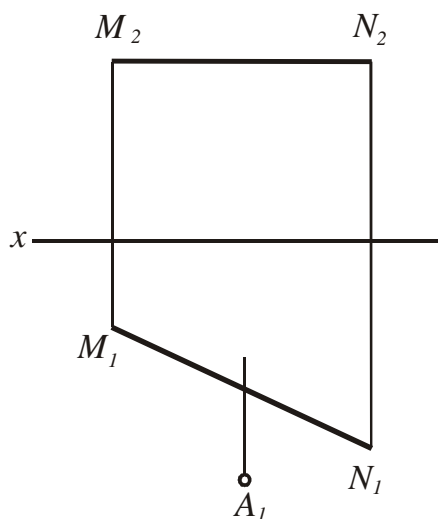


Рисунок 5.27

3. Определить расстояние между двумя заданными прямыми AB и CD , рисунок 5.28.

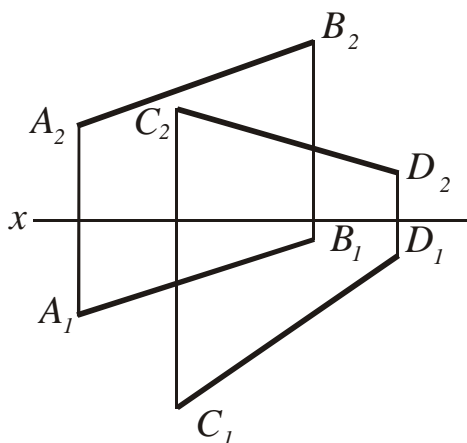


Рисунок 5.28

4. Построить проекцию прямоугольника $ABCD$ с вершиной C на прямой MN , рисунок 5.29.

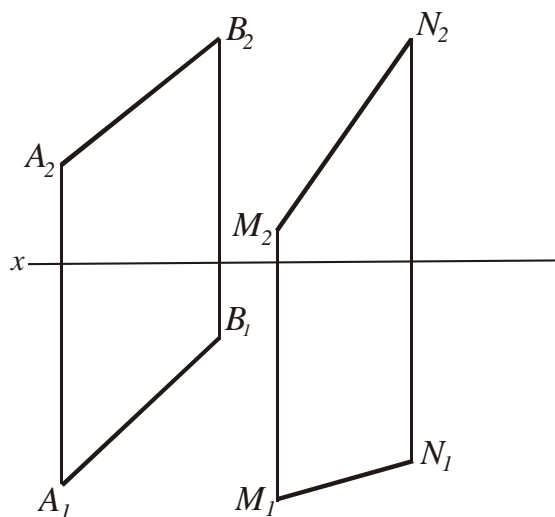


Рисунок 5.29

5. Построить точку K , симметричную точке A относительно плоскости $\Sigma(B, m)$, рисунок 5.30.

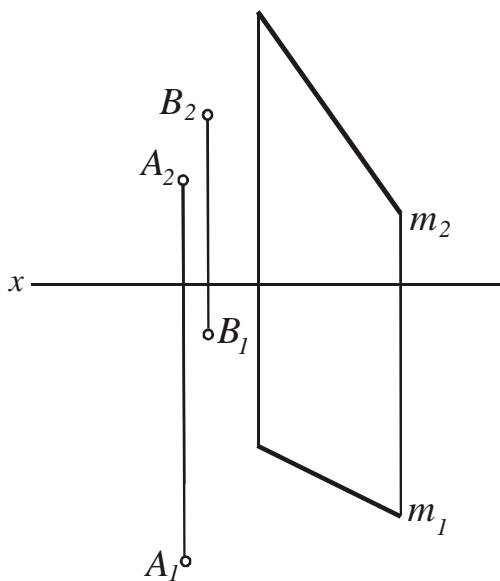


Рисунок 5.30

6. Достроить двугранный угол при ребре AC , если измеряющий его линейный угол равен 30° , рисунок 5.31.

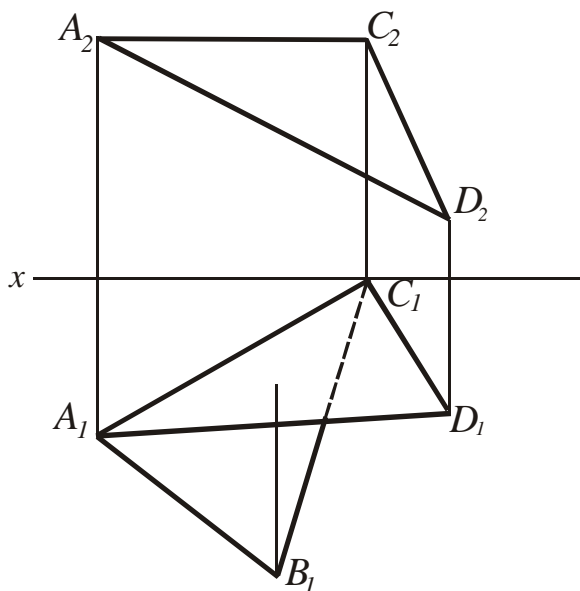


Рисунок 5.31

7. На прямой AB найти точку, удаленную от плоскости Γ (m/n) на 15мм, рисунок 5.32.

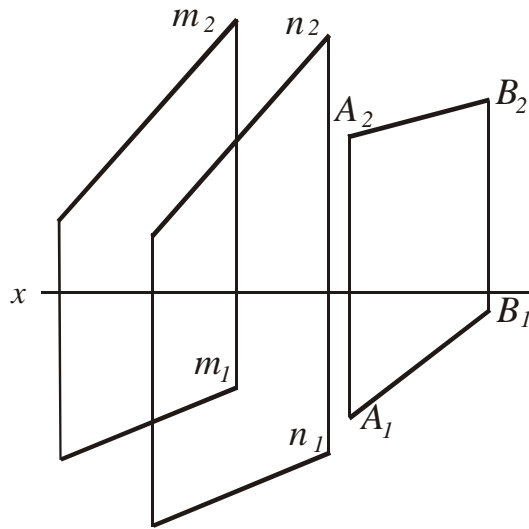


Рисунок 5.32

8. В плоскости $\Gamma(ABC)$ найти точку, равноудаленную от вершин треугольника ABC , рисунок 5.33.

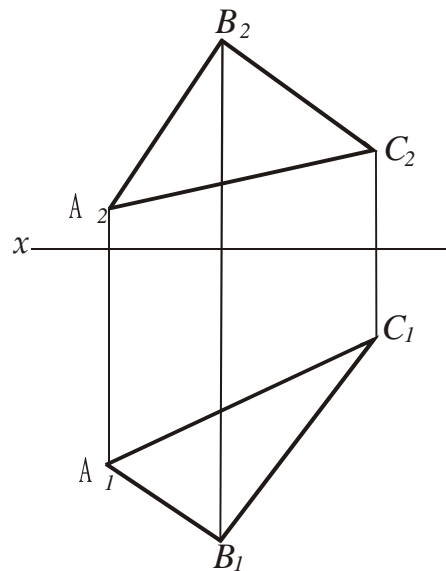


Рисунок 5.33

9*. Построить фронтальную проекцию $CD//AB$, если расстояние между ними равно 20мм, рисунок 5.34.

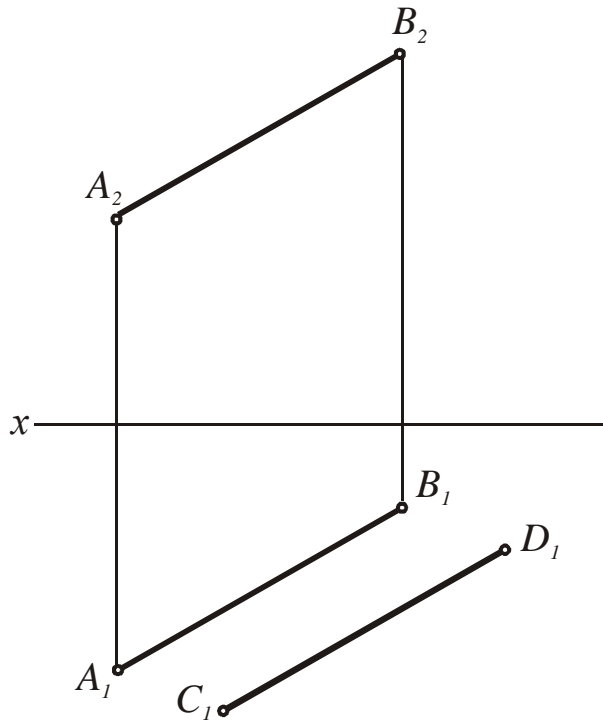


Рисунок 5.34

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9*	Σ
Баллы										

6 ТЕОРИЯ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Задачи, в которых определяется расположение объектов относительно друг друга, называют *позиционными*, рисунок 6.1. Задачу построения точек пересечения какой-нибудь заданной линии с поверхностью называют *первой основной позиционной задачей*, задачу построения линий пересечения двух заданных поверхностей называют *второй основной позиционной задачей*.

6.1 Алгоритм решения задач на пересечение геометрических объектов, занимающих проецирующее положение

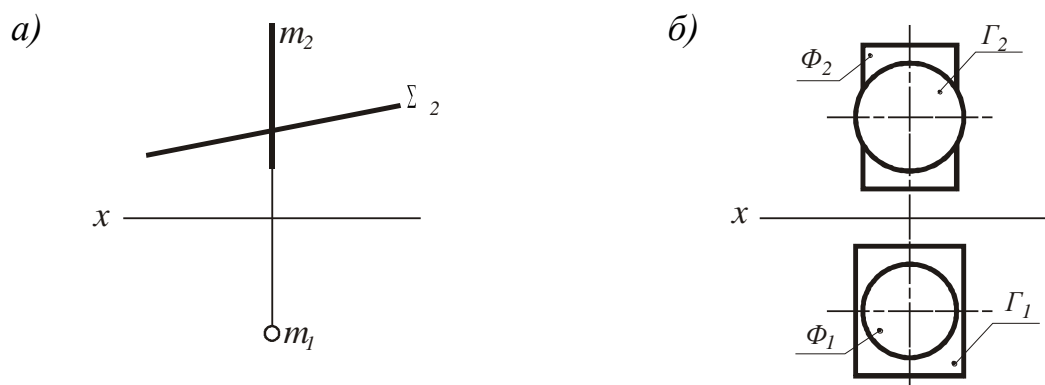


Рисунок 6.1

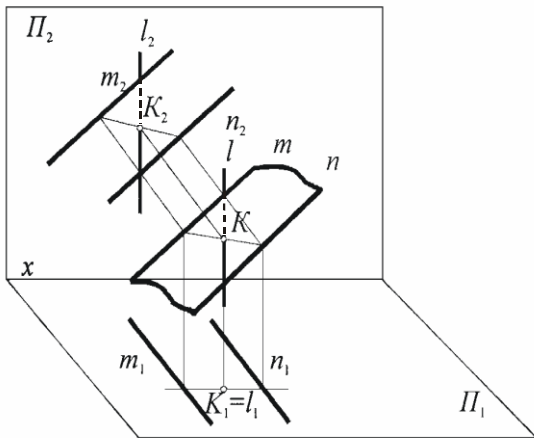
Алгоритм:

1. Искомый общий элемент *уже задан* на чертеже.
2. Его проекции частично или полностью *совпадают* с заданными проекциями-носителями пересекающихся проецирующих геометрических объектов.
3. Решение задачи *сводится к обозначению* проекций искомого общего элемента.
4. *Третья* проекция элемента пересечения находится *по законам проекционной связи*.

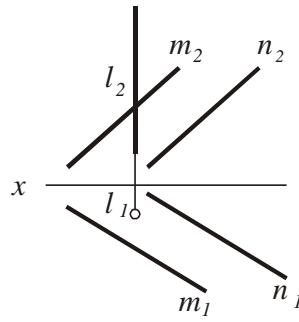
6.2 Алгоритмы решения задач на пересечение проецирующего геометрического объекта с геометрическим объектом общего положения

Если из двух пересекающихся геометрических объектов только один занимает проецирующее положение, то и собирательным свойством будет обладать только одна проекция этого объекта, следовательно, лишь одна проекция искомого общего элемента будет найдена без построений, рисунки 6.2 - 6.3.

a)



б)



в)

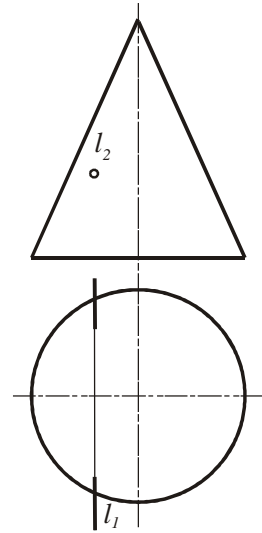


Рисунок 6.2

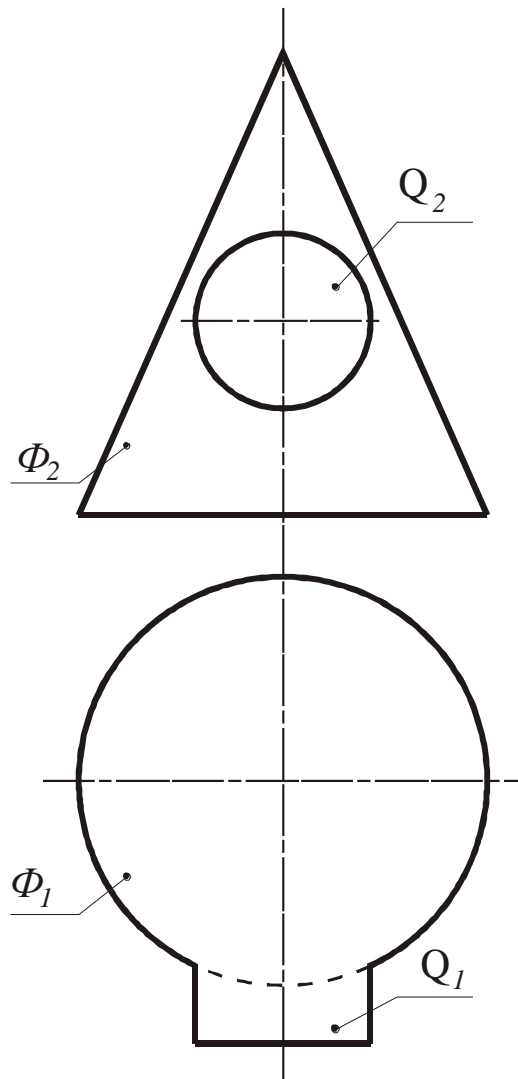
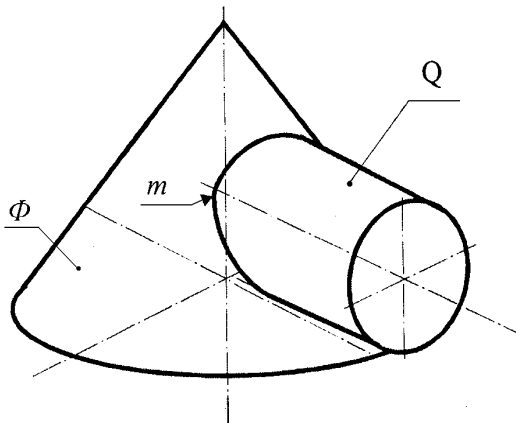


Рисунок 6.3

Алгоритм:

1. Одна проекция искомого общего элемента *уже задана* на чертеже.
2. Она частично или полностью *совпадает* с заданной проекцией — носителем проецирующего геометрического объекта.
3. Вторая проекция искомого общего элемента находится *из условия принадлежности* его геометрическому объекту общего положения.
4. Третья проекция элемента пересечения строится *по законам проекционной связи*.

6.2.1 Сечение поверхностей проецирующей плоскостью

В технике особый интерес представляют следующие виды сечений поверхности плоскостью:

- конические сечения;
- сечения цилиндрических поверхностей;
- сечения сферических поверхностей;
- сечения многогранников.

6.2.1.1 Конические сечения

Поверхность прямого кругового конуса служит носителем нескольких кривых второго порядка: окружности, эллипса, параболы и гиперболы. Указанные кривые получаются в результате сечения конической поверхности плоскостью. Эти кривые называют *кониками*, рисунки 6.4 - 6.6.

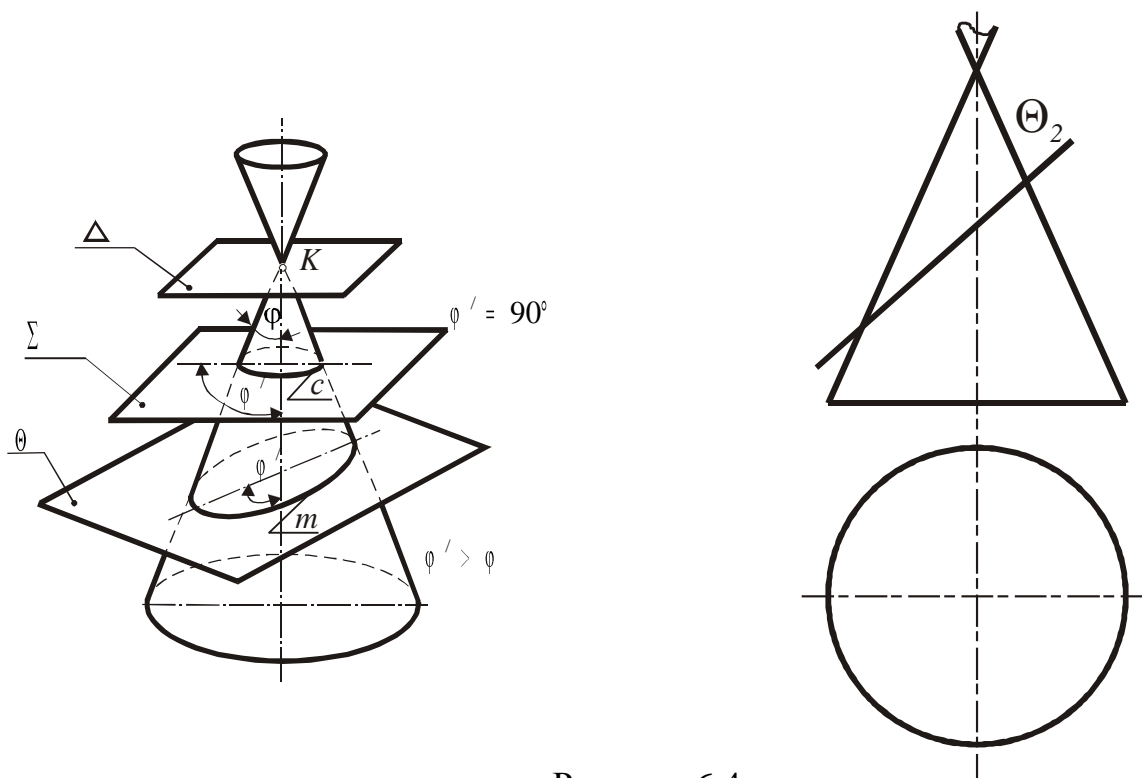


Рисунок 6.4

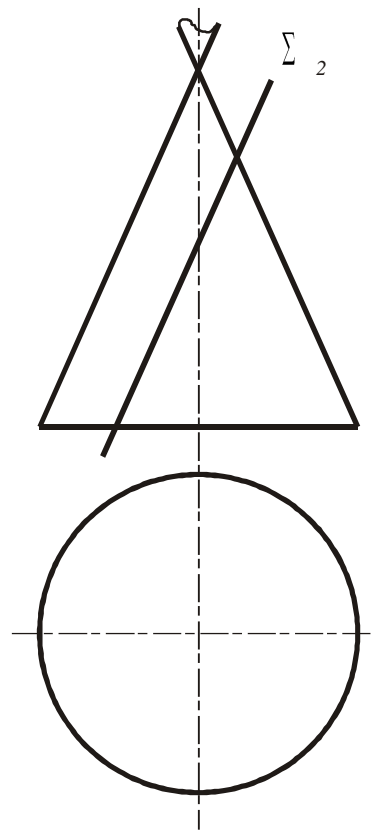
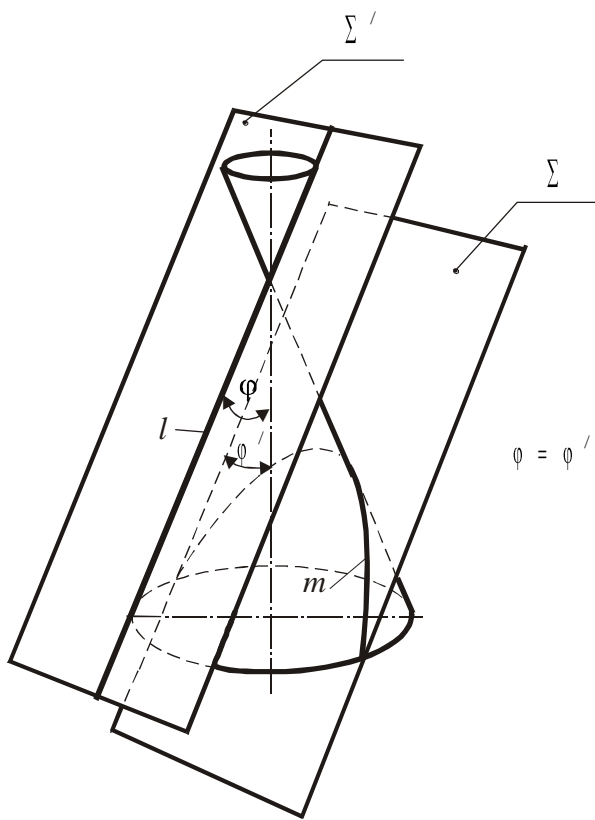


Рисунок 6.5

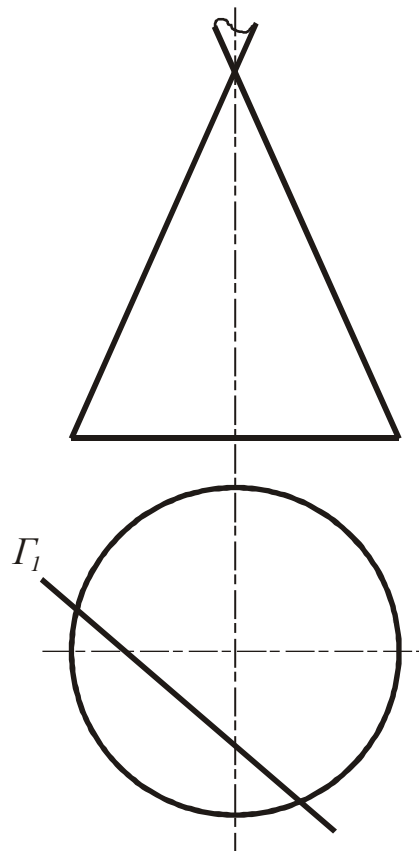
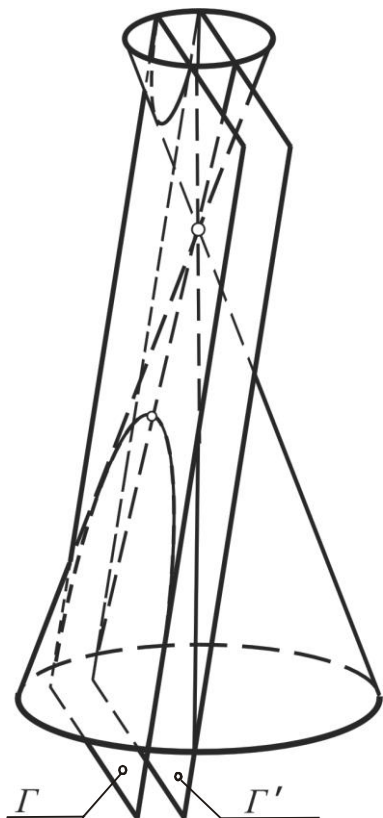


Рисунок 6.6

6.2.1.2 Сечения цилиндрической поверхности

В зависимости от положения секущей плоскости относительно оси вращения в сечении поверхности прямого кругового цилиндра могут получаться следующие линии: две прямые, окружность, эллипс, рисунки 6.7 – 6.8.

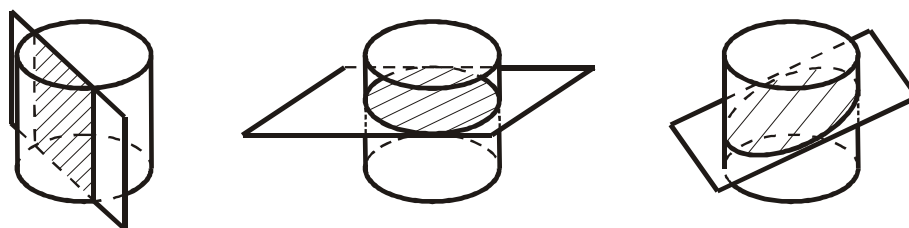


Рисунок 6.7

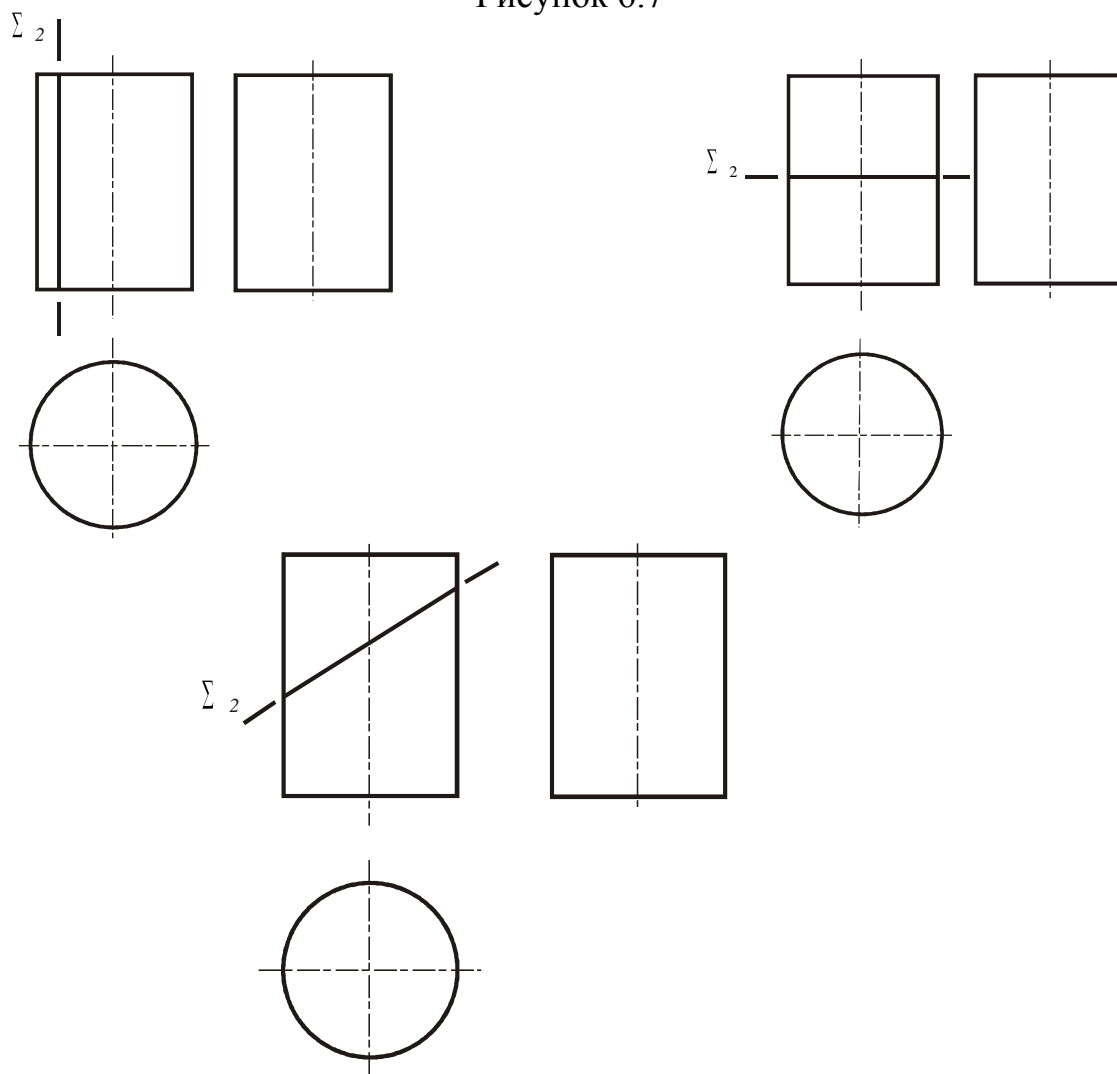
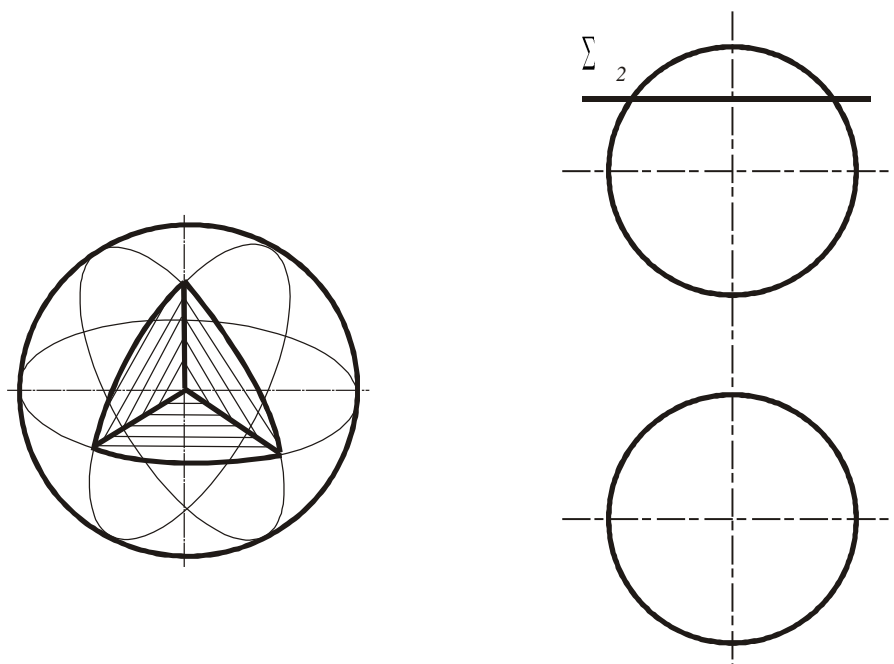


Рисунок 6.8

6.2.1.3 Сечения сферической поверхности

При пересечении поверхности сферы плоскостью всегда получается окружность, рисунок 6.9.

