

«ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ»

Содержание работы

ЭДС источников напряжения и токи источников тока изменяются гармонически с угловой частотой $\omega = 1000$ рад/с, имея амплитуды соответственно $E_m = 100$ В и $J_m = 10$ А.

В заданный момент времени происходит коммутация – включение или отключение участка схемы, указанная на схеме стрелкой. До коммутации режим цепей установившийся.

Для возникшего переходного процесса требуется:

1. Определить классическим методом ток в одной из ветвей схемы, не содержащей индуктивности и источника энергии.
2. Определить тот же ток, что и в п.1, проводя расчет его свободной составляющей операторным методом.
3. Построить кривую найденной зависимости $i(t)$, причем масштаб времени следует выбрать так, чтобы изменение свободной составляющей тока было видно на протяжении достаточно большого отрезка оси абсцисс.

Методические указания

1. Коммутация в схеме происходит в момент времени, когда ЭДС или ток источника имеет заданное мгновенное значение ($e(0) = k \cdot E_m$ или $j(0) = k \cdot J_m$) и заданный знак скорости изменения. Коэффициент k и знак скорости изменения задается для каждой схемы.

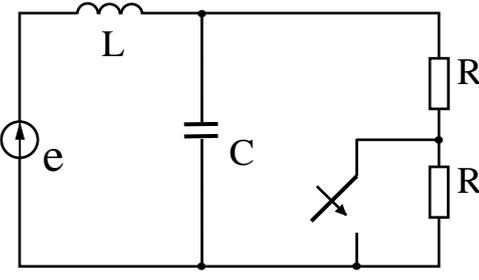
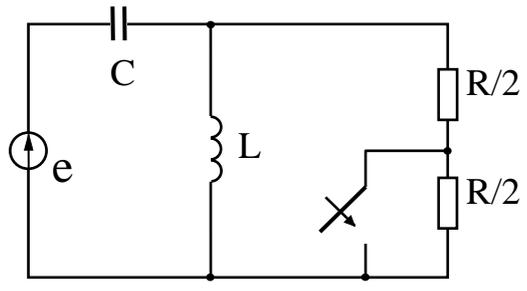
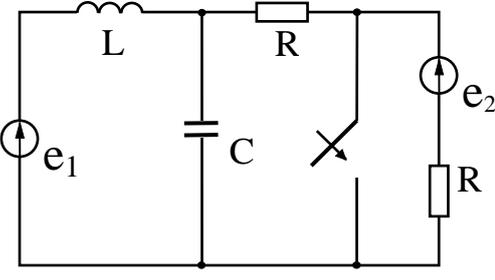
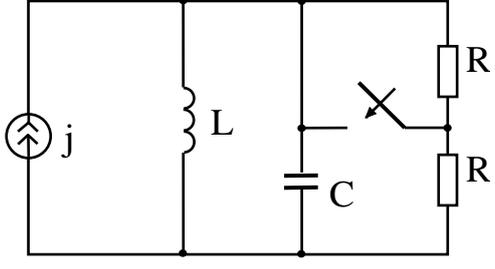
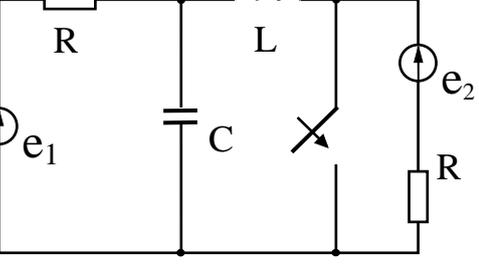
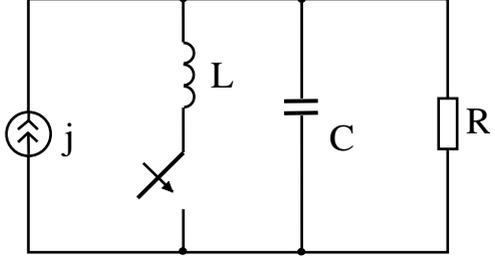
2. Номер схемы соответствует порядковому номеру, под которым фамилия студента записана в групповом журнале.