а)



б)

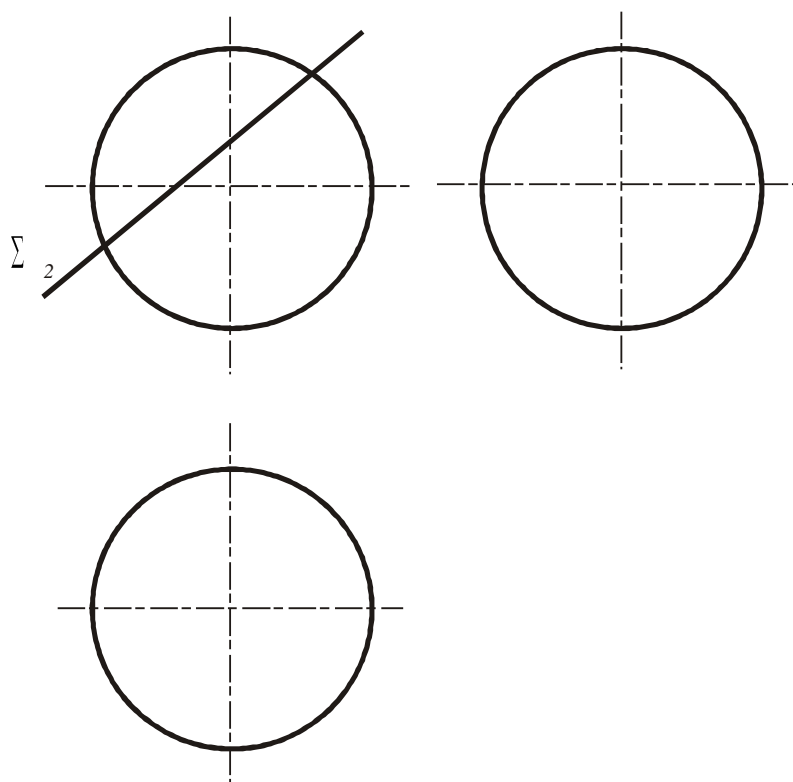


Рисунок 6.9

6.2.1.4 Сечения многогранников проецирующей плоскостью

В сечении многогранной поверхности всегда получается плоский многоугольник, рисунки 6.10 – 6.11.

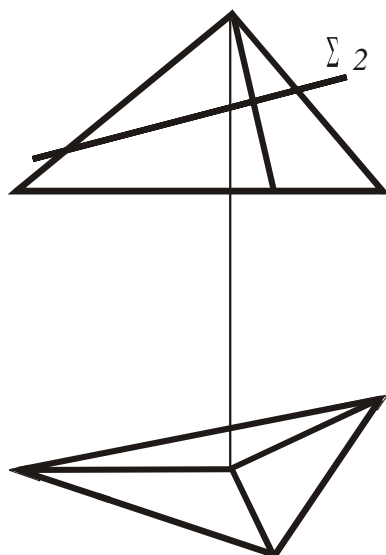


Рисунок 6.10

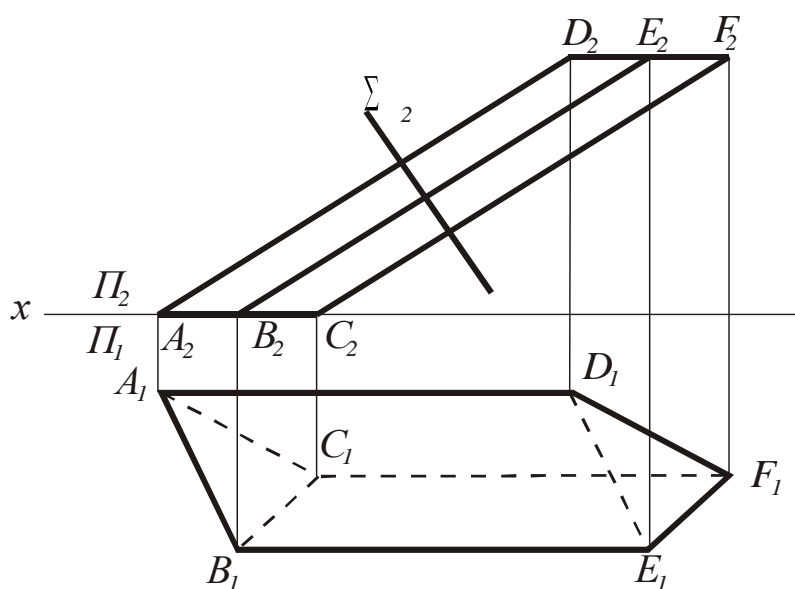


Рисунок 6.11

6.2.2 Тест для текущего контроля по теме «Пересечение проецирующих геометрических объектов»

А. На каком чертеже в сечении цилиндра плоскостью получится эллипс?

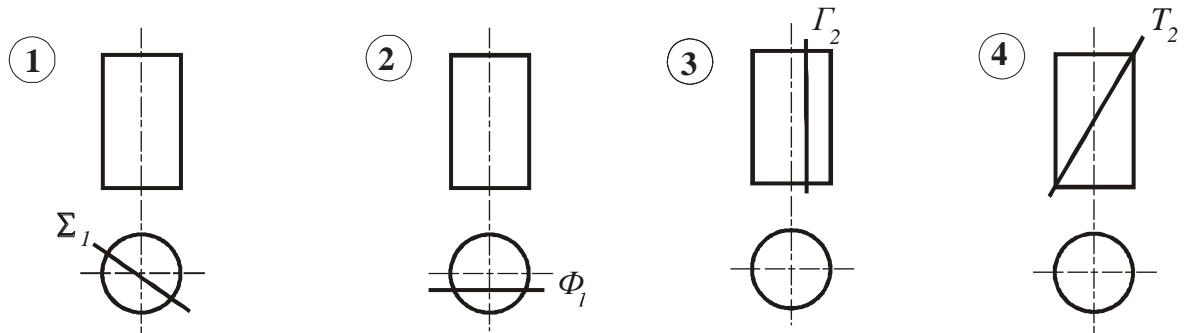


Рисунок 6.12

Б. На каком чертеже правильно выполнена профильная проекция сферы с вырезом?

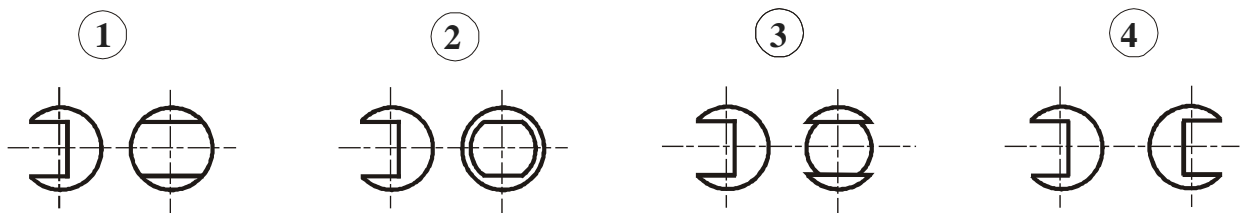


Рисунок 6.13

В. На каком чертеже правильно построена точка пересечения K прямой l с плоскостью $\Gamma(ABC)$ и показана видимость прямой?

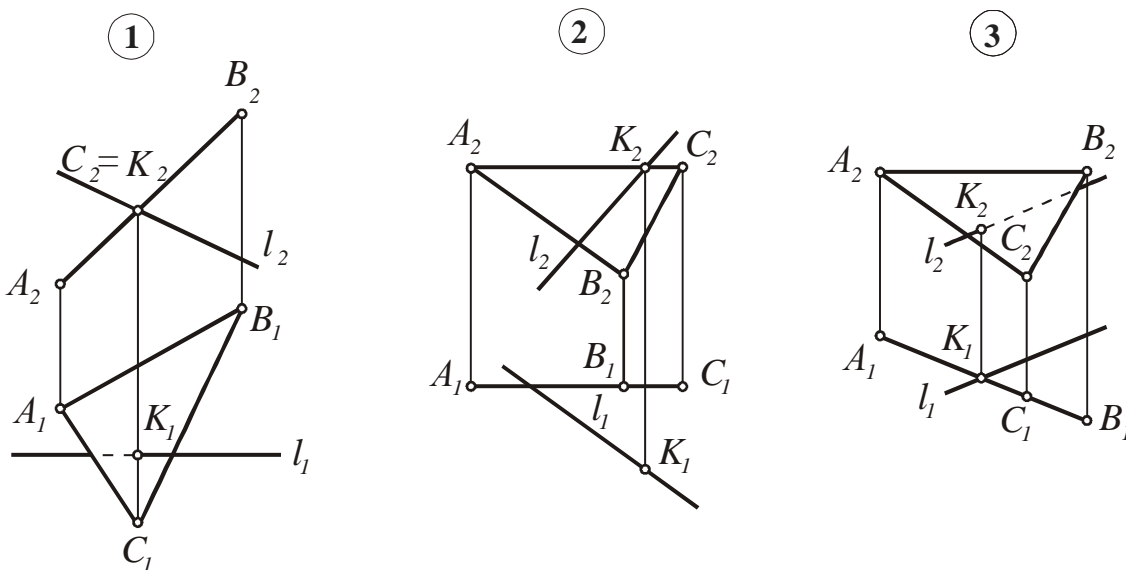
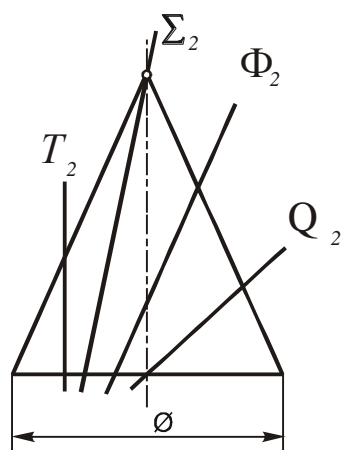


Рисунок 6.14

Г. В сечении какой плоскостью конуса вращения получается парабола? Выбрать номер правильного ответа.



- ① Σ
- ② Φ
- ③ T
- ④ Q

Рисунок 6.15

Д. На каких чертежах правильно найдены точки пересечения прямой l с заданными поверхностями?

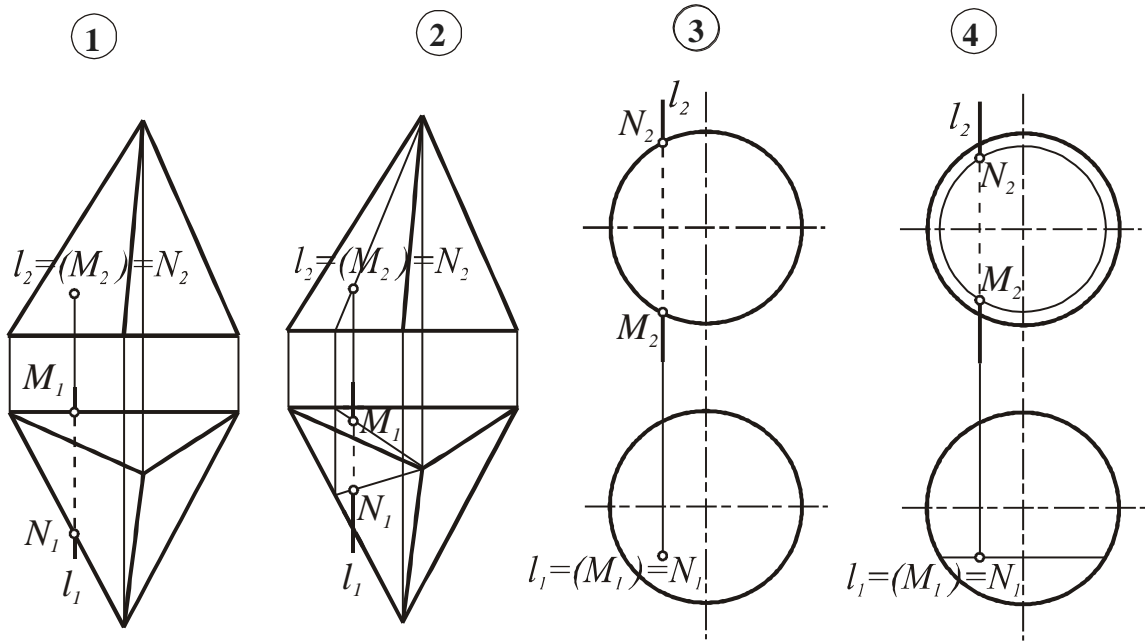


Рисунок 6.16

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г	Д
Ответ					

6.4 Задачи

1. Записать, какие линии получаются при пересечении заданных поверхностей указанными плоскостями, рисунок 6.17.

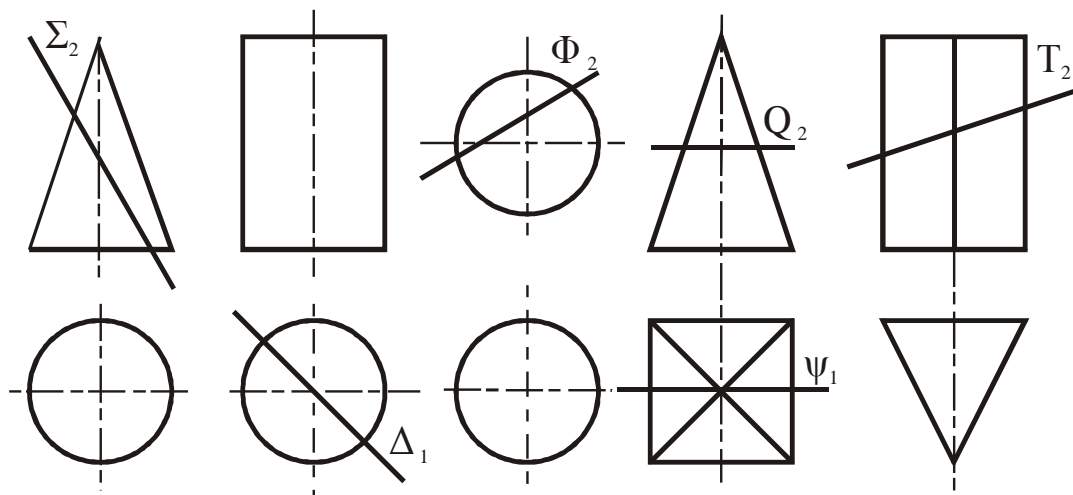


Рисунок 6.17

2. Построить точки пересечения прямой l с поверхностью сферы и определить ее видимость, рисунок 6.18

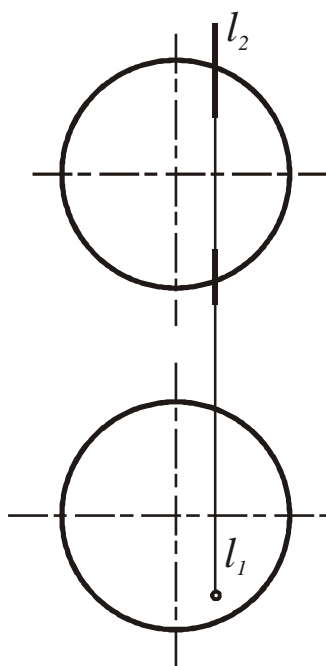


Рисунок 6.18

3. Построить линию сечения поверхности кругового конуса проецирующими плоскостями, рисунок 6.19.

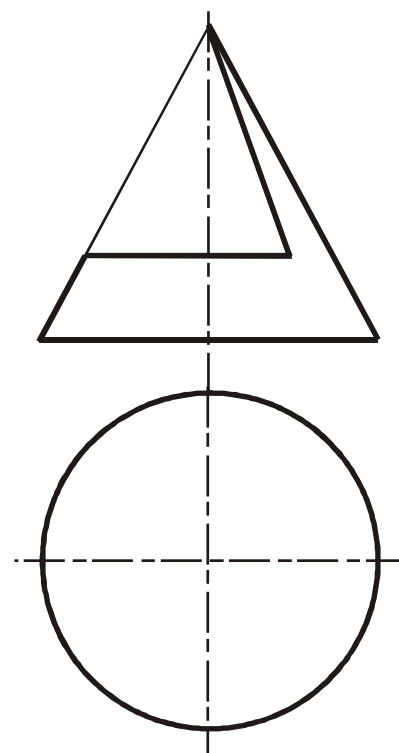


Рисунок 6.19

4. На какой глубине при вертикальном бурении из точки D на поверхности земли бур встретит пласт, плоскость которого определяется точками A, B, C , рисунок 6.20?

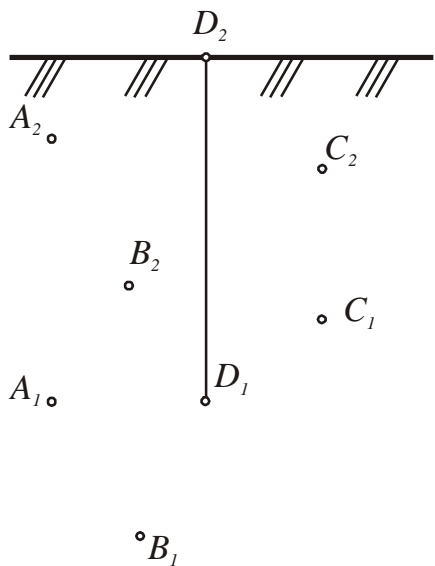


Рисунок 6.20

5. Указать линию пропила на плоскости $ABCD$, если детали двигаются по указанным направлениям S и S' , рисунок 6.21.

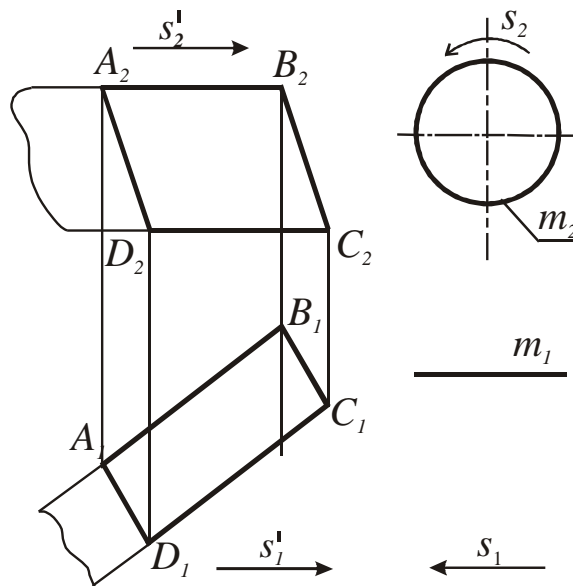


Рисунок 6.21

6. Построить проекции линий пересечения поверхностей, рисунок 6.22.

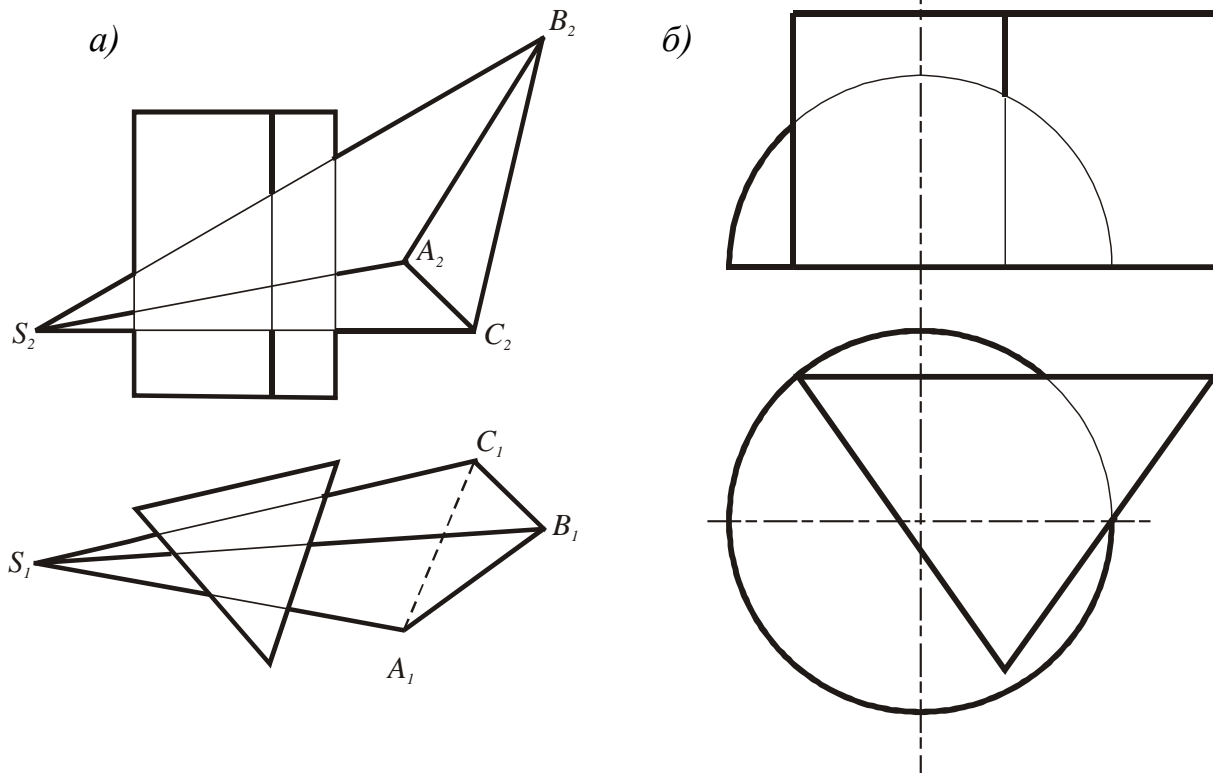


Рисунок 6.22

7*. Построить три проекции поверхностей с линией их взаимного пересечения, рисунок 6.23.

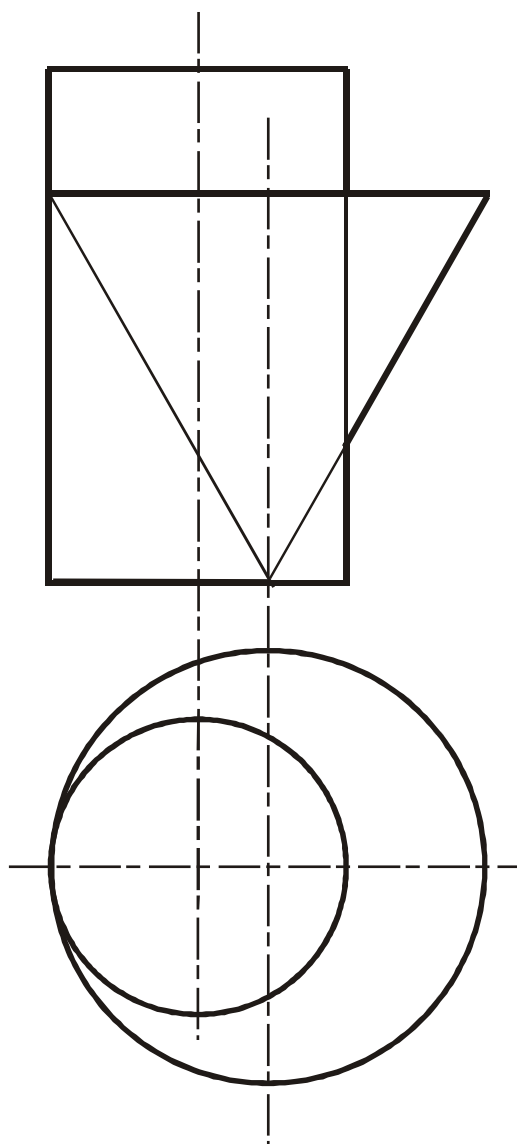


Рисунок 6.23

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7*	Σ
Баллы								

6.3 Алгоритмы решения задач на пересечение геометрических объектов с помощью посредников

Любую точку в пространстве можно определить:

- тремя координатами;
- пересечением двух линий;
- пересечением трех поверхностей.

Выбор посредников должен осуществляться с учетом следующих правил:

1. Посредник должен *содержать* в своем каркасе такие *линии*, которые были бы *присущи* и *каркасам* заданных пересекающихся поверхностей.

2. Линии пересечения вспомогательной поверхности-посредника с заданными поверхностями должны быть *простейшими* (прямые, окружности, прямоугольники и т.п.), рисунок 6.24.

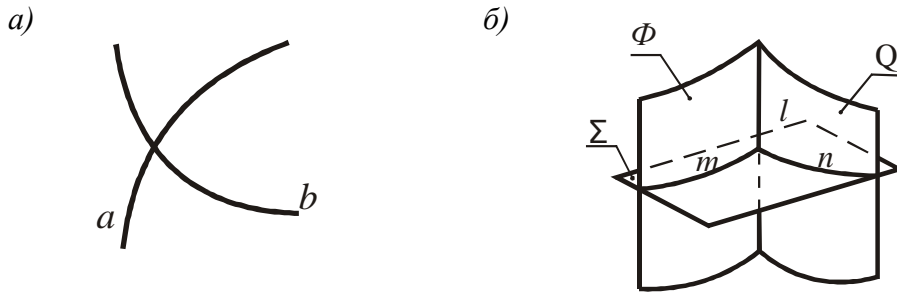


Рисунок 6.24

6.3.1 Алгоритм решения первой позиционной задачи с помощью посредников

1. *Линия* заключается в поверхность – посредник, рисунок 6.25.
2. *Строится линия пересечения* поверхности–посредника с заданной поверхностью.
3. *Находится точка пересечения* построенной линии пересечения и заданной линии.
4. Определяется *видимость* заданной линии.

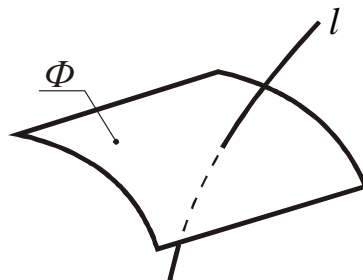


Рисунок 6.25

Алгоритм.

1. Данная прямая заключается в проецирующую плоскость-посредник, рисунки 6.26, 6.27.

2. Строится линия пересечения плоскости-посредника с заданной поверхностью.

3. В пересечении построенной линии пересечения и заданной прямой находится искомая точка (искомые точки).

4. Определяется видимость заданной прямой.

Задача 1

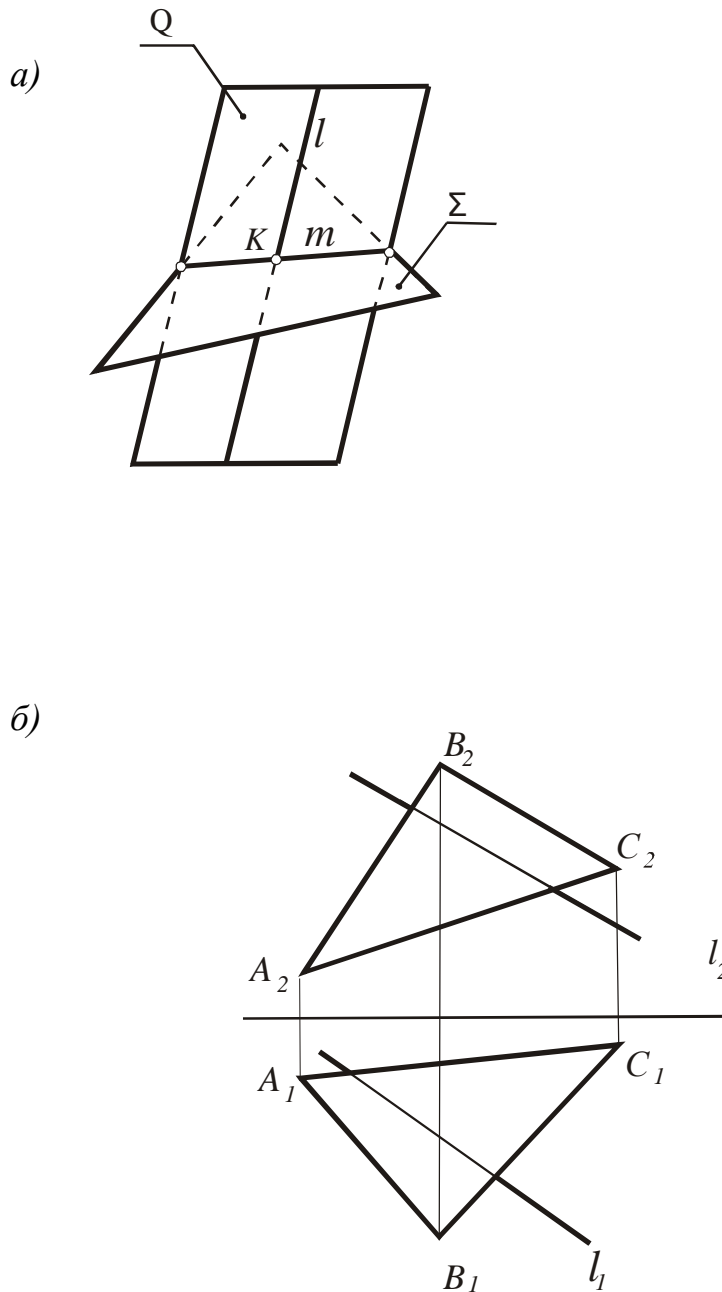
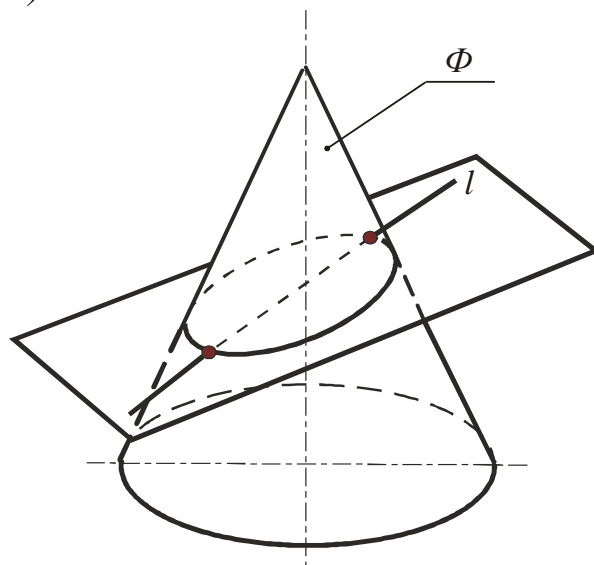


Рисунок 6.26

а)



б)

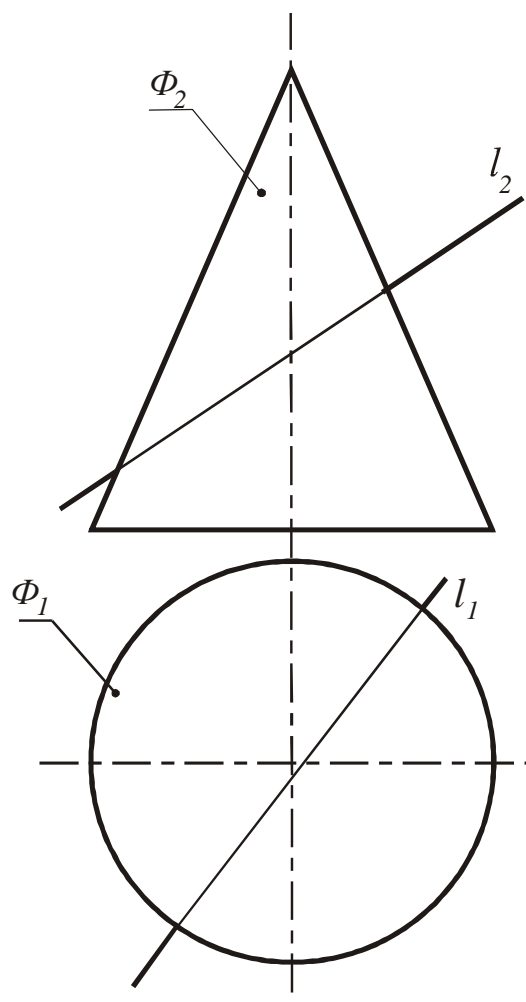


Рисунок 6.27

6.3.2 Алгоритм решения второй позиционной задачи с помощью секущих плоскостей

Алгоритм решения задачи на пересечение двух плоскостей

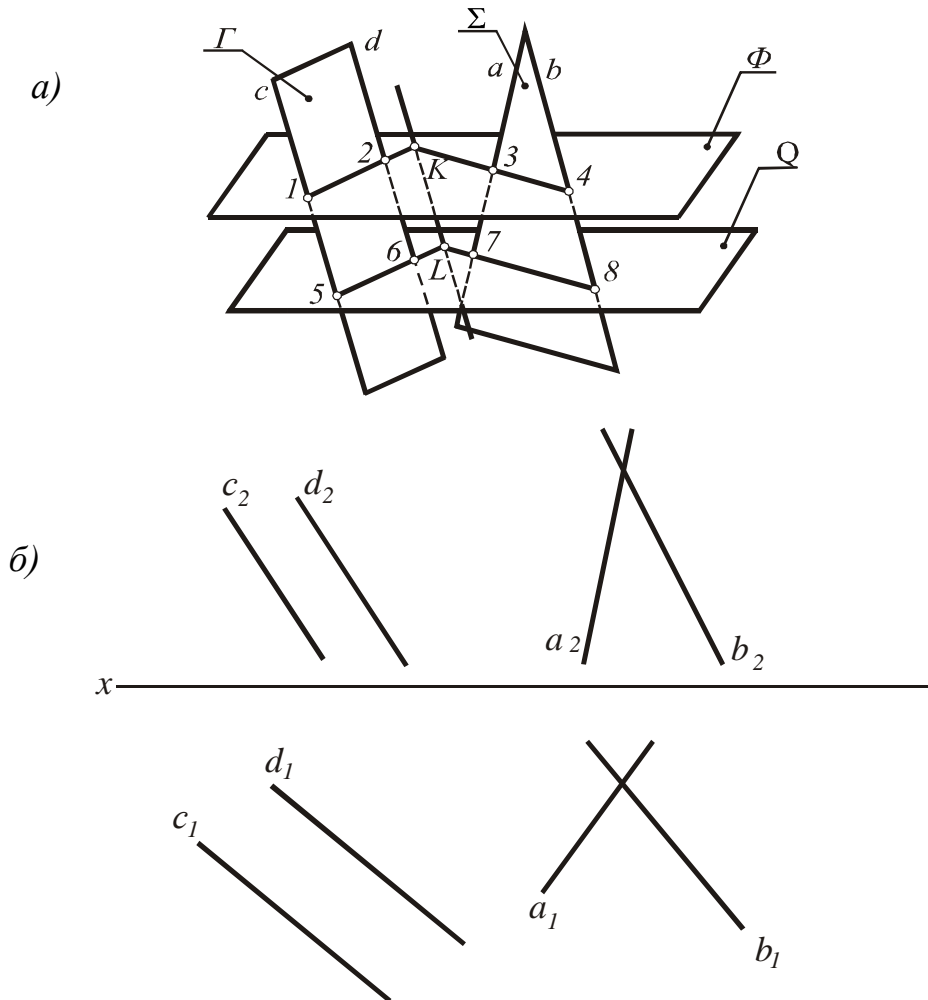
1. Заданные плоскости *рассекаются* первой проецирующей плоскостью-посредником, рисунок 6.28.

2. *Строятся две линии пересечения* вспомогательной плоскости с заданными плоскостями.

3. *Находится общая точка* для трех плоскостей на пересечении построенных линий пересечения.

4. Для построения второй точки *вводится еще одна плоскость – посредник* и пункты 2 и 3 повторяются.

5. Через полученные точки *проводится прямая линия*, которая и является линией пересечения данных плоскостей.



Задача 3

Рисунок 6.28

Алгоритм решения задачи на пересечение поверхностей вращения.

1. Определяются опорные точки, рисунки 6.29, 6.30.
2. Между опорными точками проводится плоскость-посредник.
3. Строятся линии пересечения проведенной плоскости-посредника с поверхностями – окружности (параллели).
4. Определяются точки пересечения построенных параллелей.
5. Проводится еще ряд плоскостей-посредников между опорными точками, и все построения повторяются.
6. Построенные точки соединяются плавной кривой с учетом их видимости.

Задача 4

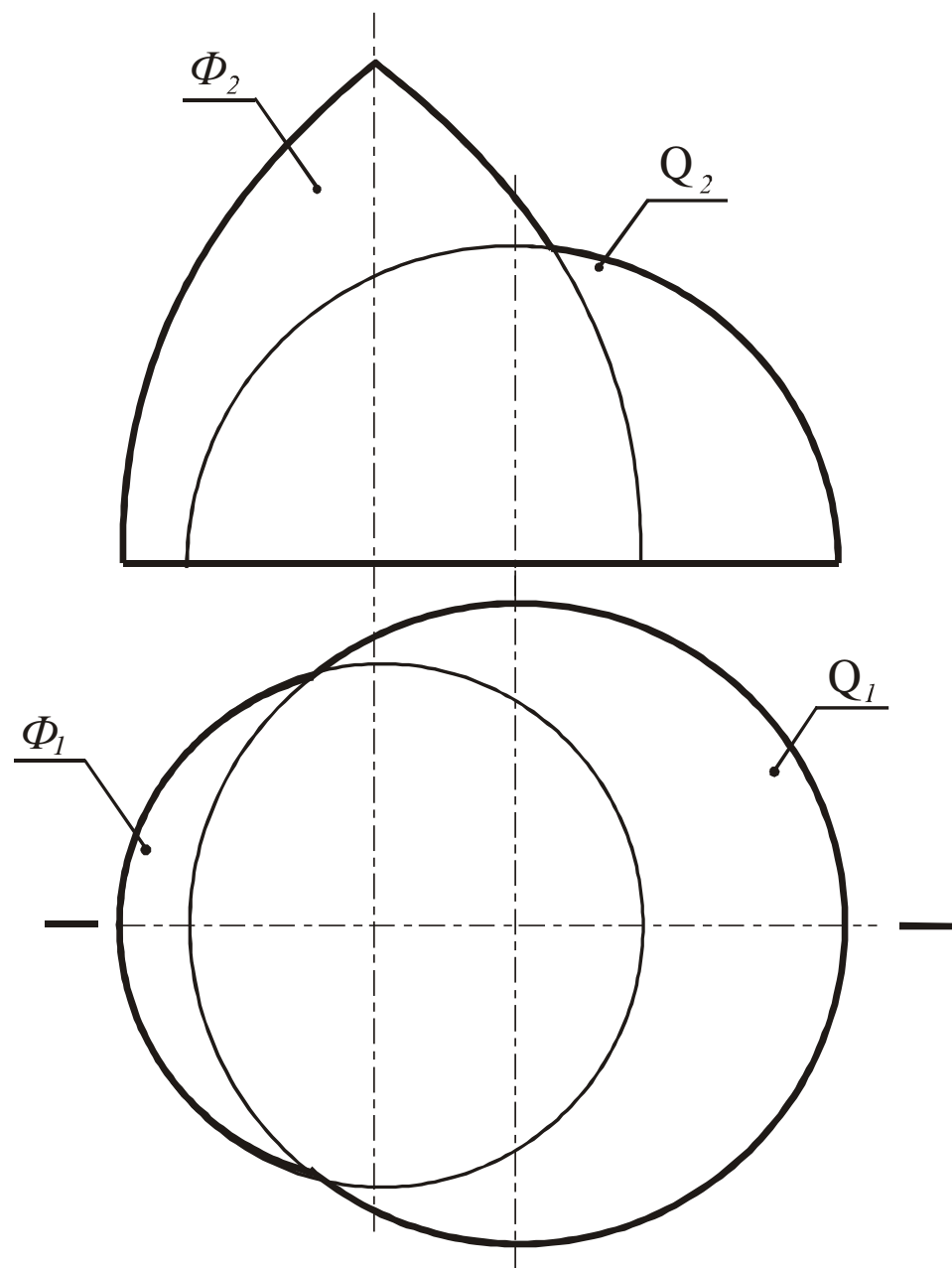


Рисунок 6.29

Задача 5

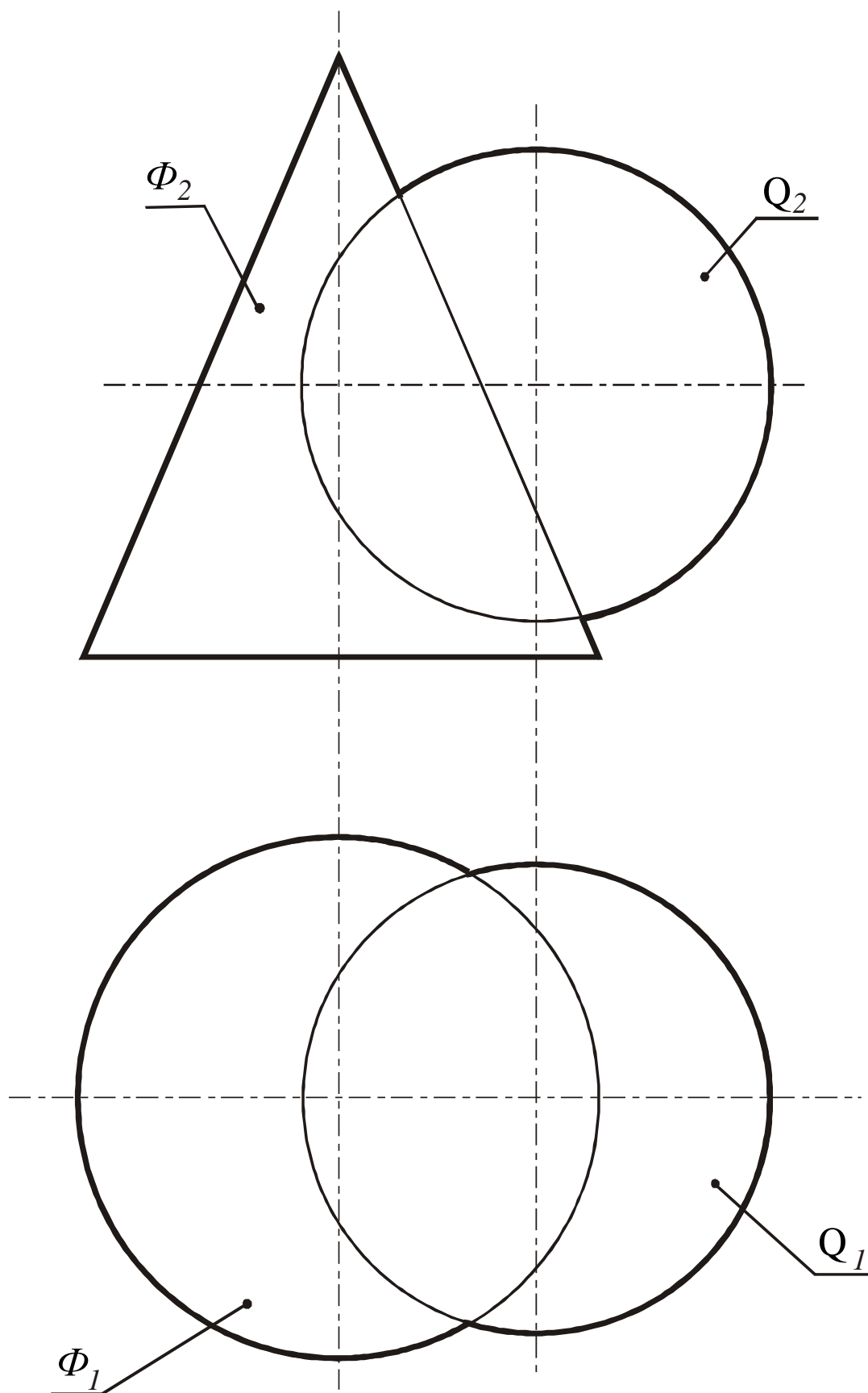


Рисунок 6.30

6.3.3 Алгоритм решения второй позиционной задачи с помощью секущих сфер

Две любые *соосные поверхности вращения* пересекаются по *окружностям* (параллелям), проходящим через точки пересечения меридианов поверхностей, рисунок 6.31.

Плоскости окружностей пересечения *перпендикулярны* оси поверхности вращения, а *центры окружностей принадлежат* этой оси.

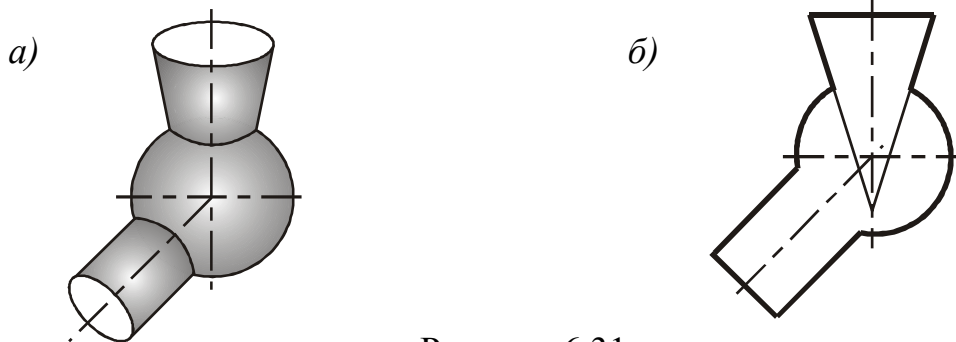


Рисунок 6.31

Если оси поверхностей вращения параллельны плоскости проекций, то на эту плоскость окружности пересечения проецируются в отрезки прямых, перпендикулярных проекциям осей вращения.

1. Если оси поверхностей *пересекаются*, то для определения линии пересечения поверхностей используют семейство *концентрических сфер*.

2. Если оси *не пересекаются*, применяют *эксцентрические* сферы.

6.3.3.1 Способ концентрических сфер

Решение задач по определению линии пересечения двух поверхностей вращения способом концентрических сфер возможен лишь в том случае, если *эти поверхности имеют общую плоскость симметрии и пересекающиеся оси*. Плоскость симметрии должна быть плоскостью уровня.

Алгоритм решения.

1. Обозначается *плоскость симметрии*, рисунки 6.32, 6.33.

2. Определяется *центр* вспомогательных секущих сфер. Он находится в точке пересечения осей данных поверхностей.

3. Определяются *радиусы минимальной* и *максимальной* вспомогательных сфер. За R_{min} принимается величина большей нормали. R_{max} равно расстоянию от центра сфер до наиболее удаленной от него опорной точки.

4. Проводится *сфера минимального радиуса*. Она будет касаться одной поверхности по окружности и пересекать вторую тоже по окружности. Точки пересечения этих окружностей будут являться точками искомой линии пересечения.

5. Для определения промежуточных точек линии пересечения из центра *проводится семейство секущих сфер*, величины радиусов которых изменяются в пределах от R_{\min} до R_{\max} ($R_{\min} \leq R \leq R_{\max}$).

6. Одноименные проекции точек *соединяются* плавной кривой линией.

7. Определяется *видимость* линий.

Задача 6

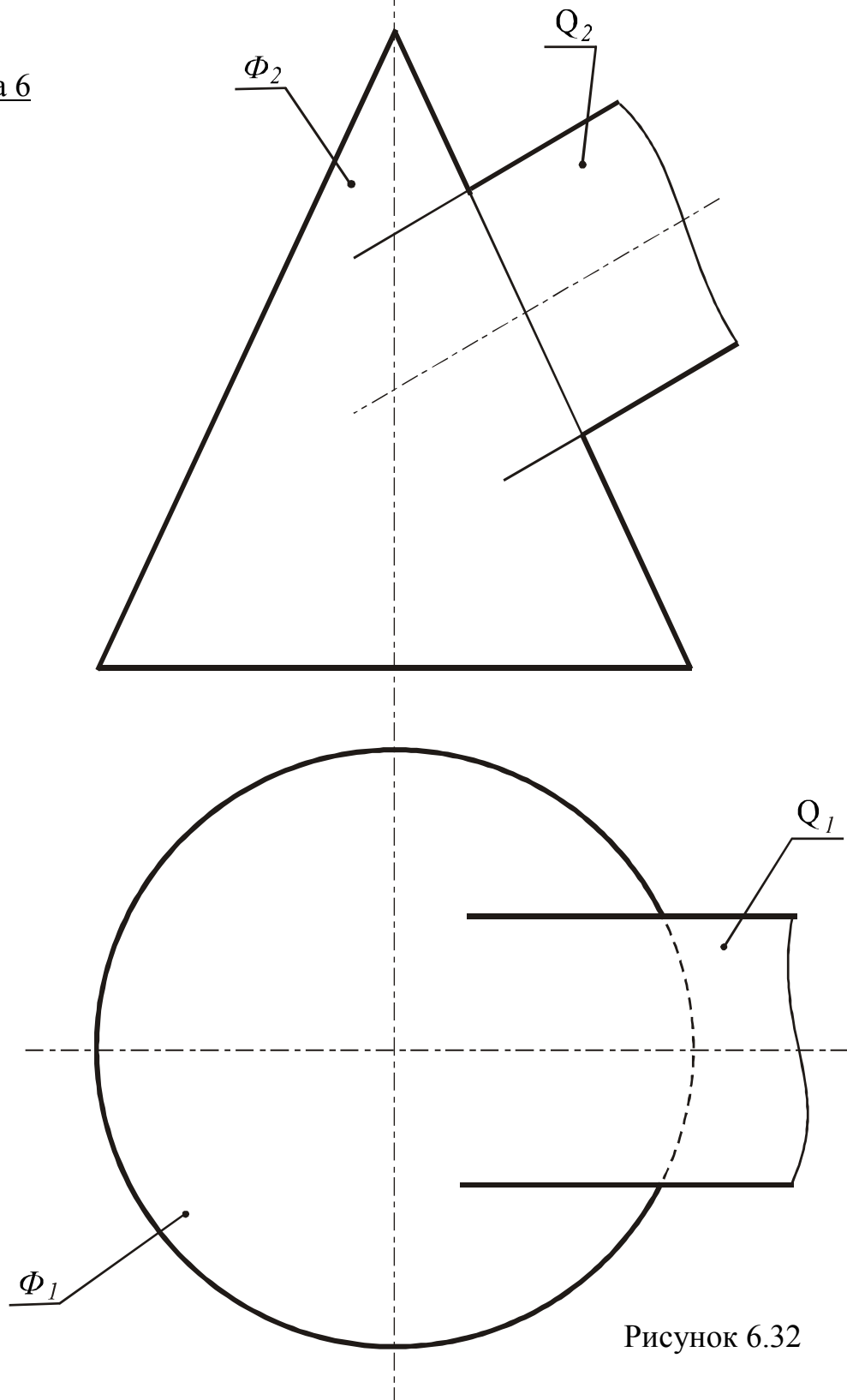


Рисунок 6.32

Задача 7

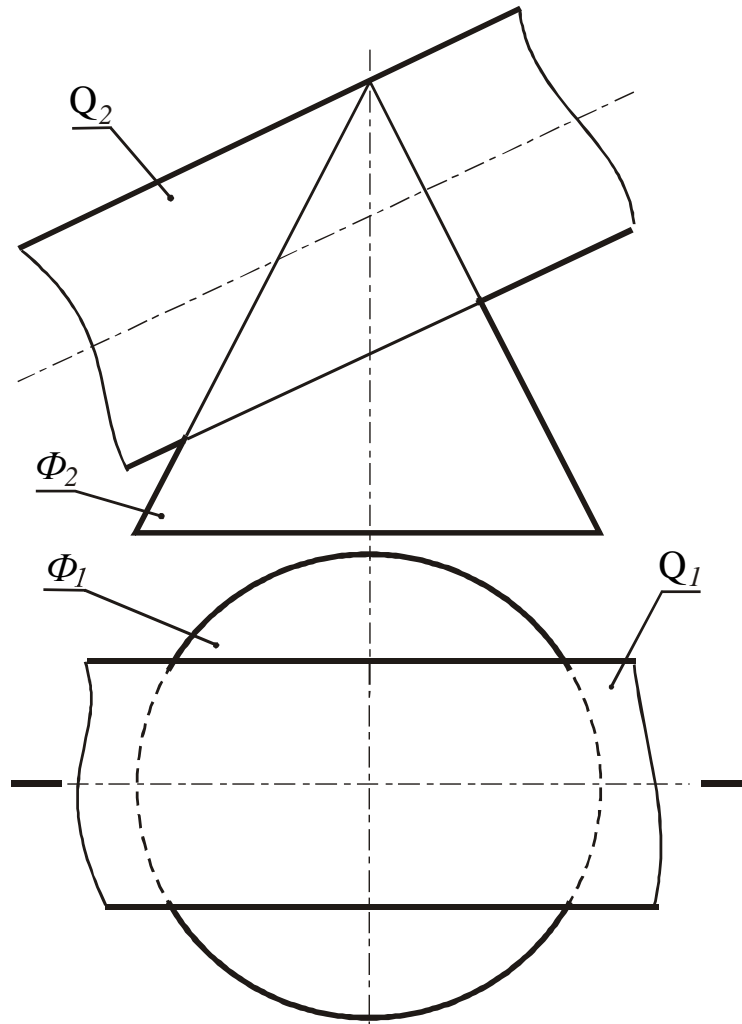


Рисунок 6.33

6.4 Некоторые частные случаи взаимного пересечения поверхностей второго порядка

Теорема Монжа. Если две поверхности второго порядка описаны около третьей поверхности второго порядка или вписаны в неё, то они *пересекаются по двум плоским кривым второго порядка*, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания, рисунок 6.34.

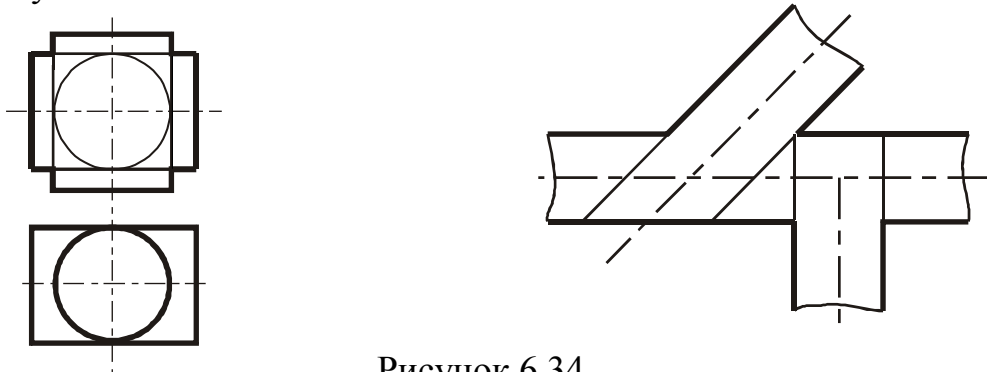


Рисунок 6.34

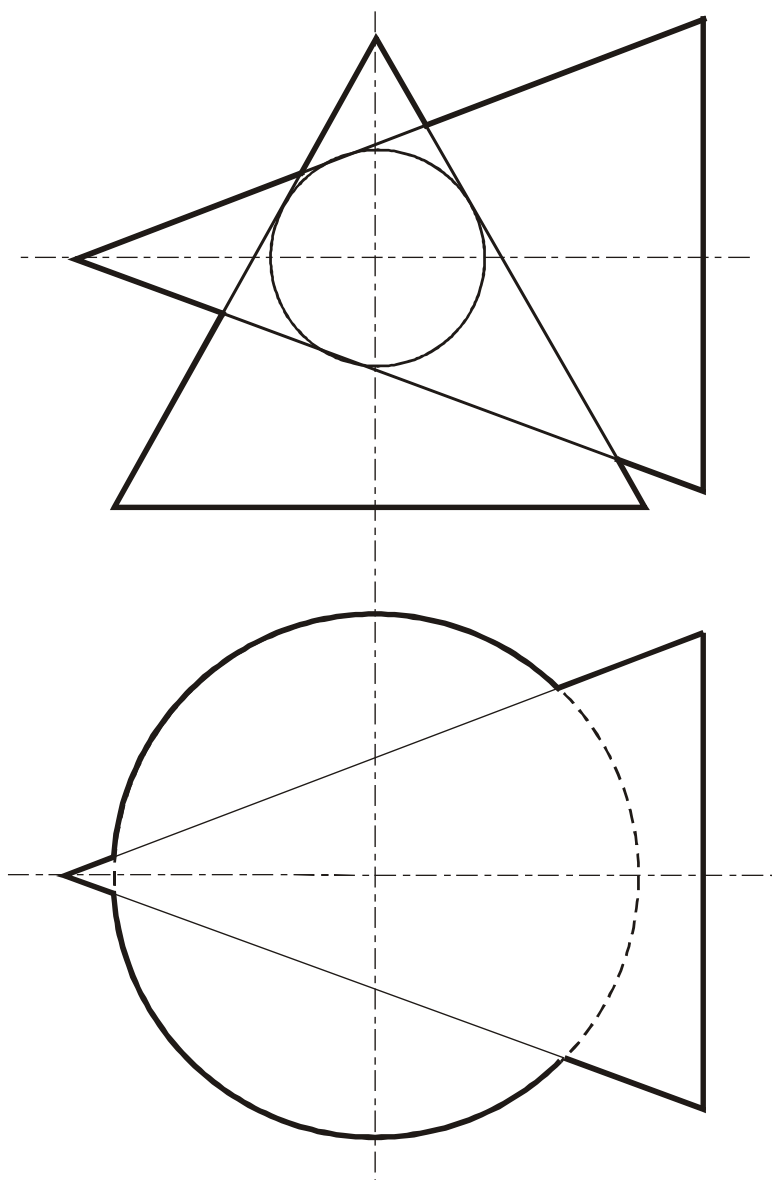


Рисунок 6.35

При пересечении двух линейчатых поверхностей могут получиться и прямые линии - общие образующие этих поверхностей, рисунок 6.36.

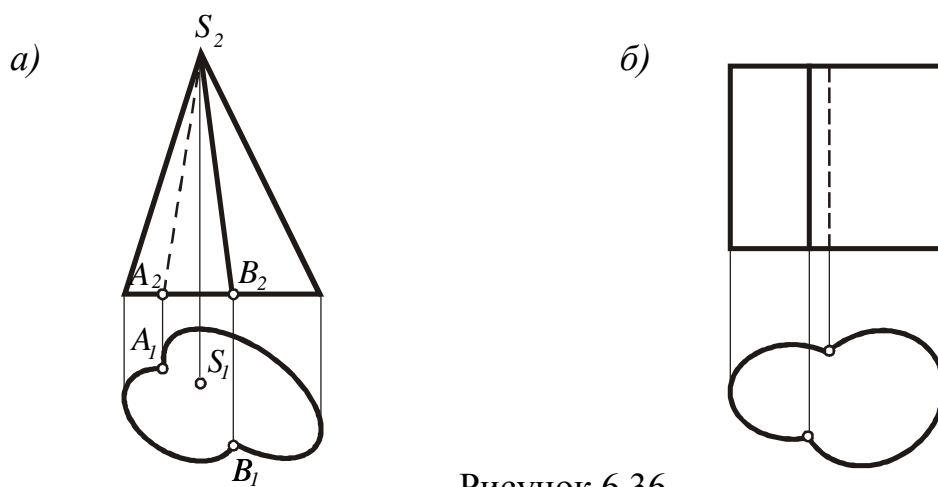


Рисунок 6.36

6.5 Касание как частный случай пересечения геометрических объектов

Касание является *предельным* (частным) случаем пересечения объектов.

I. Построение касательной к кривой, проходящей через точку, не принадлежащую кривой.

Касательная к кривой – это такая секущая линия (хорда), которая пересекает кривую в двух *совпавших* точках, рисунок 6.37.

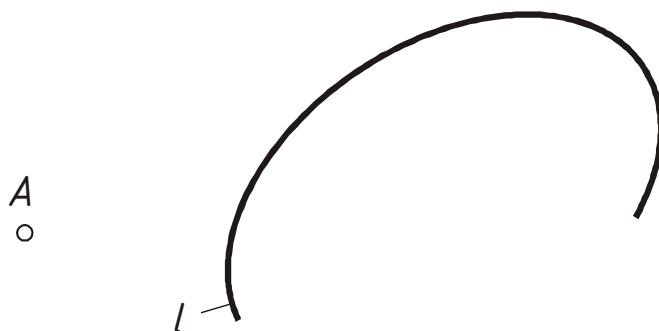


Рисунок 6.37

II. Построение касательной к кривой параллельно заданному направлению s .

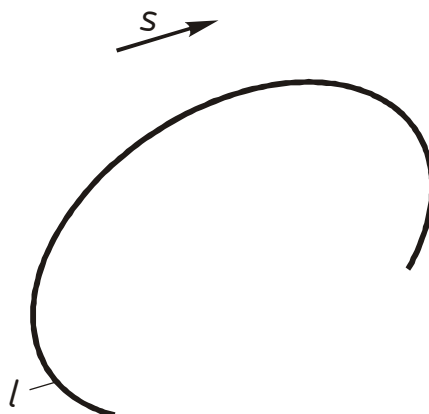


Рисунок 6.38

III. Построение прямой, касательной к поверхности

Линия касается поверхности в заданной точке, если она касается в этой точке какой-либо линии, принадлежащей данной поверхности, рисунок 6.39.

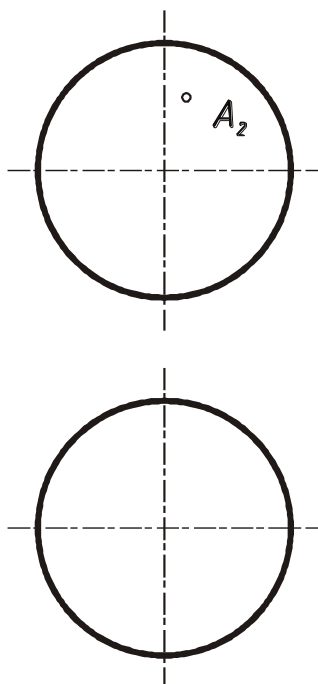


Рисунок 6.39

IV Построение плоскости, касательной к поверхности

Плоскостью, касательной к поверхности в некоторой ее точке, называют плоскость, образованную касательными, проведенными к всевозможным кривым, принадлежащим поверхности и проходящим через ту же точку, рисунок 6.40.

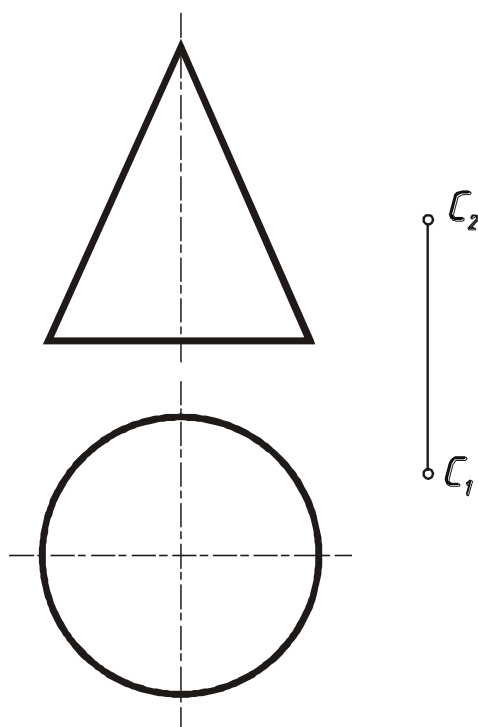


Рисунок 6.40

6.6 Тест для текущего контроля по теме «Пересечение геометрических объектов общего положения»

А. На каком чертеже целесообразно применять секущие горизонтальные плоскости уровня для построения линии пересечения поверхностей?

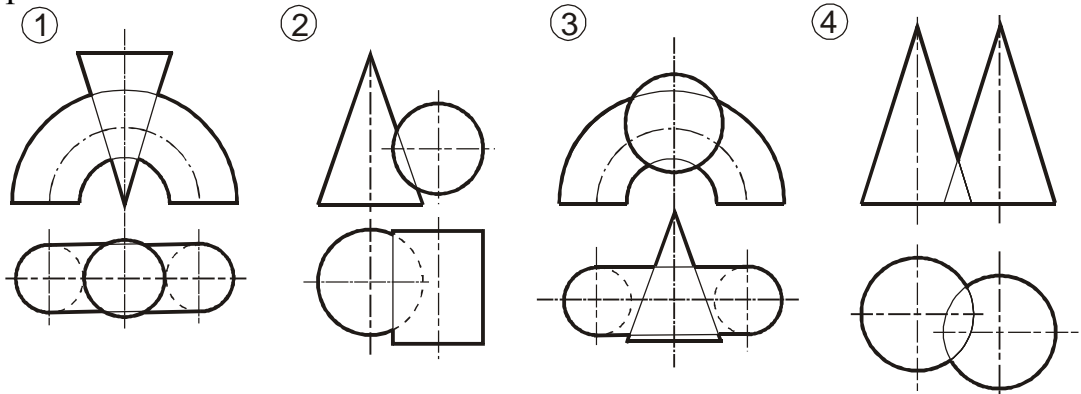


Рисунок 6.41

Б. На каком чертеже можно построить линию пересечения поверхностей только способом концентрических сфер?

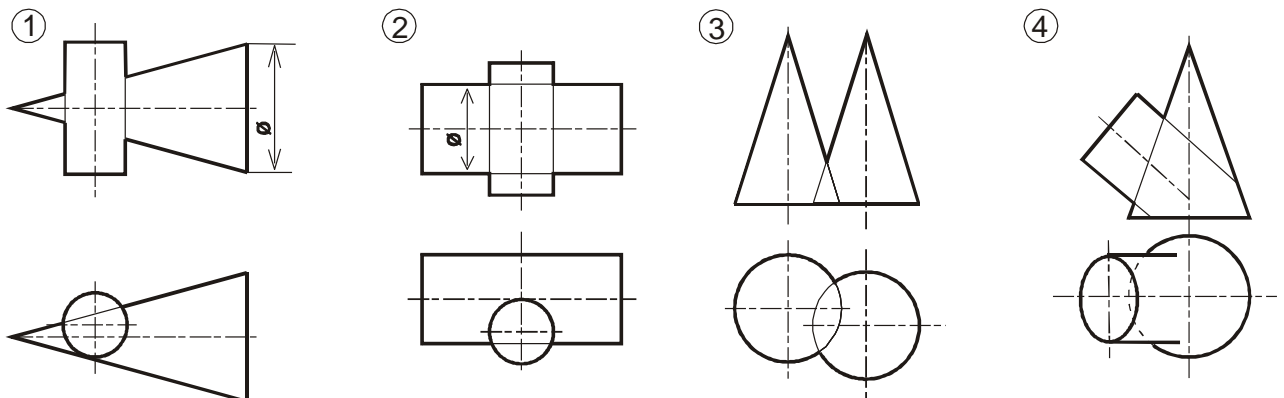
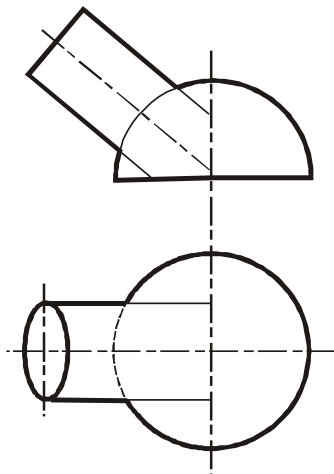


Рисунок 6.42

В. Какая линия получится при пересечении данных поверхностей?



1 - пространственная кривая

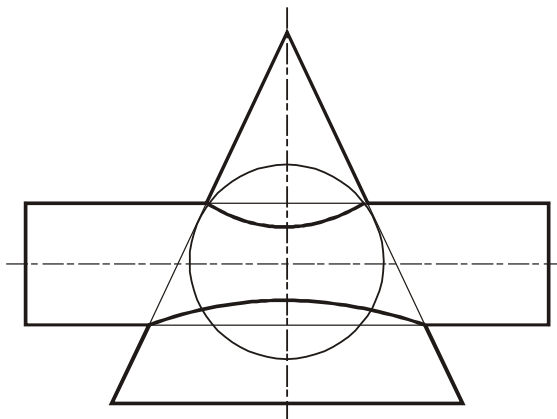
2 - эллипс

3 - окружность

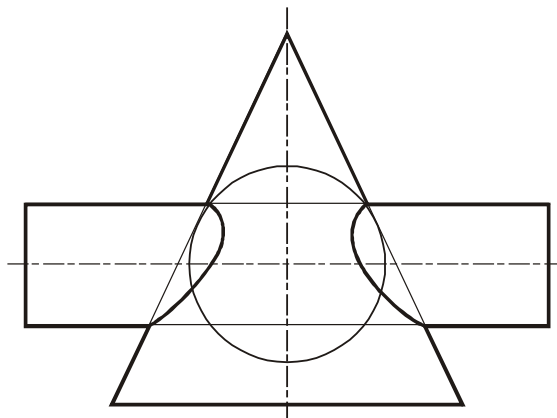
Рисунок 6.43

Г. На каком чертеже правильно отображен характер линии пересечения цилиндра и конуса вращения, если их оси расположены в одной фронтальной плоскости уровня?

①



②



③

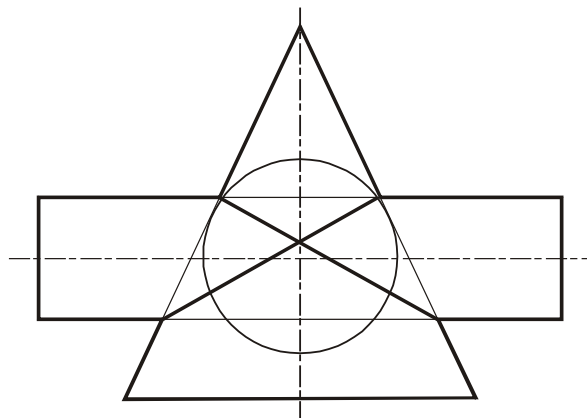


Рисунок 6.44

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г
Ответ				

6.7 Задачи

1. Указать, в каком из заданий на рисунке 6.45 при построении линий пересечения можно использовать в качестве посредников секущие плоскости.

Определить опорные точки линий пресечения поверхностей.

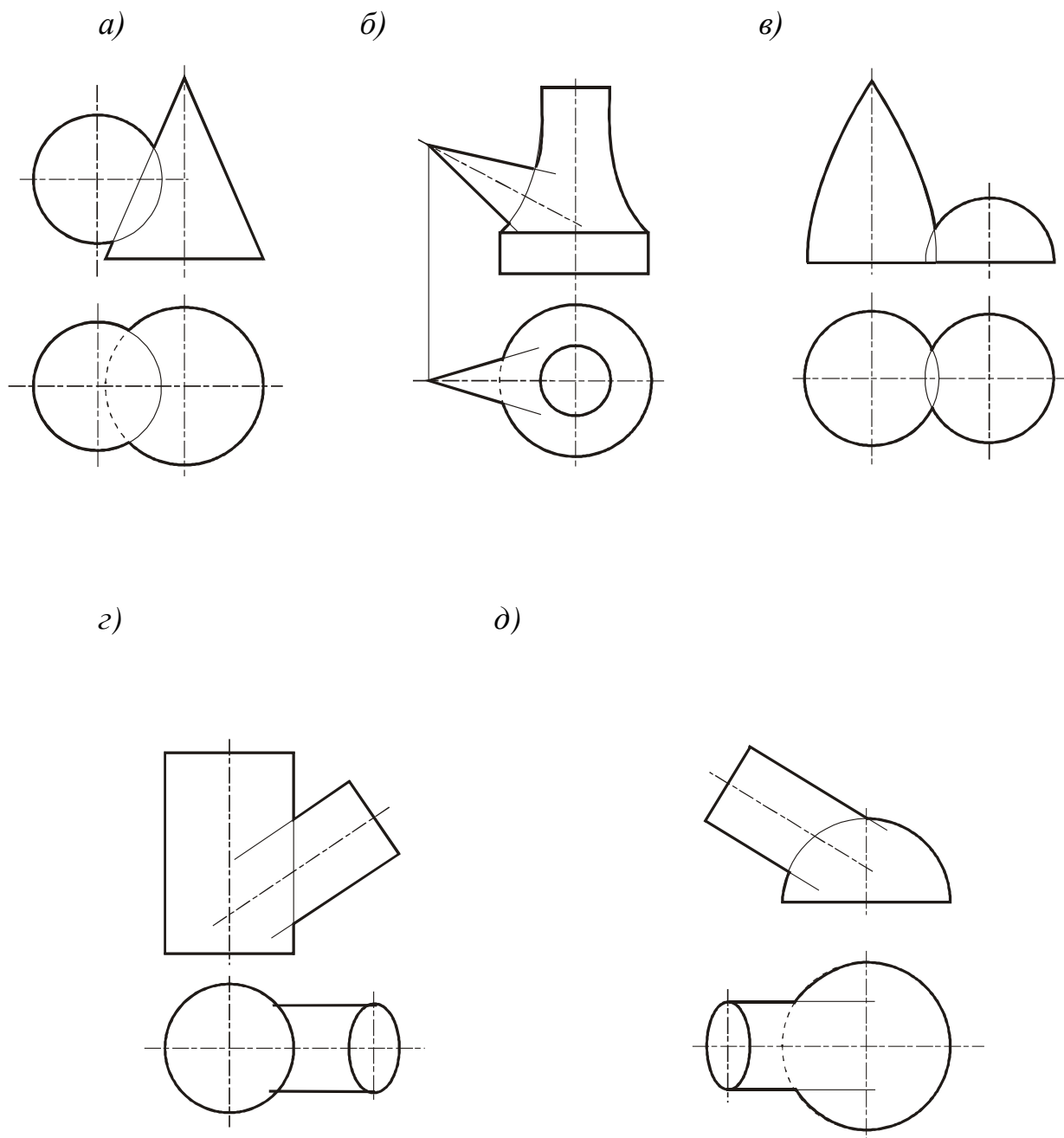
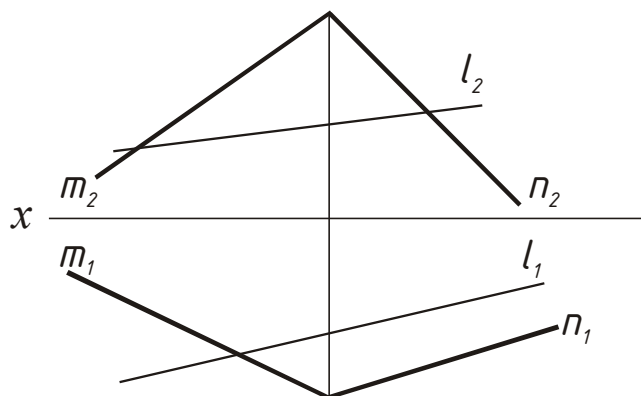


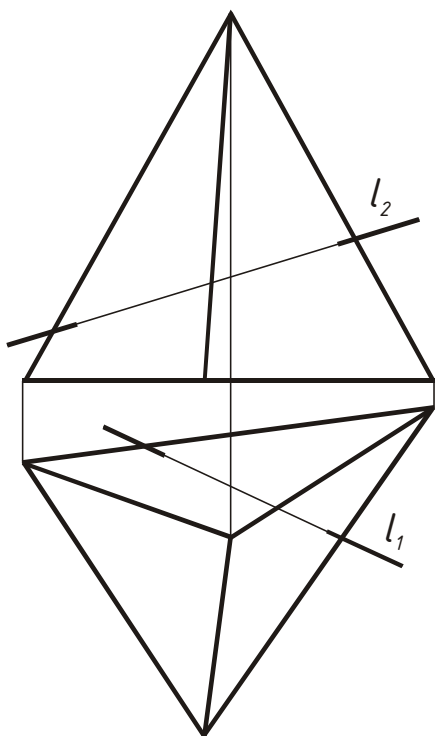
Рисунок 6.45

2. Построить проекции точек пересечения прямой l с заданными поверхностями, рисунок 6.46 а, б, в.

а)



б)



в)

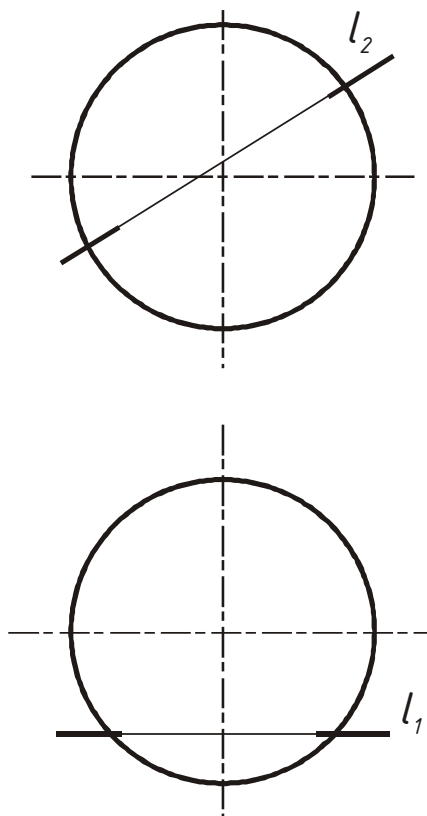
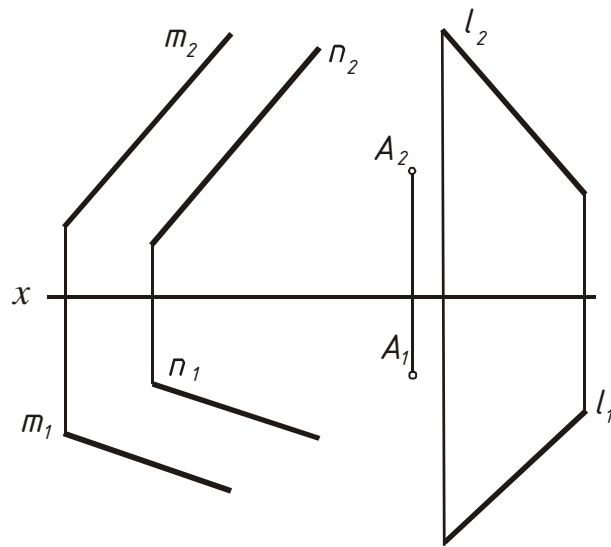


Рисунок 6.46

3. Построить проекции линий пересечения плоскостей (рисунок 6.43a) и поверхностей (рисунок 6.47б).

a)



б)

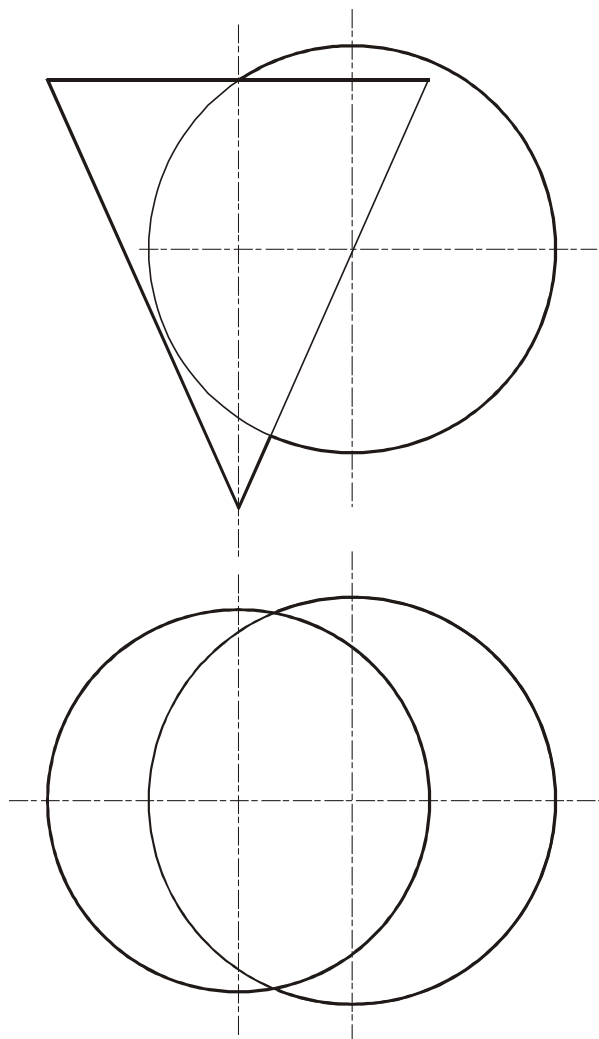


Рисунок 6.47

4. Построить проекции линии пересечения конических поверхностей, рисунок 6.48.

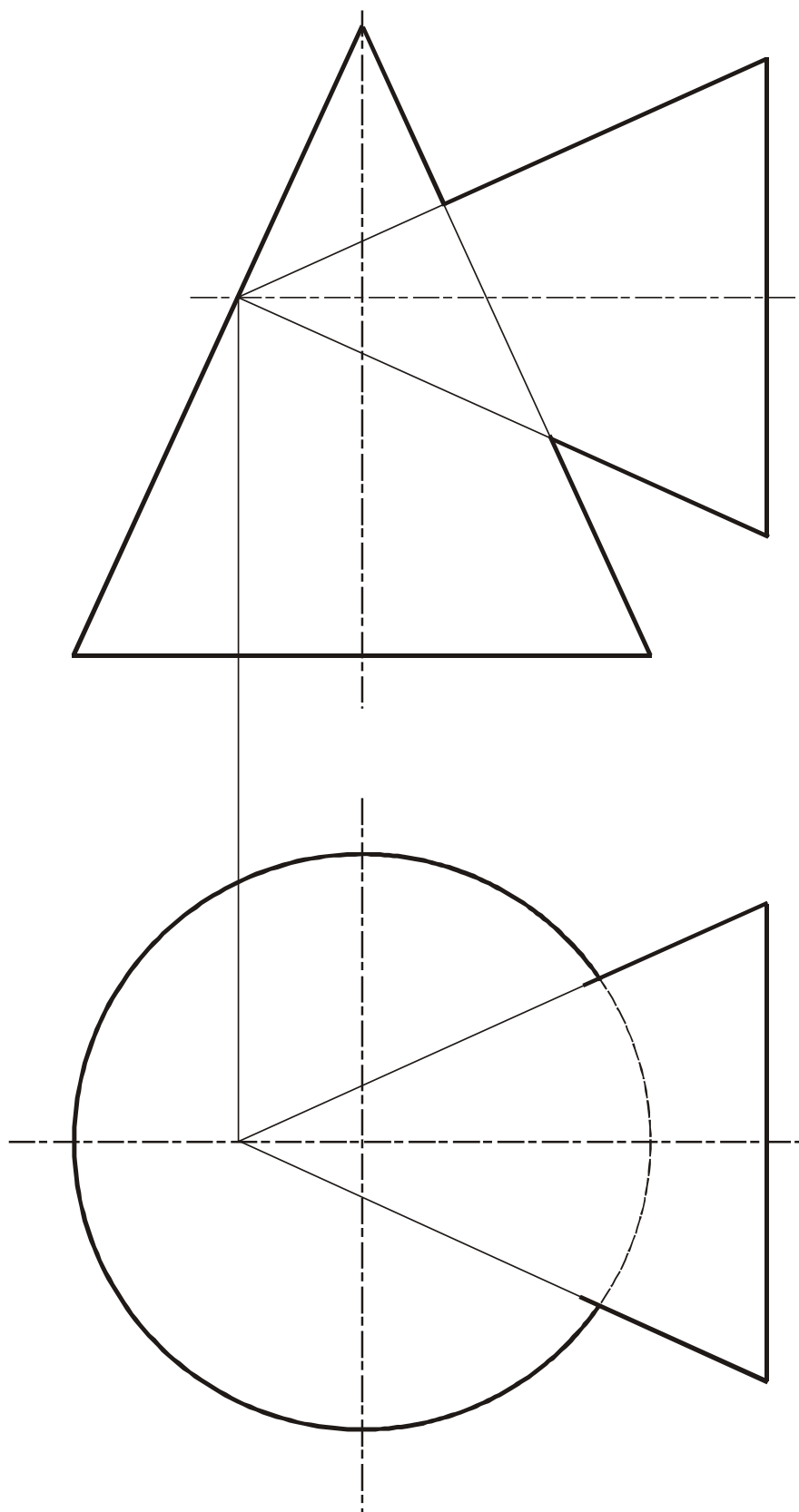
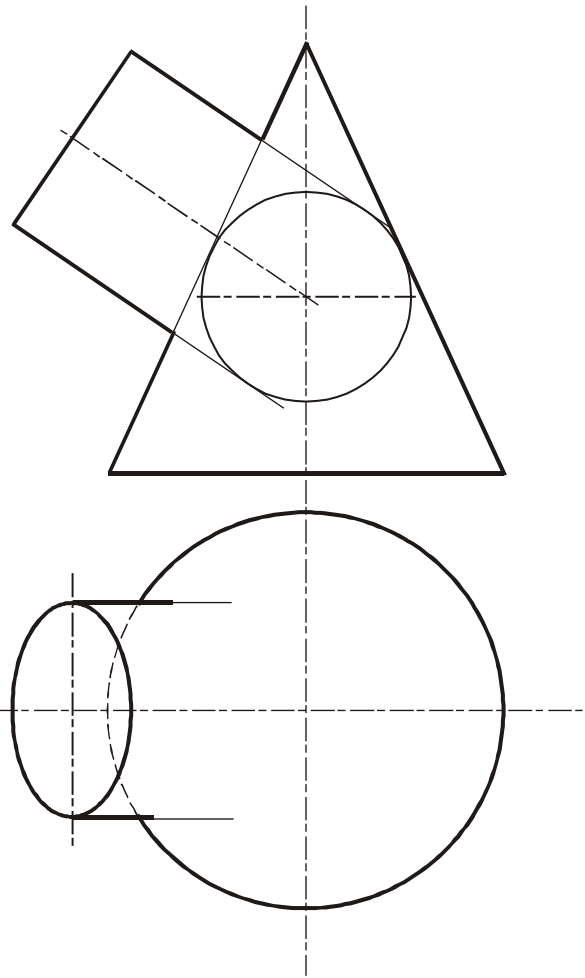


Рисунок 6.48

5. Построить проекции линии пересечения поверхностей вращения, рисунок 6.49.



6*. Построить проекции линии пересечения поверхностей вращения, рисунок 6.50.

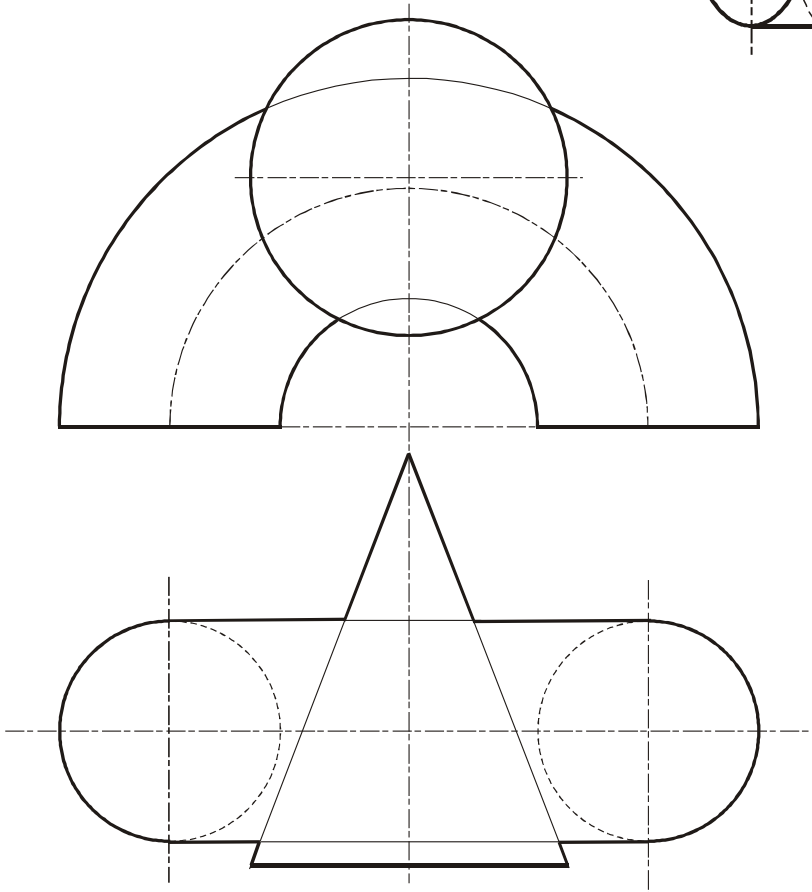


Рисунок 6.49

Рисунок 6.50

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5	6*	Σ
Баллы							

7 РАЗВЁРТЫВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

7.1 Общие понятия о развёртывании поверхностей

Развёрткой поверхности называют плоскую фигуру, полученную при совмещении развёртываемой поверхности с плоскостью. При этом поверхность рассматривают как гибкую, нерастяжимую пленку.

Поверхность Φ называется *развёртываемой* на плоскость Φ_0 , если между точками поверхности и развёртки можно установить взаимно-однозначное соответствие, при котором сохраняются длины линий, расположенных на поверхности, величины углов между линиями и площади фигур, ограниченных этими линиями.

7.1.1 Основные свойства развёртки поверхностей

1) Каждой точке поверхности соответствует единственная точка на её развёртке и наоборот ($M - M_0$), рисунок 7.1.

2) Каждой линии на поверхности соответствует линия на развёртке поверхности, причём длины линий на поверхности и развёртке равны между собой ($CD = C_0D_0$; $AB = A_0B_0$). Если линия, соединяющей две точки на поверхности кратчайшим путем, соответствует прямой линии на развёртке, то такая прямая называется *геодезической*.

3) Параллельным линиям на поверхности соответствуют параллельные линии на развёртке ($m \parallel n - m_0 \parallel n_0$).

4) Замкнутая линия на поверхности и соответствующая ей линия на развёртке ограничивают одинаковые площади. Из этого следует, что площадь развёртки равна площади самой поверхности ($F = F_0$).

5) Угол между линиями (угол между касательными к кривым линиям в точке их пересечения) на поверхности равен углу между соответствующими линиями на развёртке ($\alpha = \alpha_0$).

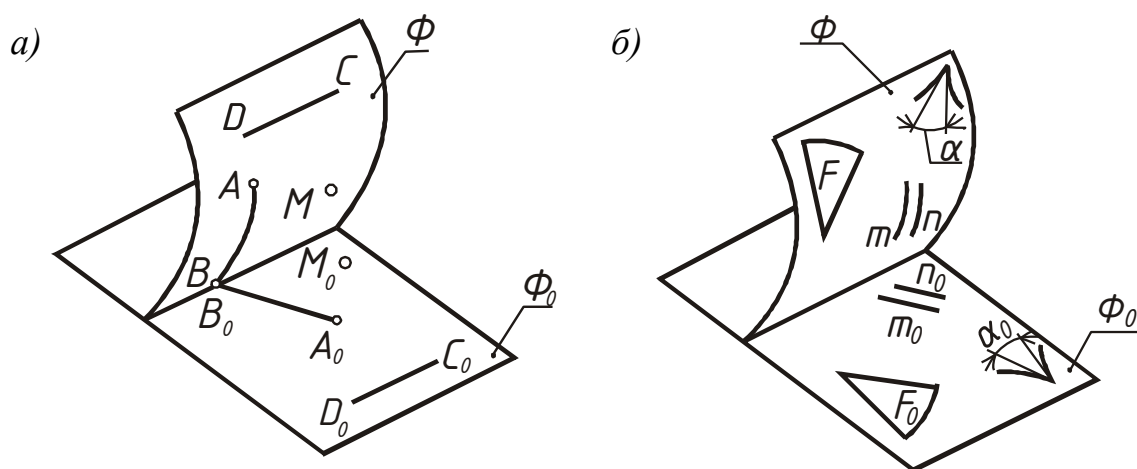


Рисунок 7.1

7.2 Развёртки прямых круговых конусов и цилиндров

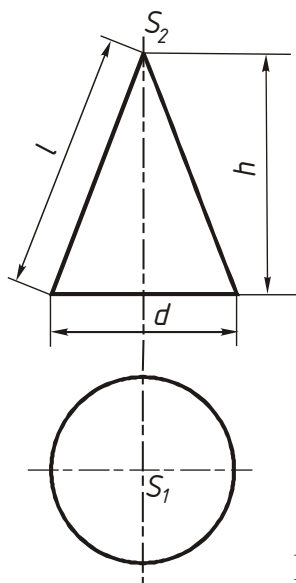


Рисунок 7.2

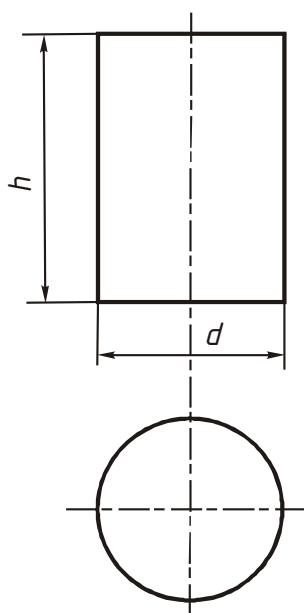


Рисунок 7.3

7.3 Способы построения развёрток

7.3.1 Способ триангуляции

Название способа произошло от лат. “**triangulum**” - треугольник.

Алгоритм решения задачи на построение развёртки конической поверхности способом триангуляции включает в себя этап аппроксимации конической поверхности пирамидальной и заключается в следующем.

1. В данную поверхность *вписывается* пирамидальная поверхность.
2. Определяются *натуральные величины* всех ребер пирамидальной поверхности.

3. На свободном поле чертежа с помощью циркуля *строятся* примыкающие друг к другу *треугольники* с общей вершиной S_0 , стороны которых являются ребрами вписанной пирамиды в натуральную величину.

4. Точки *соединяются* плавной кривой, рисунок 7.4.

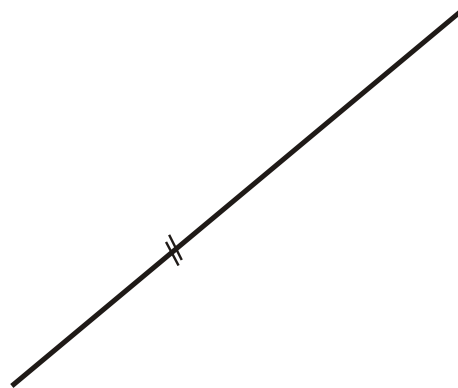
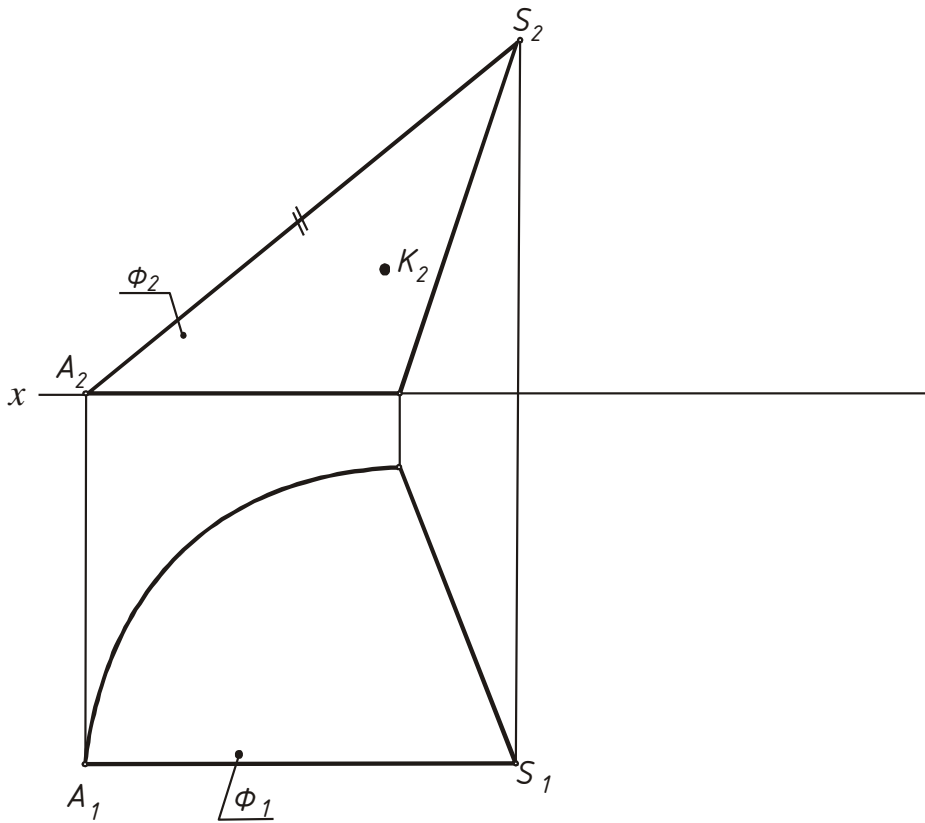


Рисунок 7.4

7.3.2 Способ нормального сечения

Алгоритм решения задачи на построение развёртки призматической поверхности способом нормального сечения заключается в следующем:

1. *Задается секущая плоскость $\Sigma(\Sigma_2)$, перпендикулярная образующим (ребрам) призматической поверхности Φ , рисунок 7.5.*
2. *Строится фигура сечения.*
3. *Определяется натуральная величина фигуры, полученной в сечении, любым способом преобразования.*
4. *Натуральная величина линии нормального сечения разворачивается на свободном поле чертежа в прямую линию.*
5. *Строятся образующие (рёбра) поверхности в натуральную величину перпендикулярно к развернутой линии нормального сечения.*
6. *Концы образующих соединяются отрезками прямых.*

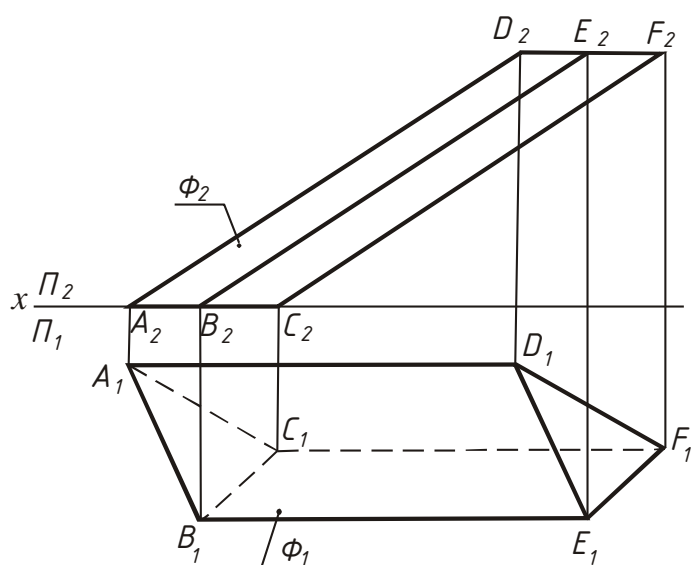


Рисунок 7.5

7.4 Условные развёртки неразвёртываемых поверхностей

Построение условных развёрток выполняют в такой последовательности:

1) Исходя из требуемой точности развёртки, данную поверхность Φ разрезают на несколько равных или примерно равных отсеков – Φ_i , рисунок 7.6.

2) Выполняют приближенные развёртки отсеков поверхностей Φ_{i0} , аппроксимируя их отсеками развёртываемых поверхностей, рисунки 7.7 - 7.8.

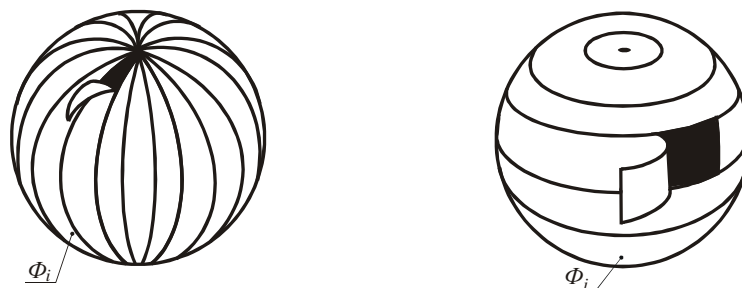


Рисунок 7.6

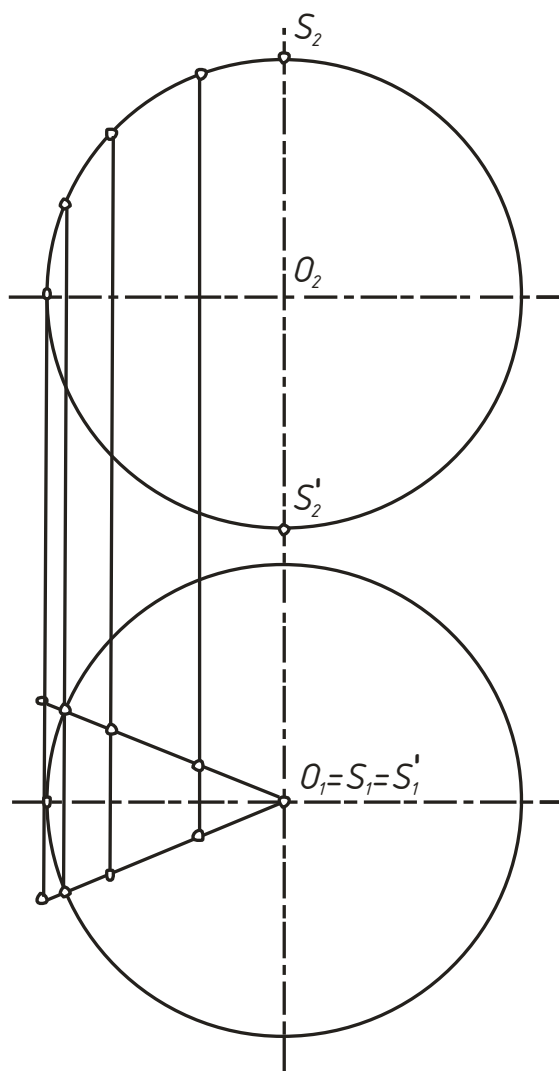


Рисунок 7.7

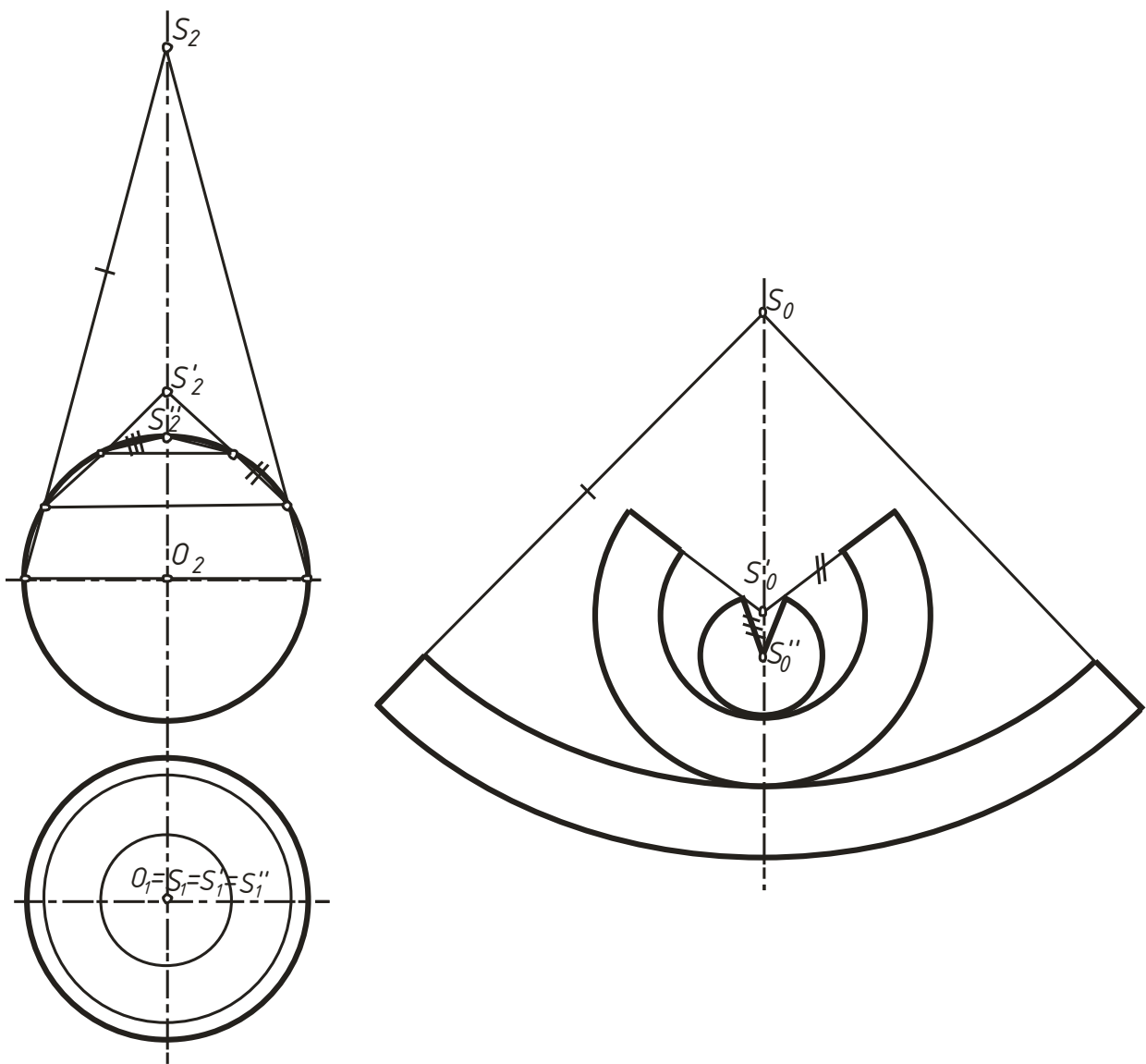


Рисунок 7.8

Выводы:

- между точками поверхности и развертки существует взаимно-однозначное соответствие;
- развертки могут быть точными, приближенными и условными.

7.5 Тест для текущего контроля по теме «Развертывание поверхностей»

А. На каких чертежах изображены развертываемые поверхности?

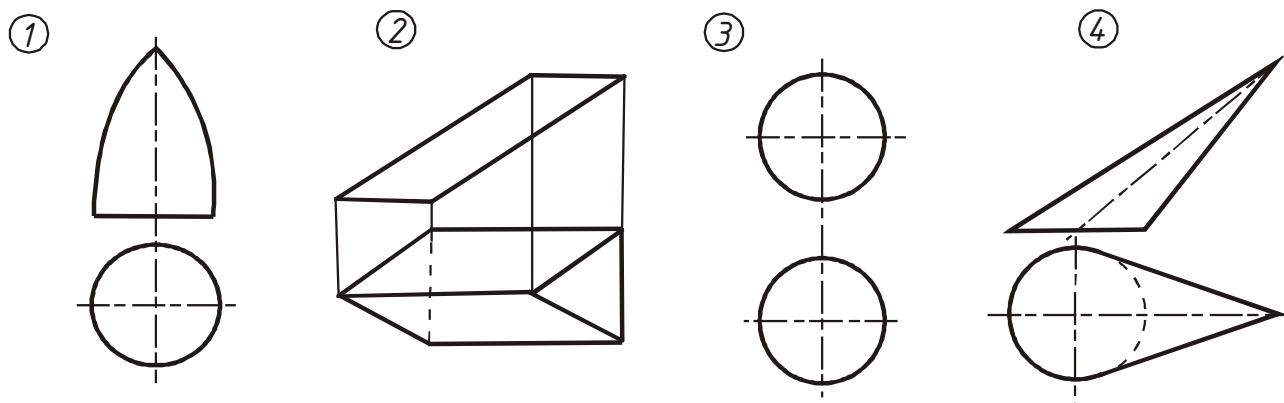


Рисунок 7.9

Б. На каком чертеже правильно построена развертка пирамиды $ABCS$?

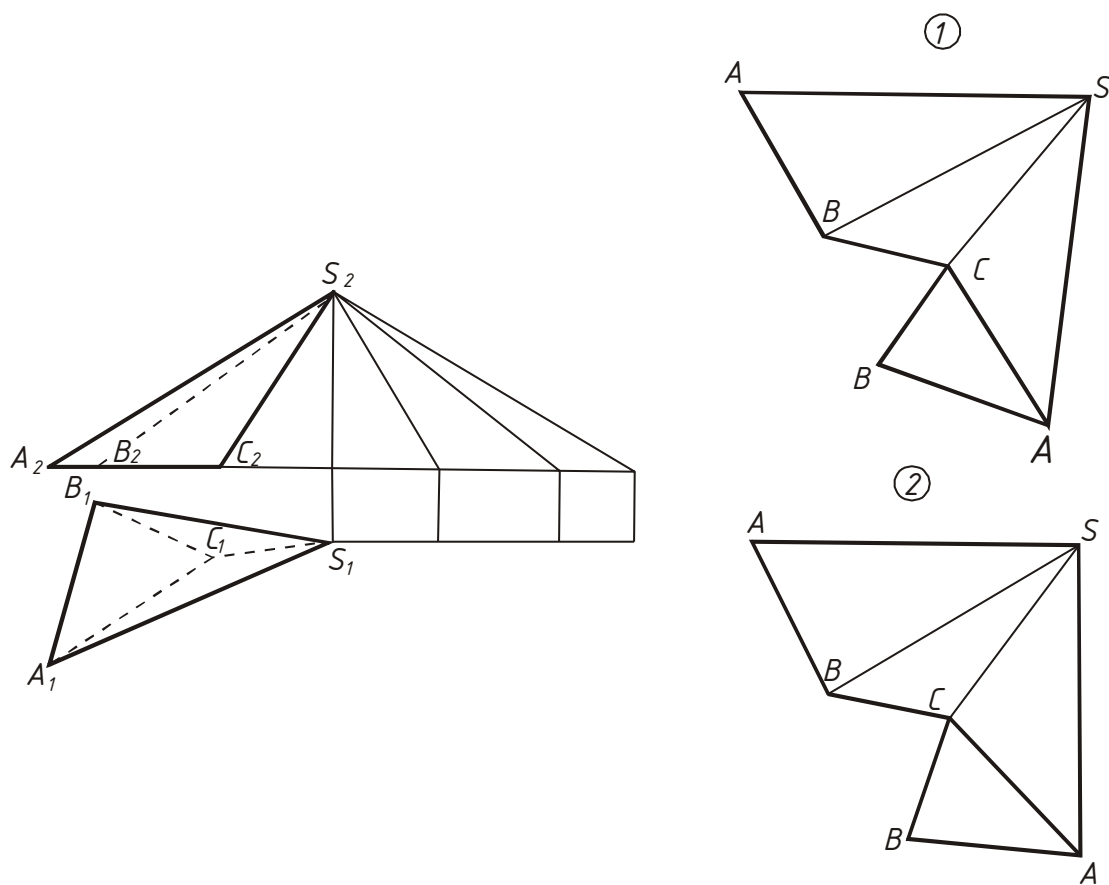


Рисунок 7.10

В. Для каких поверхностей при построении развертки целесообразно применить способ нормального сечения?

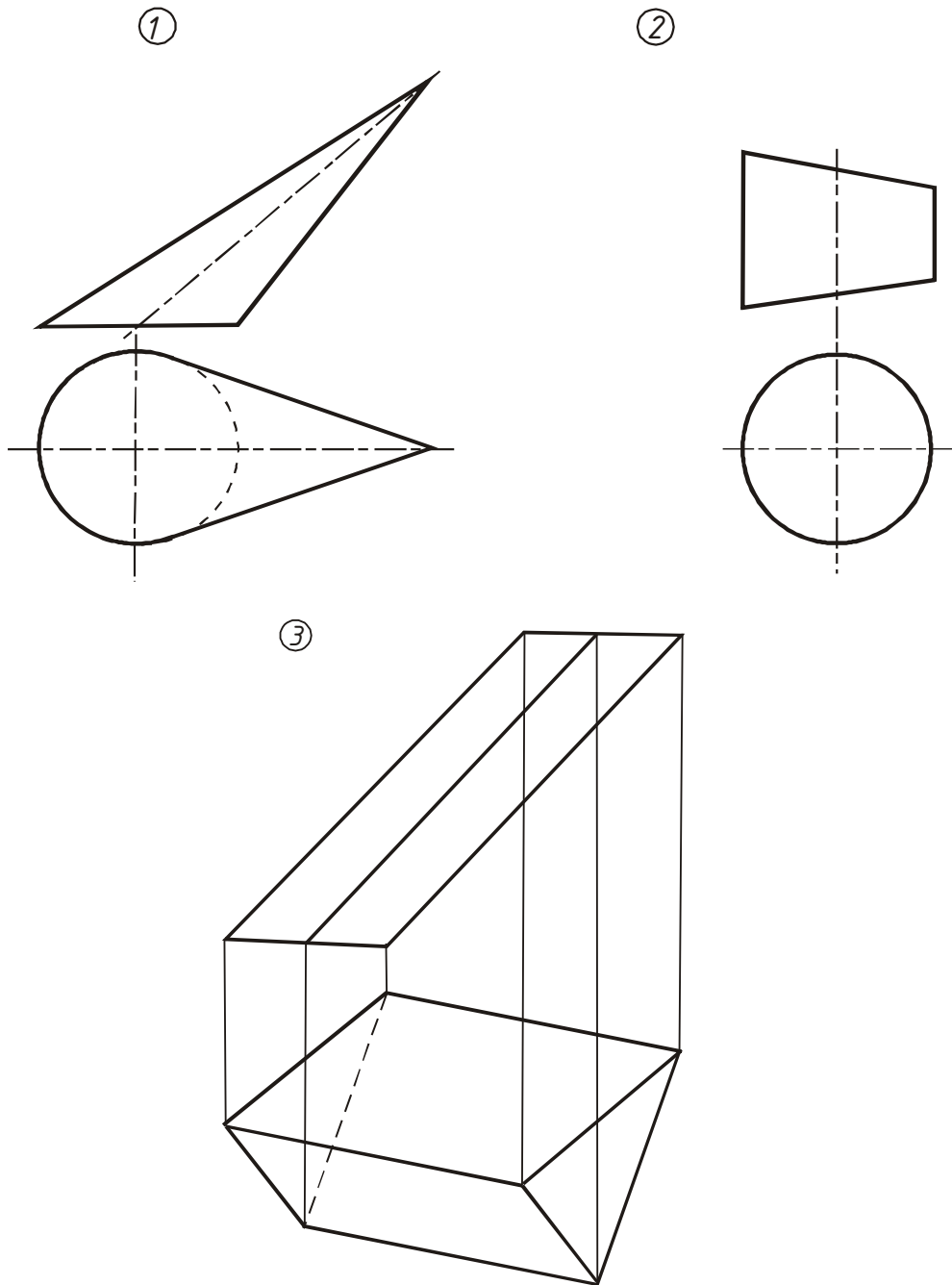


Рисунок 7.11

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В
Ответ			

7.6 Задачи

1. Определить кратчайшее расстояние по поверхности между точками A и B , принадлежащими поверхности, рисунок 7.12.

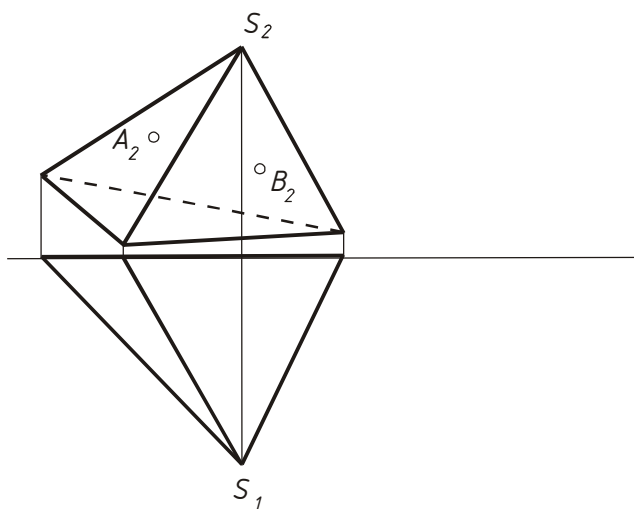


Рисунок 7.12

2. Построить развертку цилиндрической поверхности, изображенной на рисунке 7.13.

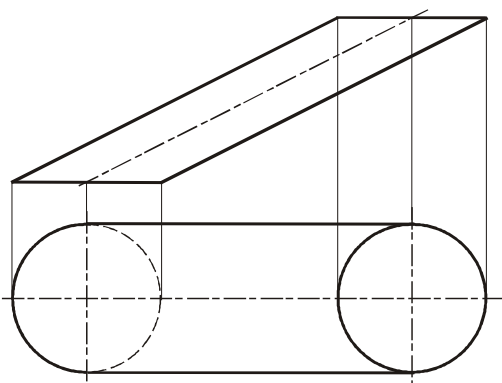


Рисунок 7.13

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	Σ
Баллы			

8 ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

Сущность метода проекций с числовыми отметками заключается в том, что все точки предмета проецируют под прямым углом (ортогонально) на одну горизонтально расположенную плоскость проекций – *плоскость нулевого уровня* (Π_0).

Под *отметкой* понимают число единиц высоты, определяющих расстояние от точки до плоскости нулевого уровня, рисунок 8.1.

8.1 Проекция точки

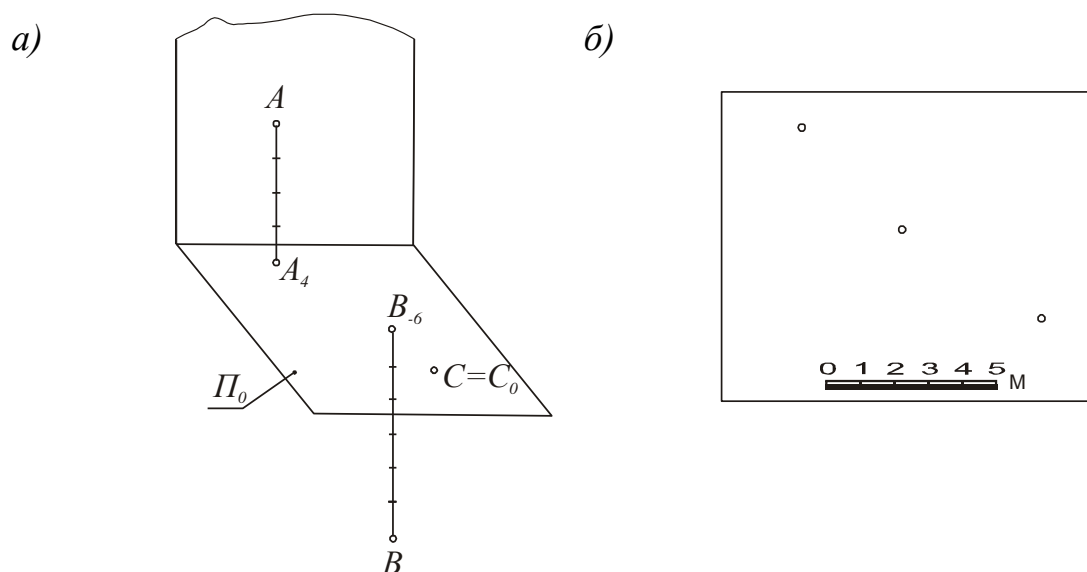


Рисунок 8.1

8.2 Проекция прямой

Длина горизонтальной проекции отрезка AB (L) называется *заложением* прямой, рисунок 8.2.

Углом наклона прямой называется острый угол (α) между прямой и ее проекцией на плоскость нулевого уровня.

Разность отметок концов отрезка $\Delta h = (h_B - h_A)$ называется *превышением* отрезка прямой AB .

Отношение превышения прямой к ее заложению называется *уклоном* прямой (i).

$$i = \frac{h_B - h_A}{L}$$

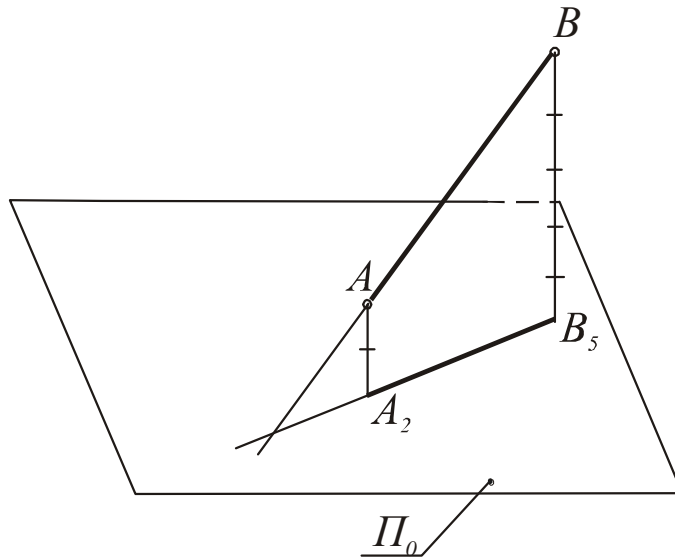


Рисунок 8.2

Если $h_B - h_C = l$, то заложение называется **интервалом** прямой (l), т.е., интервал-длина заложения,приходящаяся на единицу превышения, рисунок 8.3.

$$l = \frac{L}{h_B - h_C}$$

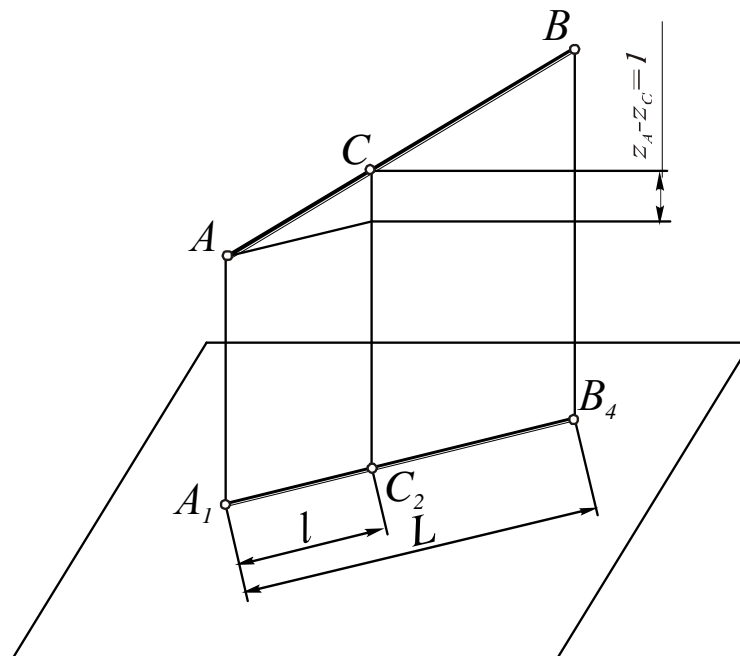


Рисунок 8.3

Прямая задается, рисунок 8.4:

1. Проекциями двух точек с числовыми отметками;
2. Проекцией прямой, отметкой одной из ее точек, направлением и уклоном прямой.

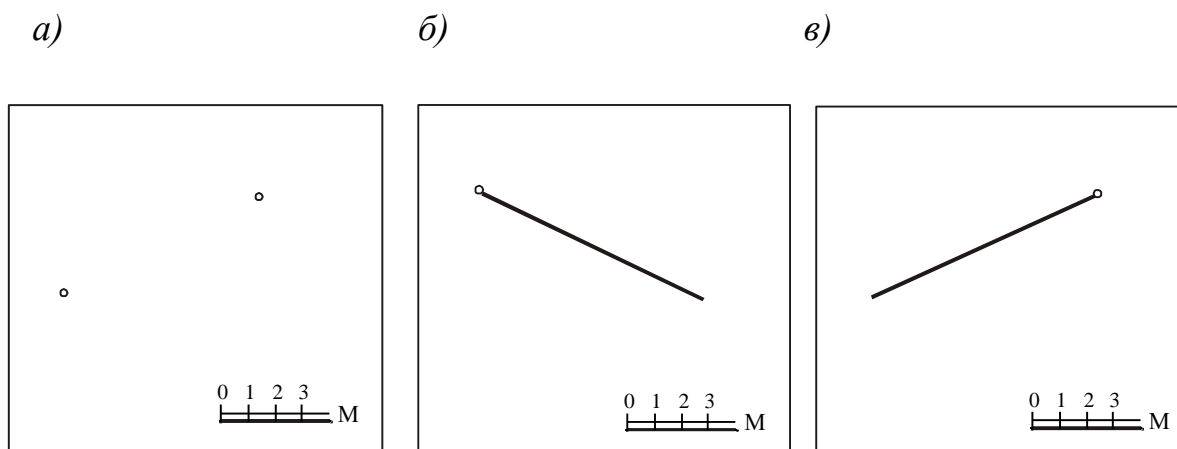


Рисунок 8.4

Градуированием прямой называется определение на ее горизонтальной проекции точек с целыми числовыми отметками, разность между которыми равна единице.

1 вариант (с целыми отметками), рисунок 8.5.

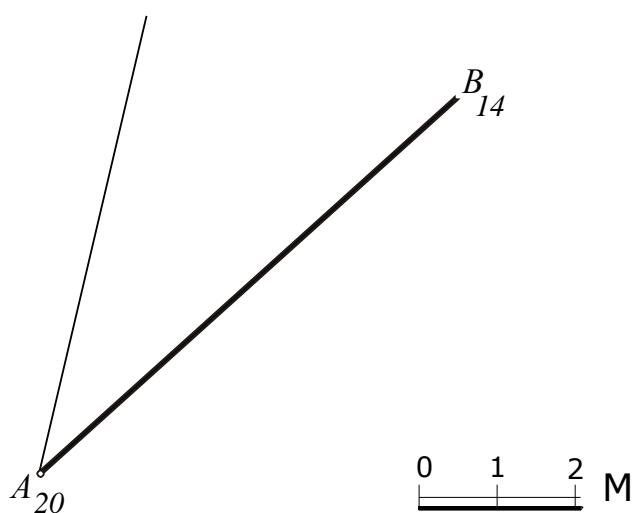


Рисунок 8.5

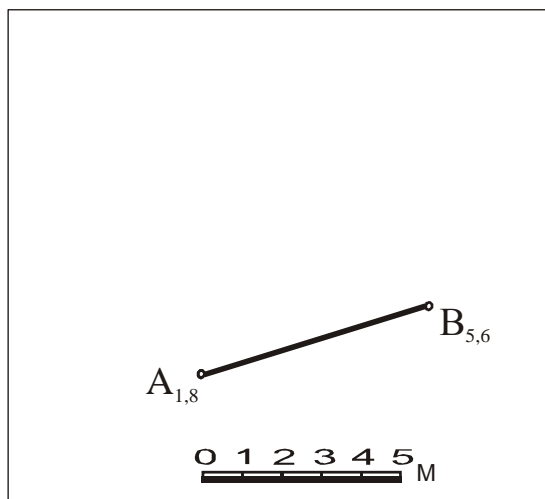
2 вариант (с дробными отметками), рисунок 8.6.

Сначала определяют натуральную величину отрезка.

1. Из точек $A_{1,8}$ и $B_{5,6}$ восстанавливают *перпендикуляры* к проекции прямой.

2. На перпендикулярах *откладывают отрезки*, равные соответственно 1,8 и 5,6 единицам длины.

3. Полученный отрезок AB и будет соответствовать *натуральной величине* заданного отрезка.



Алгоритм

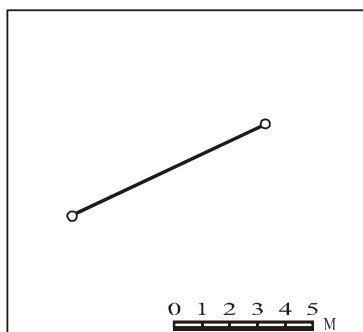
Рисунок 8.6

8.2.1 Положение прямых в пространстве

Прямая, не перпендикулярная и не параллельная плоскости проекций, называется *наклонной* прямой.

Если прямая параллельна плоскости Π_0 , то она называется горизонталью, если прямая перпендикулярна Π_0 , то она называется вертикальной, рисунок 8.7.

а)



б)

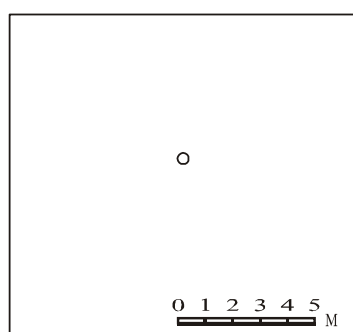


Рисунок 8.7

Если две прямые параллельны друг другу, то их *проекции параллельны*, *интервалы прямых равны*, и *отметки возрастают в одном направлении*, рисунок 8.8а.

Если прямые скрещиваются, то их проекции могут пересекаться, но точки на прямых в месте пересечения их проекций имеют *разные отметки*, рисунок 8.8б. Проекции скрещивающихся прямых могут быть параллельны, но *интервалы и углы падения у них не равны*, а если интервалы равны, то направления падения не совпадают.

Если прямые пересекаются, то их *проекции пересекаются*, а точка пересечения имеет *одну и ту же отметку* как на одной, так и на другой прямой, рисунок 8.8в.

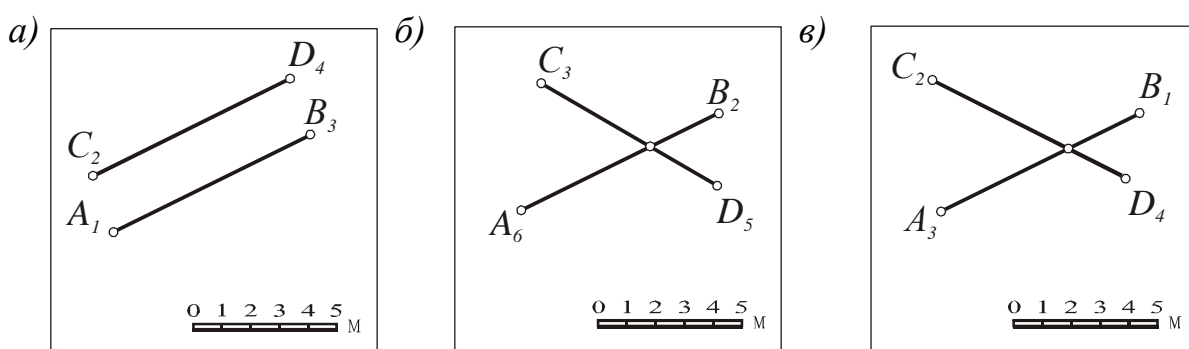


Рисунок 8.8

8.3 Проекция плоскости

Существуют различные способы задания плоскости, рисунок 8.9.

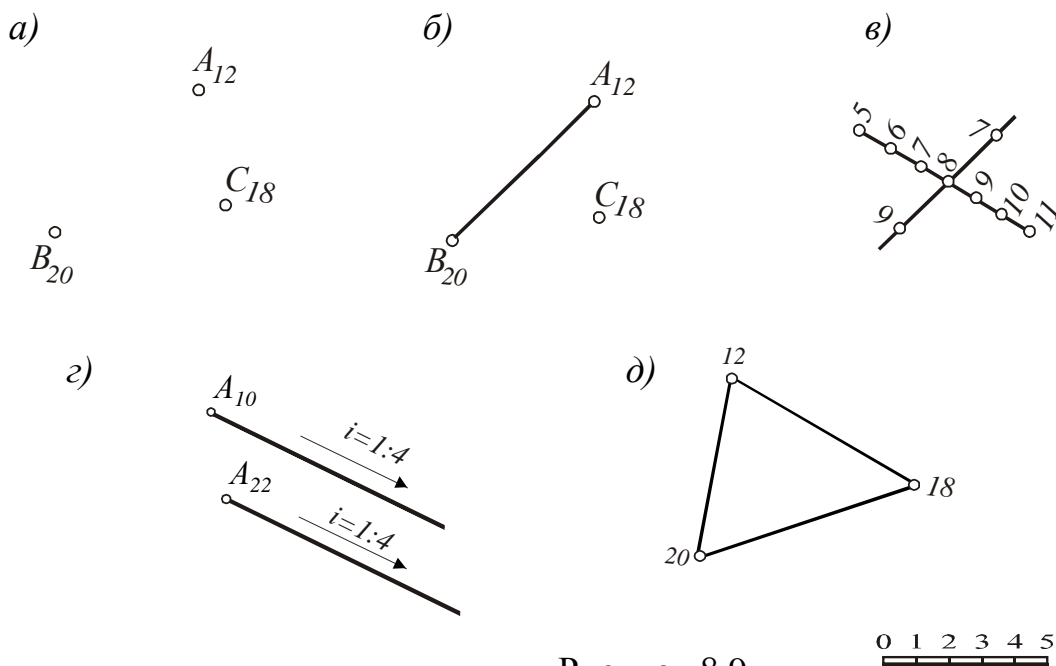


Рисунок 8.9

Масштабом уклона (падения) плоскости называется проекция линии наибольшего наклона (ската) плоскости, на которой показываются отметки точек, рисунок 8.10.

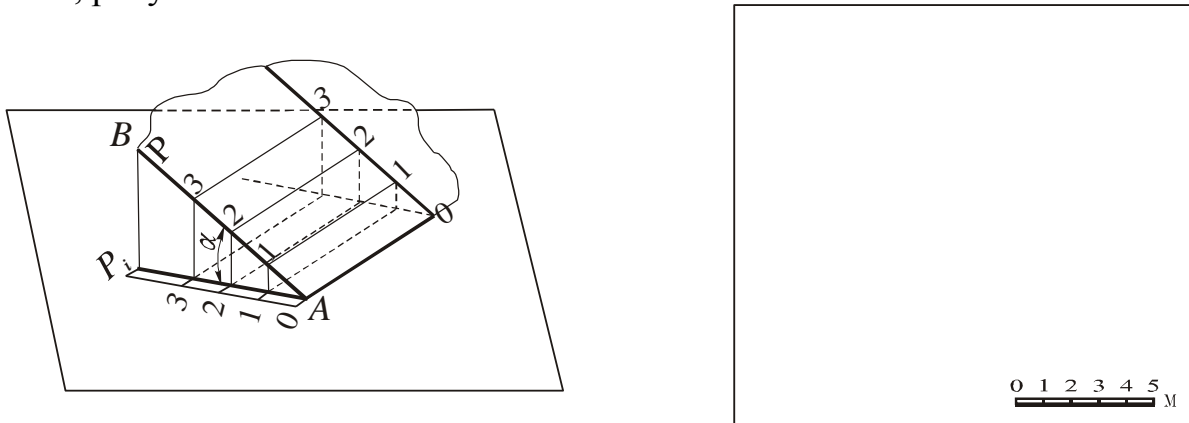


Рисунок 8.10

8.4 Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости

Если **плоскости параллельны** то: масштабы их уклонов параллельны; интервалы равны между собой; отметки этих плоскостей возрастают в одну сторону.

Задачи на пересечение:

- *плоскостей, рисунок 8.11;*
- *прямой и плоскости, рисунок 8.12.*

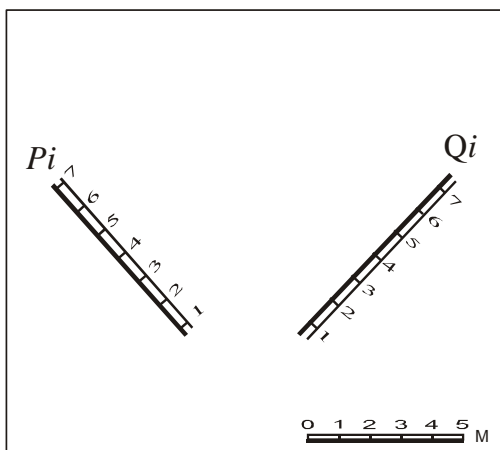


Рисунок 8.11

Алгоритм

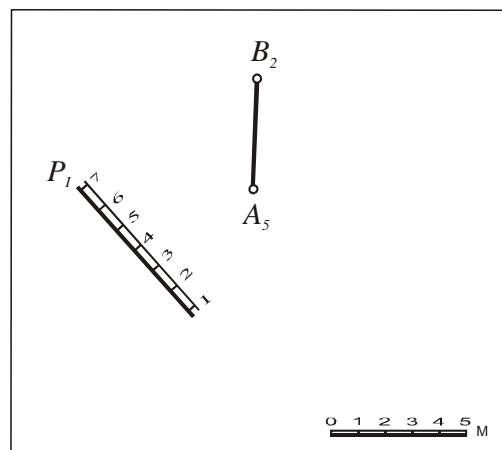


Рисунок 8.12

Алгоритм

8.5 Поверхности в проекциях с числовыми отметками

Поверхности задаются характерным линейным каркасом и числовыми отметками основных ее точек. Линиями каркаса являются горизонтали поверхности – линии сечения поверхности горизонтальными плоскостями с целыми или дробными отметками, рисунки 8.13-8.16.

Многогранная поверхность изображается вершинами с указанием числовых отметок, градуированными проекциями ребер и горизонталями граней, рисунок 8.13.

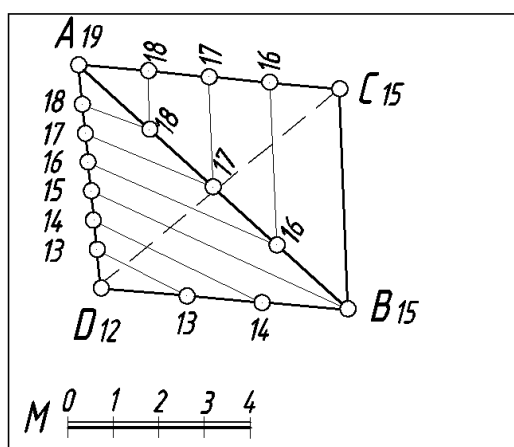


Рисунок 8.13

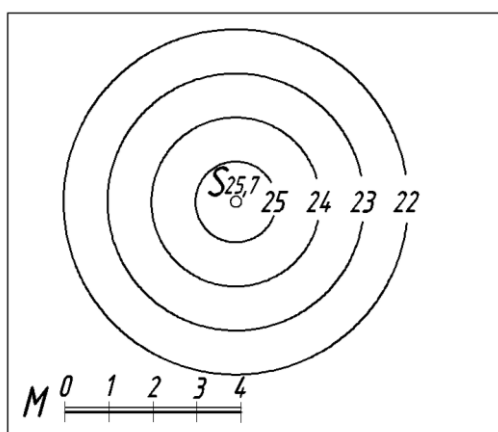


Рисунок 8.14

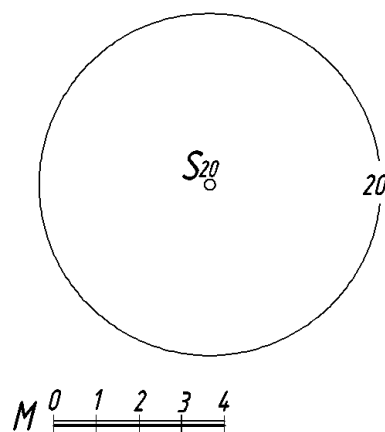


Рисунок 8.15

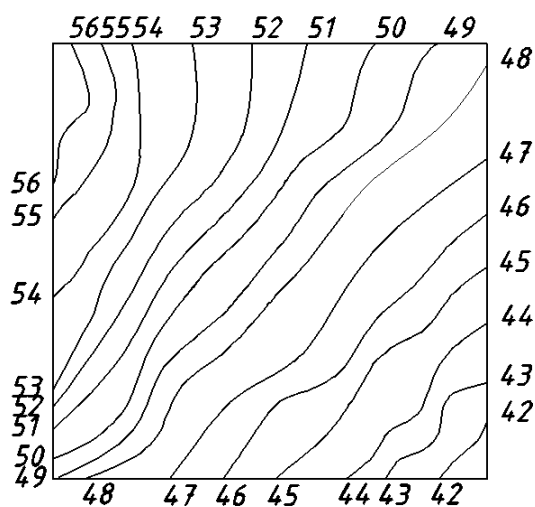
Земная поверхность называется *топографической*.

На чертежах топографическую поверхность изображают совокупностью расположенных на ней линий – *горизонталей*, по которым она пересекается горизонтальными плоскостями.

Расстояние между плоскостями, которые пересекают топографическую поверхность, называется *высотой сечения горизонталей*.

Отметки горизонталей наносятся вдоль рамки чертежа местности у соответствующей горизонтали, или в разрыве горизонтали, рисунок 8.16.

а)



б)

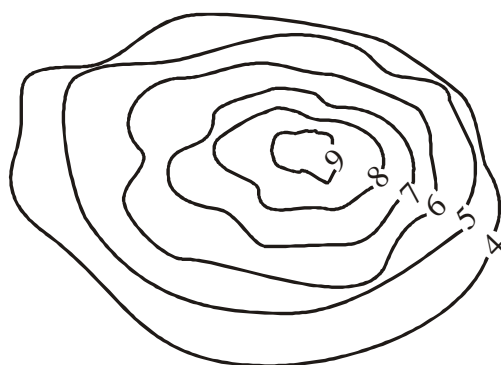


Рисунок 8.16

8.6 Пересечение топографической поверхности с плоскостью

Алгоритм построения пересечения плоскости откоса с поверхностью земли.

1. Через точки с целыми отметками на масштабе уклона Pi , которым задана плоскость откоса, проводят проекции горизонталей плоскости под углом 90° к нему, рисунок 8.17.

2. Находят точки пересечения построенных проекций горизонталей плоскости с одноименными проекциями горизонталей поверхности, которыми она задана.

3. Соединяют полученные точки плавной кривой, которая и будет искомой проекцией линии пересечения плоскости откоса и топографической поверхности.

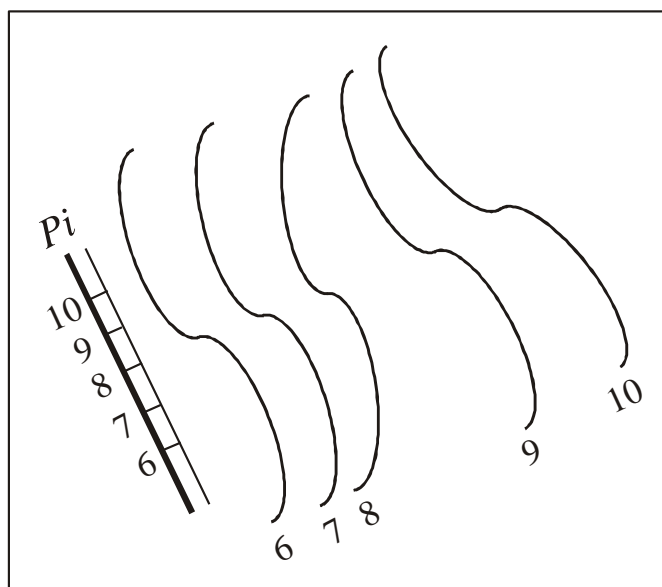


Рисунок 8.17

Алгоритм построения профиля местности.

1. На линии AB отмечают точки пересечения проекции вертикальной плоскости с горизонталями поверхности, рисунок 8.18.

2. Переносят эти точки на горизонтальную прямую MN , отметку которой принимают условно равной наименьшей отметке профиля или округляют до еще меньшей отметки.

3. На перпендикулярах к MN откладывают величины превышений отмеченных точек горизонталей над линией условного горизонта.

4. Полученные точки соединяют плавной кривой, которая и будет являться искомым профилем данной поверхности.

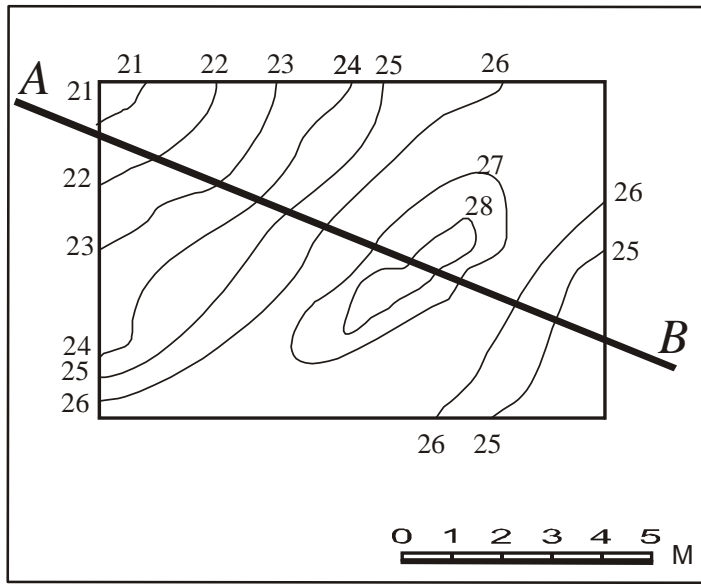


Рисунок 8.18

Построение границ земляных работ строительной площадки

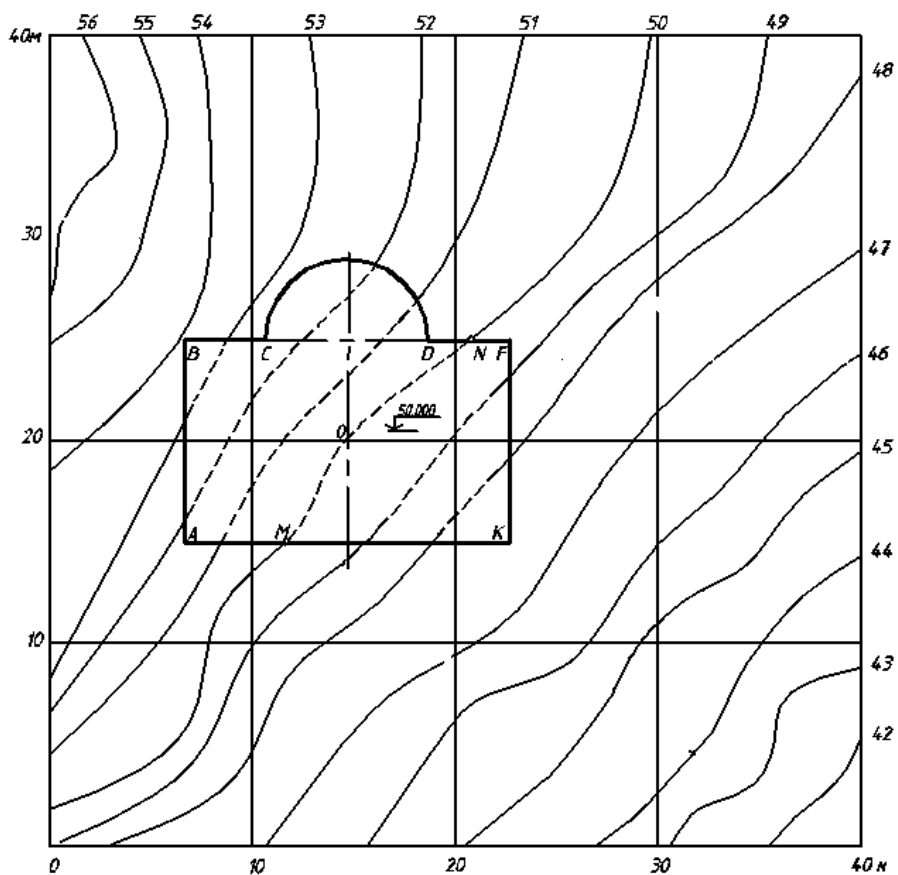


Рисунок 8.19

Алгоритм

Построение профиля проектируемого инженерного сооружения и топографической поверхности



Рисунок 8.20

Алгоритм

Для удобства определения характера топографической поверхности и определенных форм рельефа пользуются бергштрихами, которые проставляют перпендикулярно горизонтали и направляют от нее в сторону спуска поверхности.

Выводы:

- проекции с числовыми отметками служат основой топографических чертежей;
- метод проекций с числовыми отметками представляет собой ортогональное проецирование пространственных объектов только на одну горизонтальную плоскость, фронтальную проекцию этих объектов заменяют числовыми отметками их характерных линий и точек.

8.7 Тест для текущего контроля по теме «Проекция с числовыми отметками»

А. На каком чертеже изображены параллельные прямые?

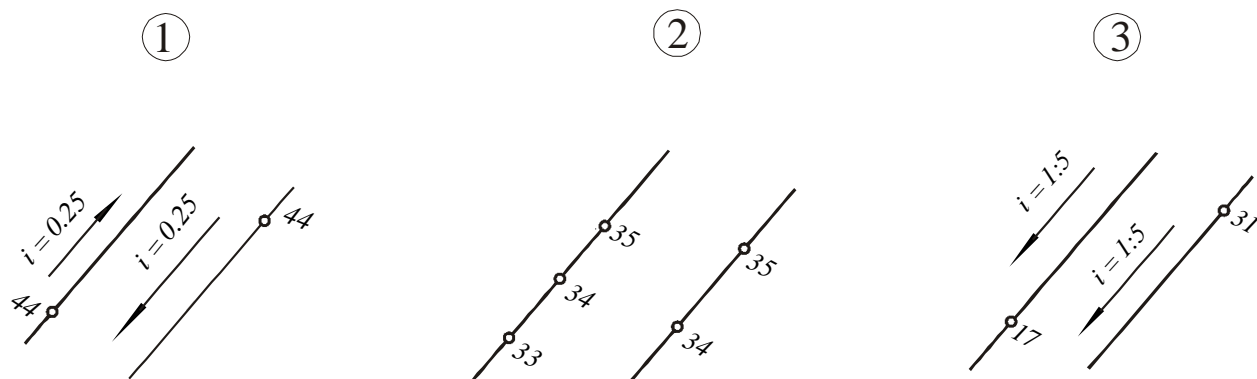


Рисунок 8.21

Б. На каком чертеже изображена горизонтальная прямая?

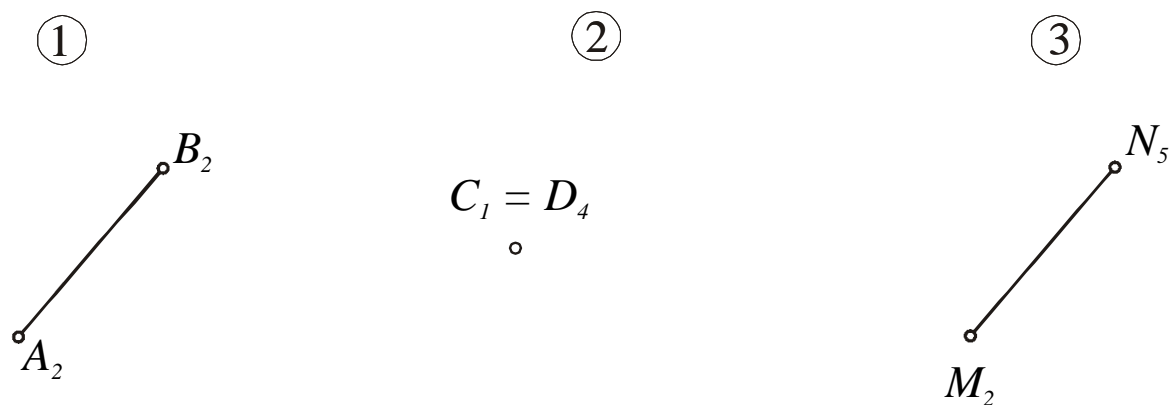


Рисунок 8.22

В. На каких чертежах изображена коническая поверхность?

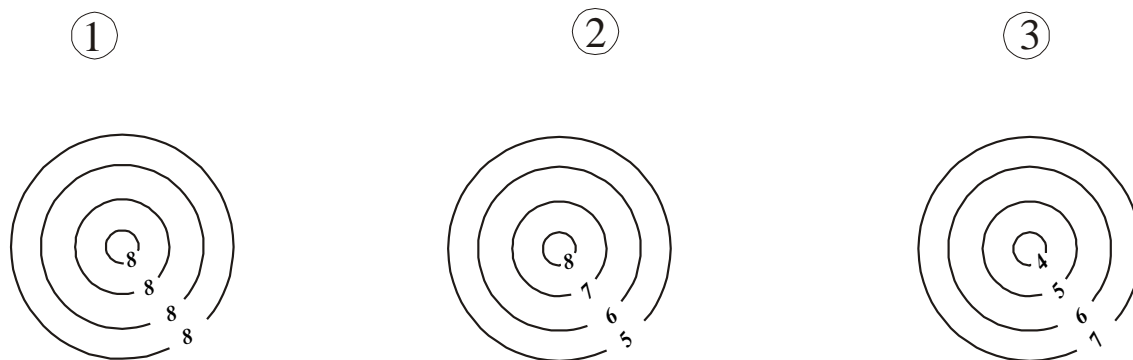


Рисунок 8.23

Г. На каком чертеже показано градуирование прямой?

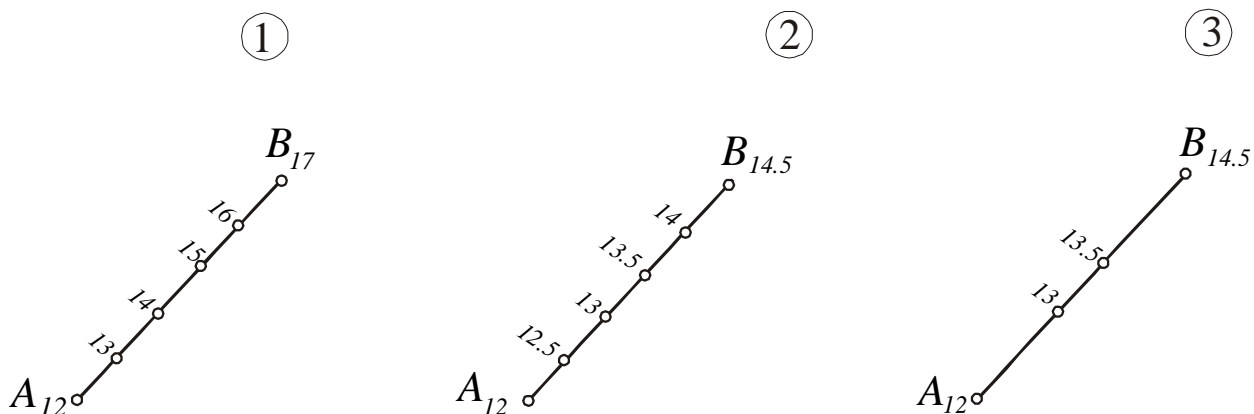


Рисунок 8.24

Д. На каком чертеже изображена плоскость?

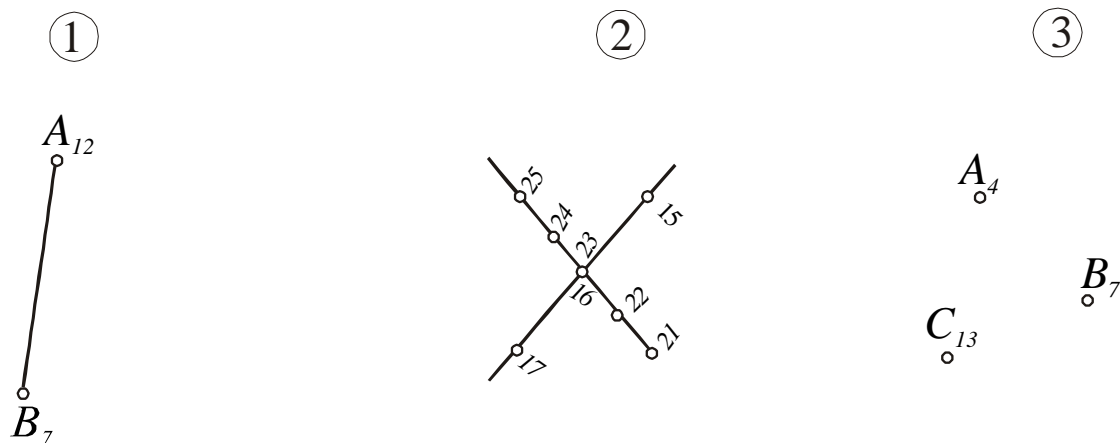


Рисунок 8.25

Е. Какую величину принимают за единицу измерения в проекциях с числовыми отметками?

- 1 - 1мм
- 2 - 1м
- 3 - 1см
- 4 - 1дм

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В	Г	Д	Е
Ответ						

8.7 Задачи

1. Определить расстояние между точками A и B и угол наклона отрезка AB к горизонту, рисунок 8.26.

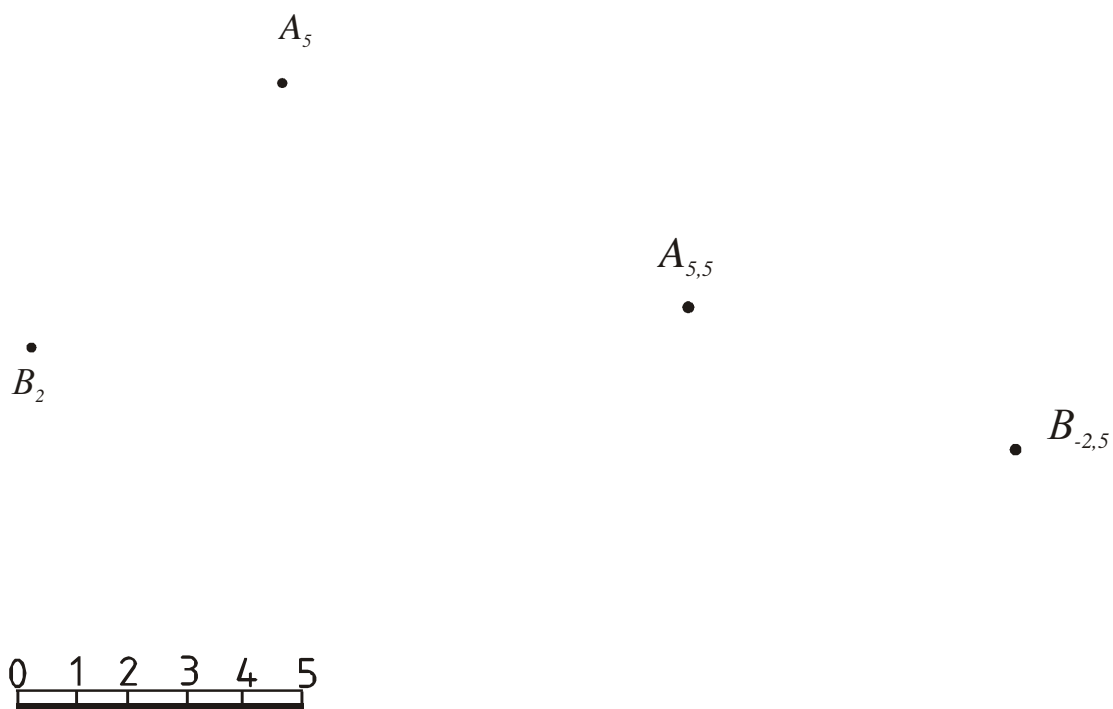


Рисунок 8.26

2. Построить точку A , лежащую на прямой, с числовой отметкой 7, рисунок 8.27.

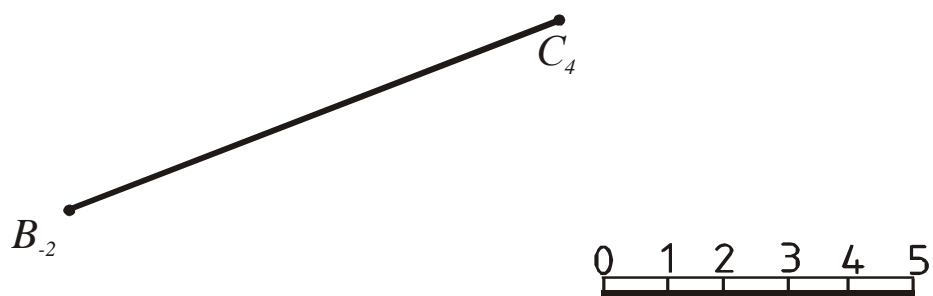


Рисунок 8.27

3. Определить, пересекаются ли заданные прямые AB и CD , рисунок 8.28.

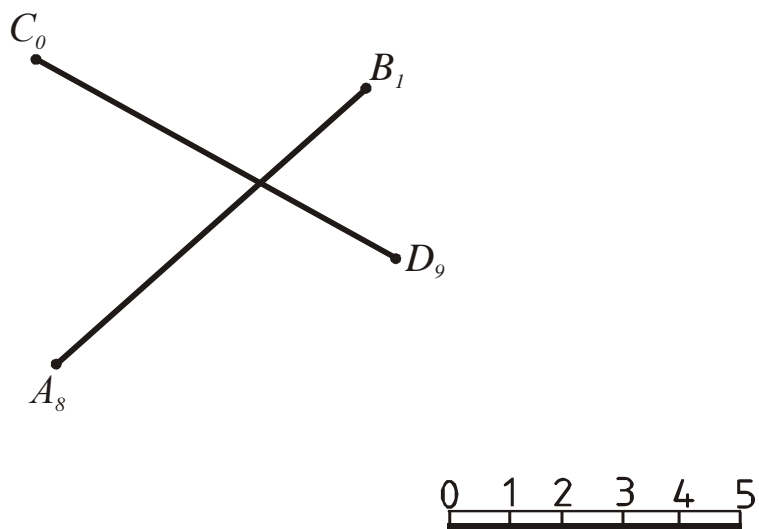


Рисунок 8.28

4. Построить линию пересечения плоскости P с заданной топографической поверхностью, рисунок 8.29.

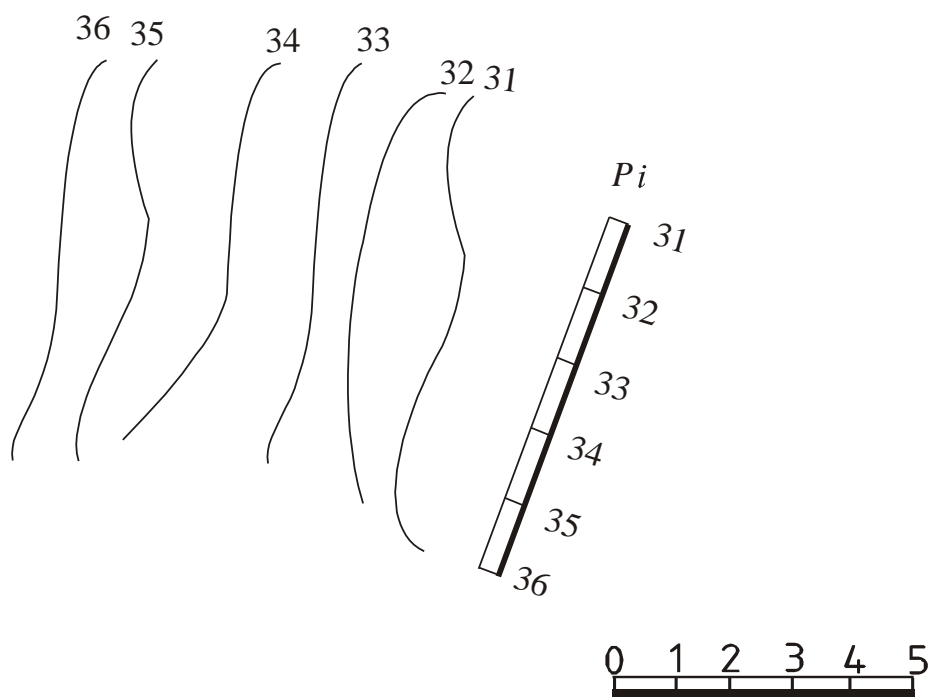


Рисунок 8.29

5. Построить границы земляных работ для площадки, рисунок 8.30.
М 1:200, $i_g=1:1$, $i_n=1:1,5$.

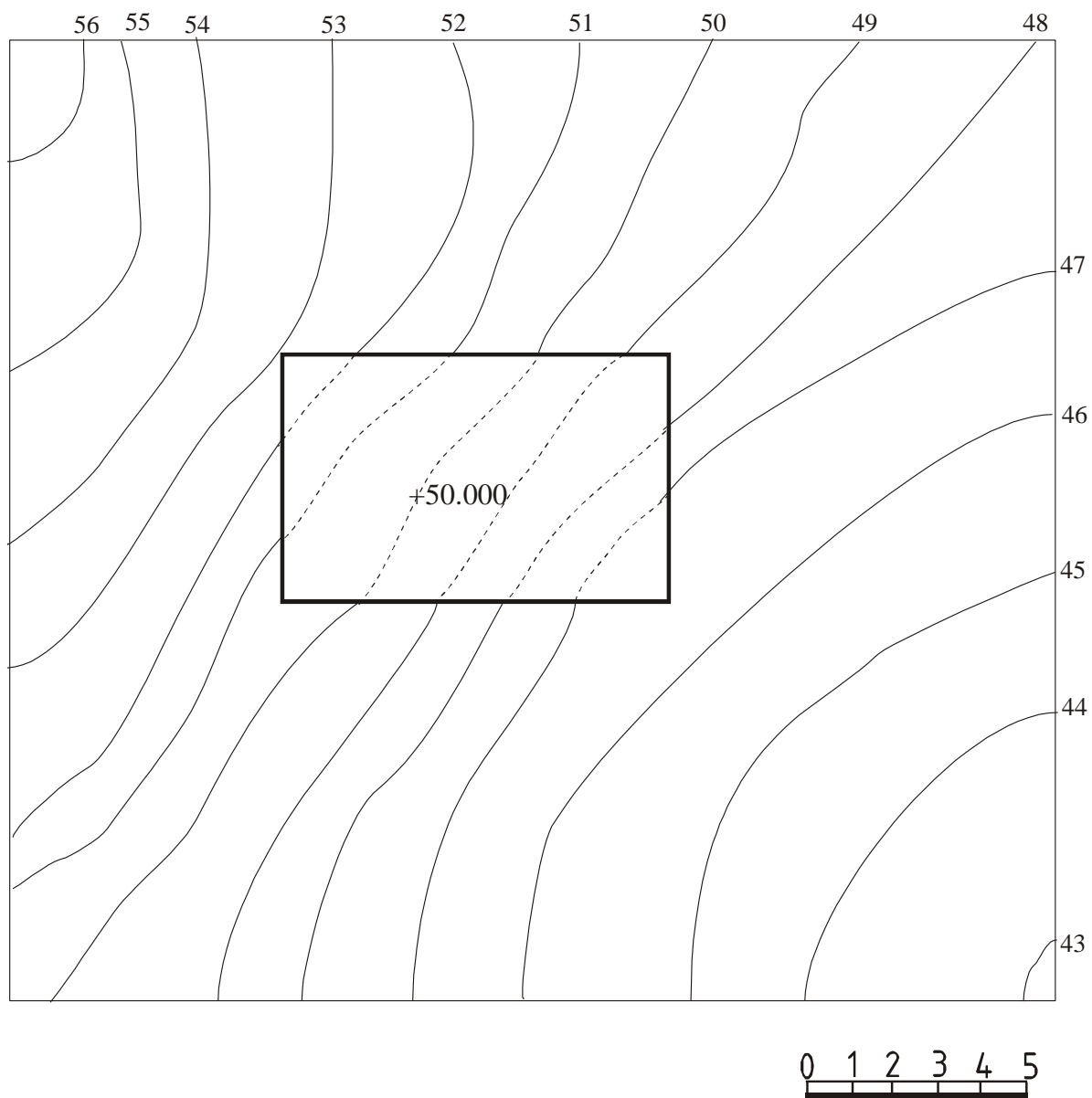


Рисунок 8.30

6*. Построить точку пересечения линии CD и плоскости P_i , и определить ее числовую отметку, рисунок 8.31.

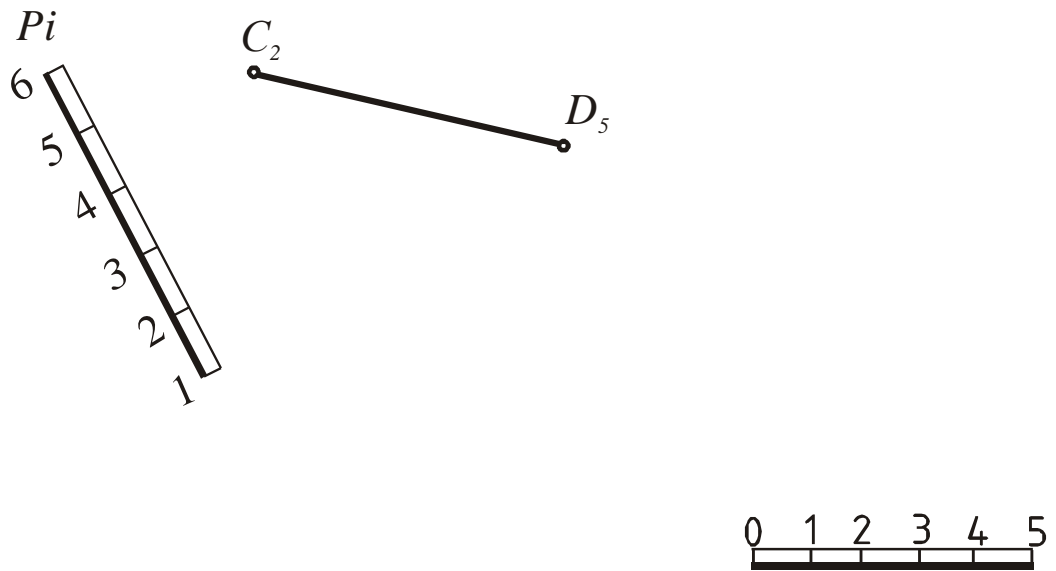


Рисунок 8.31

Алгоритм

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4	5	6*	Σ
Баллы							

9 ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ПРОЕКЦИИ

9.1 Основные положения и понятия

Перспективной проекцией (перспективой) называется центральная проекция объекта пространства на специально выбранную плоскость или поверхность.

1 *Линейная перспектива* – проецирование на вертикальную плоскость.

2 *Плафонная перспектива* – проецирование на горизонтальную плоскость.

3 *Панорамная перспектива* – проецирование на цилиндрическую поверхность.

4 *Купольная перспектива* – проецирование на сферу.

Горизонтальная плоскость проекций, на которой располагается объект проецирования (здание, сооружение), называется *предметной плоскостью* – Н, рис. 9.1.

Перпендикулярная плоскость, на которую осуществляется перспективное проецирование, называется *картинной плоскостью* или *картиной* - К.

Центральная проекция, т.е. точка, в которой располагается глаз наблюдателя, называется *точкой зрения* - S.

Плоскость, проходящая через точку зрения S параллельно картинной плоскости К, называется *нейтральной плоскостью* - N.

Пространство, которое находится от наблюдателя за картинной плоскостью и в котором располагается проецируемый объект (предмет), называется *предметным пространством*.

Пространство, заключенное между картинной и нейтральной плоскостями, называется *промежуточным*. Пространство, расположенное по другую сторону от нейтральной плоскости, называется *мнимым*.

Горизонтальная плоскость, проходящая через точку зрения S, называется *плоскостью горизонта* - П.

Линия пересечения плоскости горизонта П и картинной плоскости К называется *линией горизонта* - h-h.

Линия пересечения картинной и предметной плоскостей называется *основанием картинной плоскости* или *основанием картины* - O_1O_2 .

Перпендикуляр, опущенный из точки зрения S на картинную плоскость К, называется *главным лучом* - SP.

Точка пересечения главного луча с картинной плоскостью К, называется *главной точкой картины* - P.

Расстояние от точки зрения S до предметной плоскости SS_1 называется *высотой горизонта* - h.

Точки схода перспектив прямых, расположенных под углом 45° к картине, называются *дистанционными точками (точками дальности)*- D_1 и D_2 . Горизонтальные проекции точек на предметную плоскость Н, называются *основаниями* этих точек и обозначаются так же, как горизонтальные проекции точек в ортогональных проекциях.

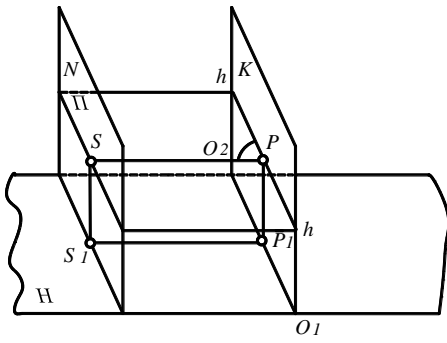


Рисунок 9.1

P_1 – основание главной точки картины;
 S_1 – основание точки зрения.
 Расстояние (дистанция) от точки зрения S до картины называется *главным расстоянием* - d ($d = SP$).
Картинным следом прямой называется точка пересечения прямой с картиной.
Точкой схода прямой называется перспектива бесконечно удаленной точки прямой.

9.2 Выбор рационального положения картины и точки зрения при построении перспективы

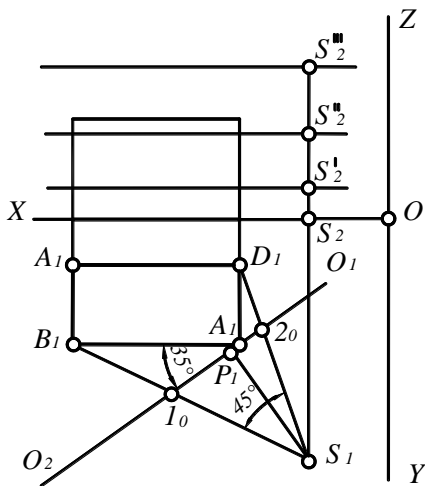


Рисунок 9.2

Угол наклона основания картины β должен выбираться в пределах $30^\circ \dots 45^\circ$.
 Угол зрения α должен быть в пределах $28^\circ \dots 60^\circ$, рисунок 9.2.
 Главная точка картины P должна находиться в средней трети ширины изображаемого объекта.

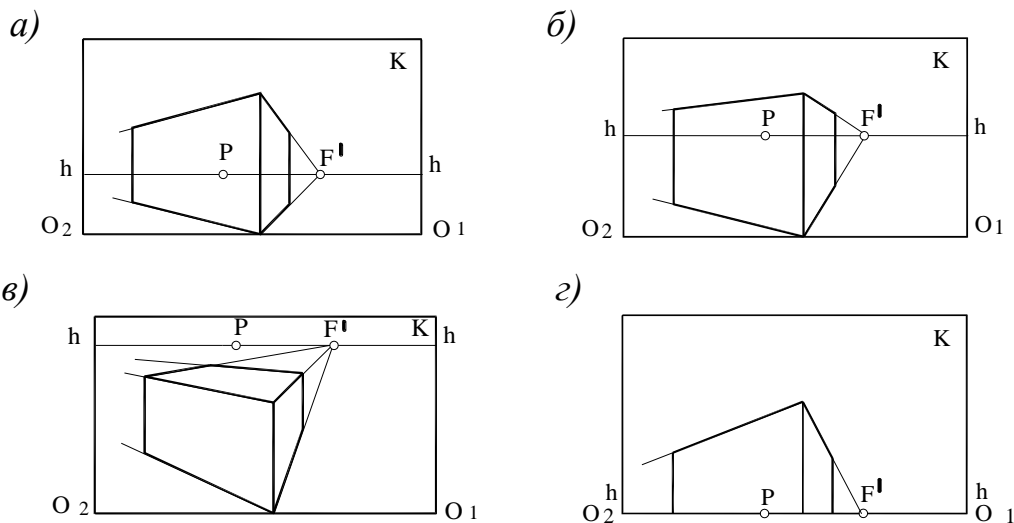


Рисунок 9.3

9.3 Алгоритмы построения перспективы плоских фигур

На рисунке 9.4 задан многоугольник, лежащий в предметной плоскости. Требуется построить его перспективу.

Алгоритм:

1. На ортогональном чертеже наметить положение картинной плоскости O_1O_2 , точку зрения S , главную точку картины P и определить точки схода параллельных прямых – F_1' и F_1'' .
2. Через все стороны многоугольника провести прямые до пересечения с картиной и отметить точки $1_0, 2_0, 3_0, 4_0, 5_0$.
3. На картине провести линию $h-h$.
4. На линии горизонта выбрать главную точку картины P и определить ее основание P_1 .
5. На основании картины O_1O_2 наметить точки $3_0, 2_0, 1_0, F_1''$ и $A_1, 4_0, F_1', 5_0$.
6. На линии горизонта $h-h$ найти точки F' и F'' .
7. Соединить начала прямых $A_1, 4_0, 5_0$ с точкой схода F'' , а начала прямых $1_0, 2_0, 3_0, A_1$ соединить с точкой схода F' .
8. Определить точки пересечения прямых $1_0F', 2_0F', 3_0F', A_1F'$ с прямыми $A_1F'', 4_0F'', 5_0F''$, которые будут являться перспективами вершин многоугольника - $A^k, B^k, C^k, D^k, E^k, L^k, M^k, N^k$.

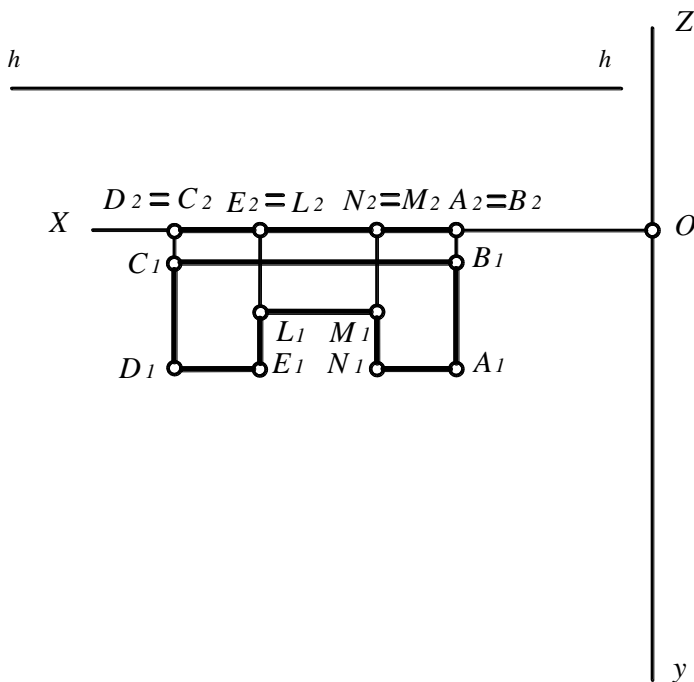


Рисунок 9.4

Место для решения

На рисунке 9.5 изображена окружность, лежащая в предметной плоскости. Требуется построить ее перспективу.

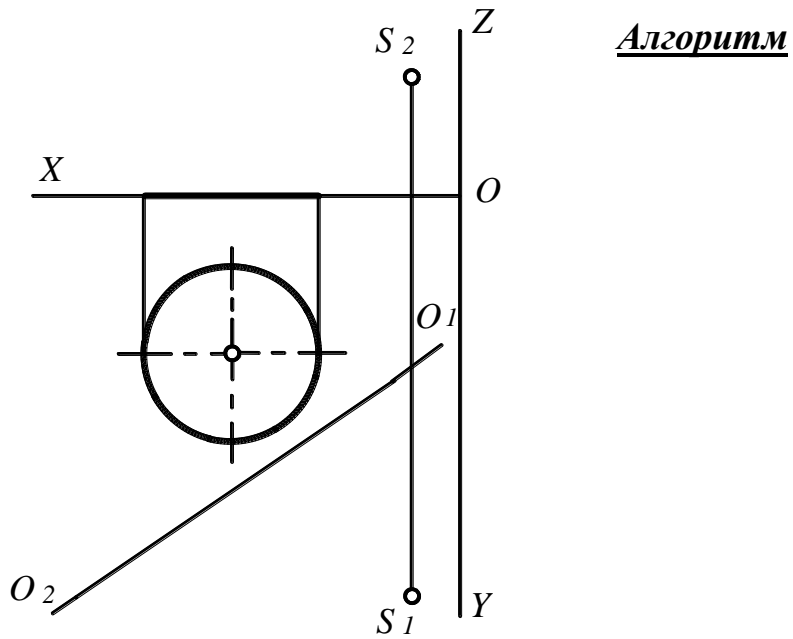
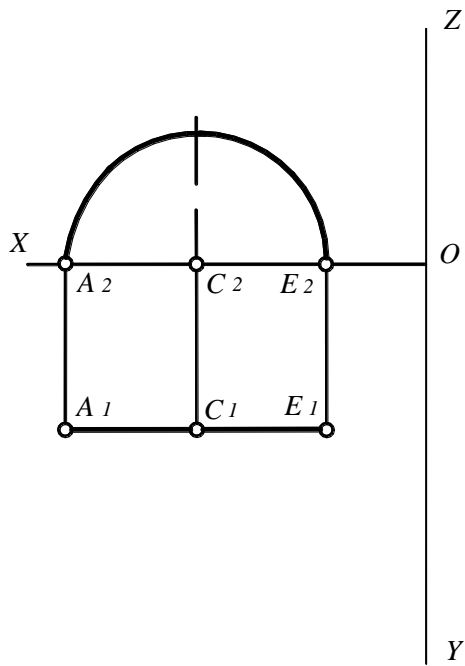


Рисунок 9.5

На рисунке 9.6 задана дуга окружности, лежащей в вертикальной плоскости. Требуется построить ее перспективу.



Алгоритм

Рисунок 9.6

9.4 Построение перспективы способом архитекторов

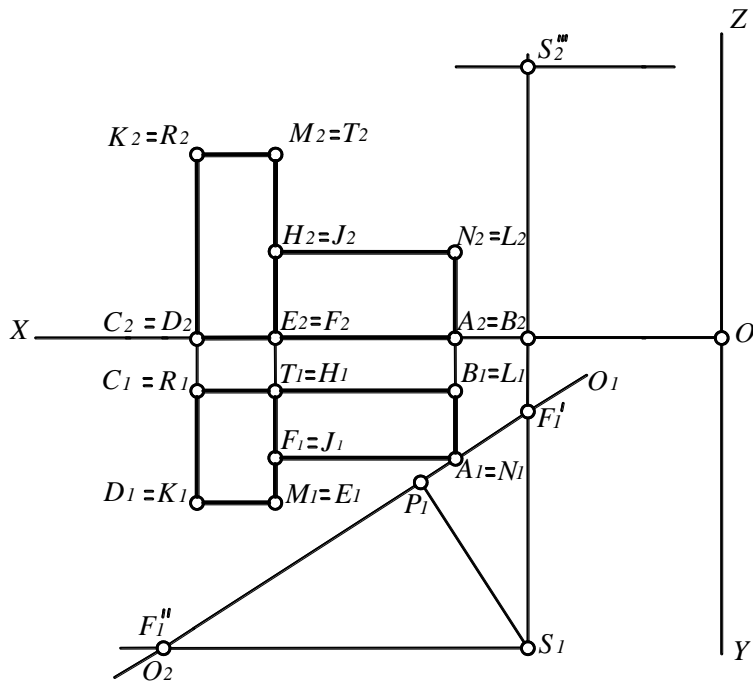


Рисунок 9.7

9.5 Построение теней в перспективе

Построить тени сооружения в перспективе на рисунке 9.8.

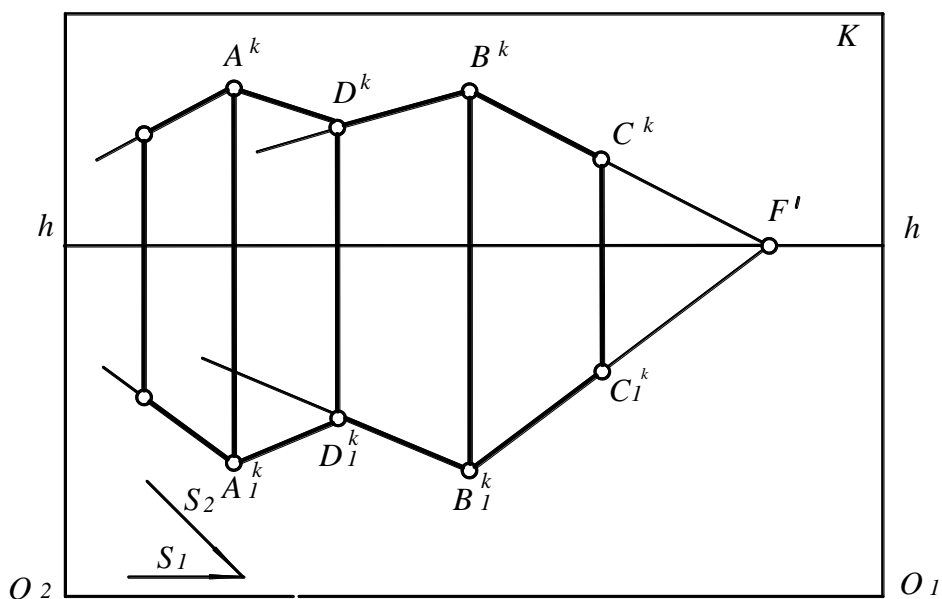


Рисунок 9.8

Алгоритм

Выводы:

- перспектива является более наглядным изображением, чем аксонометрия;
- при построении перспективы важно правильно выбрать картинную плоскость и точку зрения;
- перед началом работы всегда необходимо проанализировать форму объекта, выделив в нем характерные особенности и сначала в общем объеме выделить и построить крупные элементы, а затем, расчленив их, построить мелкие детали;
- сложный по форме объект необходимо вписать в простой призматический объем.

9.6 Тест для текущего контроля по теме «Перспективные проекции»

А. Какая из плоскостей является предметной?

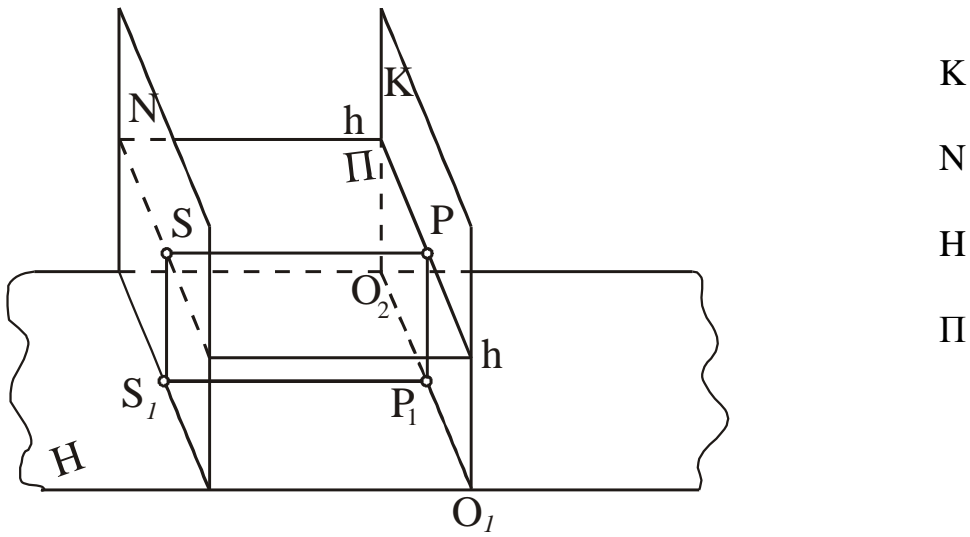


Рисунок 9.9

Б. Какое изображение называется перспективой с нулевым горизонтом?

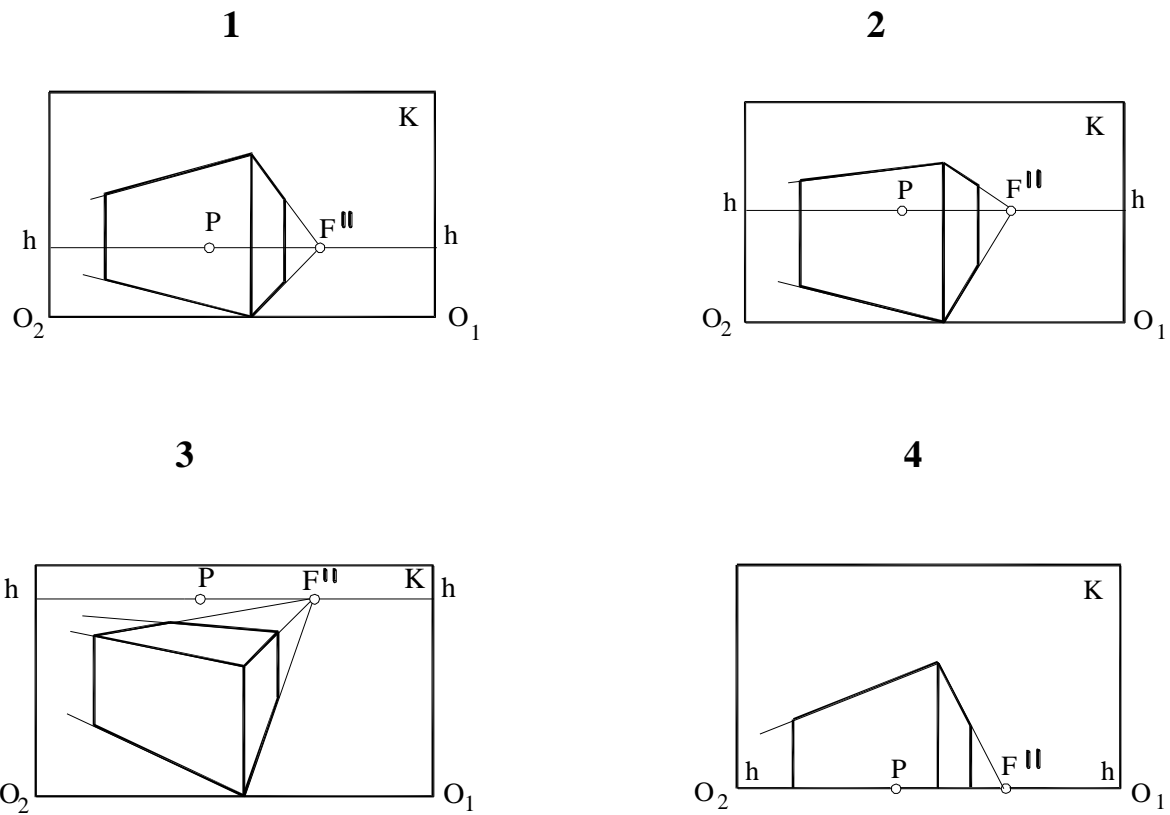


Рисунок 9.10

В. На каком изображении точка зрения S выбрана наиболее рационально?

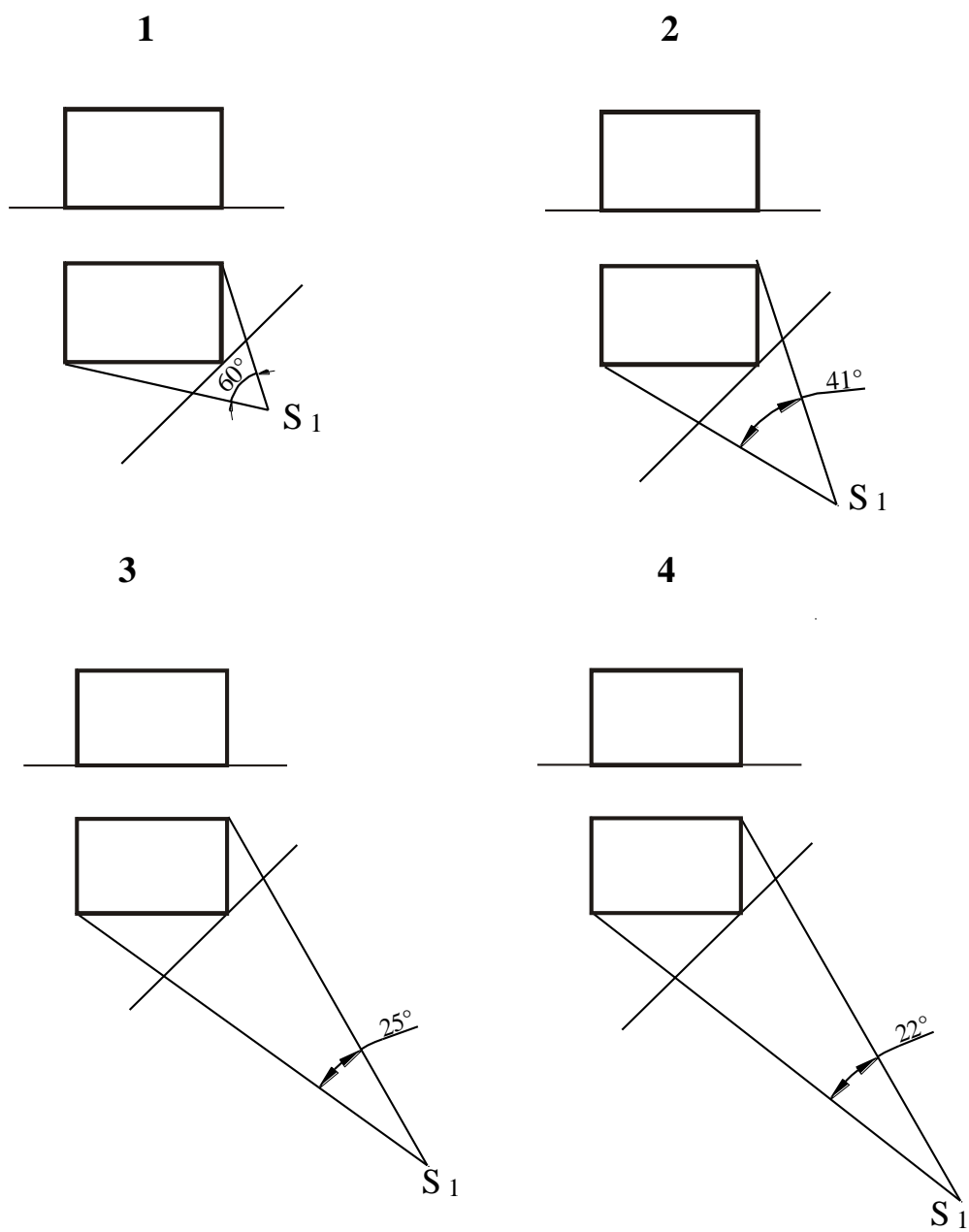


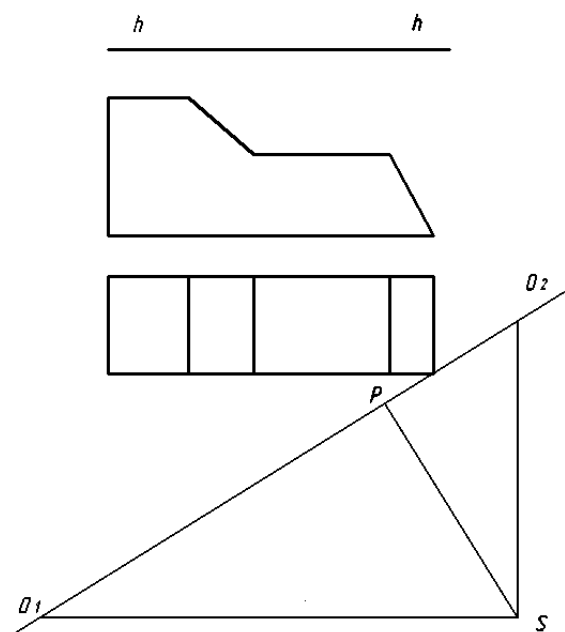
Рисунок 9.11

Таблица ответов

Вопрос	А	Б	В
Ответ			

9.7 Задачи

1. Способом архитекторов построить перспективу многогранника, рисунок 9.12. Перспективу увеличить в два раза.



Место для решения

Рисунок 9.12

2. Построить собственные и падающие тени здания, рисунок 9.13.

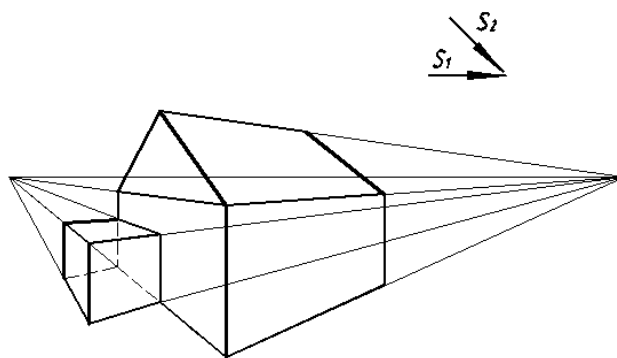


Рисунок 9.13

3. Построить перспективу многоугольника, лежащего в предметной плоскости, рисунок 9.14. Линию горизонта принять на высоте 25мм.

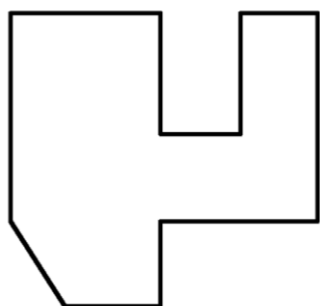


Рисунок 9.14

4*. По заданным координатам построить перспективы точек $A(10,20,25)$, $B(40,30,0)$, $C(25,0,20)$. Перспективу увеличить в два раза.

Таблица рейтинга

№ задачи	1	2	3	4*	Σ
Баллы					

Библиографический список

Основная литература

- 1 Арустамов, Х.А. Сборник по начертательной геометрии. Учеб. для втузов./ Х.А. Арустамов - М.:Машиностроение, 1978. - 445 с.
- 2 Бубенников, А. В. Начертательная геометрия. : Учеб. для втузов./ А. В. Бубенников - М.: Высшая школа,1985. - 288 с.
- 3 Виноградов, В. К., Элементы начертательной геометрии.: Учеб. для втузов./ В. К. Виноградов, И. А. Ройтман, М.: Просвещение, 1978. - 175 с.
- 4 Гордон, В. О., Курс начертательной геометрии.: Учеб. для втузов./ В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский - М.: Наука, 1977. - 368 с.
- 5 Иванов, Г.С. Начертательная геометрия: Учеб. для втузов./ Г.С. Иванов. - М.: Машиностроение, 1999. - 334с.
- 6 Короев, Ю.И. Начертательная геометрия: учеб. для вузов / Ю.И. Короев. - 2-е изд., перераб. и доп.. М.: Архитектура - С, 2004. – 424 с.- (Специальность «Архитектура»).

Дополнительная литература

- 1 Красовская, Н.И. Курс начертательной геометрии.:учебное пособие для студентов инженерно-строительных специальностей. Учебное пособие / Н.И. Красовская. - Тюмень: ТюмГАСУ, 2006.-160с.
- 2 Красовская, Н.И. Рабочий конспект по дисциплине «Начертательная геометрия»: Учебное пособие для аудиторной и самостоятельной работы студентов инженерных специальностей. Учебное пособие/ Н.И. Красовская, В.В.Исаченко - Тюмень: ТюмГАСУ, 2006.-160с.
- 3 Крылов, Н.Н. Начертательная геометрия. Учебник для вузов. – 9-е изд. / Н.Н. Крылов М.: Высшая школа. 2006.- 224с.
- 4 Локтев О. В., Задачник по начертательной геометрии.: Учеб. для втузов / О. В. Локтев, П. А. Числов - М.: Высшая школа, 1984, - 200 с.
- 5 Локтев, О. В. Краткий курс начертательной геометрии.: учеб. для вузов / О. В. Локтев. - М.: Высшая школа, 1985. - 240с.
- 6 Сорокин, Н.П. Инженерная графика: учеб. для вузов/ под ред. Н.П.Сорокина. - 2-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2008.- 400с.
- 7 Филисюк, Н.В., Методические указания к графической работе «Определение границ земляных работ» по теме: «Проекция с числовыми отметками»: Методические указания / Н.В. Филисюк, А.А. Романова, М.Н. Миклина. - Тюмень, ТюмГАСУ, 2006. – 40с.
- 8 Филисюк, Н.В. Методические указания к графической работе по теме: «Построение перспективы здания методом архитектора. Построение тени в перспективе» (для студентов 1 курса очной и заочной форм обучения инженерно-строительных специальностей): Методические указания/ Н.В.Филисюк, В.А. Мальцева. –Тюмень: РИО ГОУ ВПО ТюмГАСУ,2009.-24 с.

9 Фролов, С. А. Начертательная геометрия: Учеб. для маш. спец. средних специальных учебных заведений. /С. А. Фролов. - М.: Машиностроение, 1978. - 239с.

Справочная и нормативная литература

1 ГОСТ 2.301-68*. Форматы [Текст]. – Взамен ГОСТ 3451-59; введ. 01.01.1971. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – С.3-4. (Единая система конструкторской документации).

2 ГОСТ 2.303-68*. Линии [Текст]. – Взамен ГОСТ 3456-59; введ. 01.01.1971. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – С.12-39. – (Единая система конструкторской документации).

3 ГОСТ 2.304-81. Шрифты чертежные [Текст]. – Взамен ГОСТ 2.304-68; введ. 01.01.1982. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – С. 6-11.– (Единая система конструкторской документации).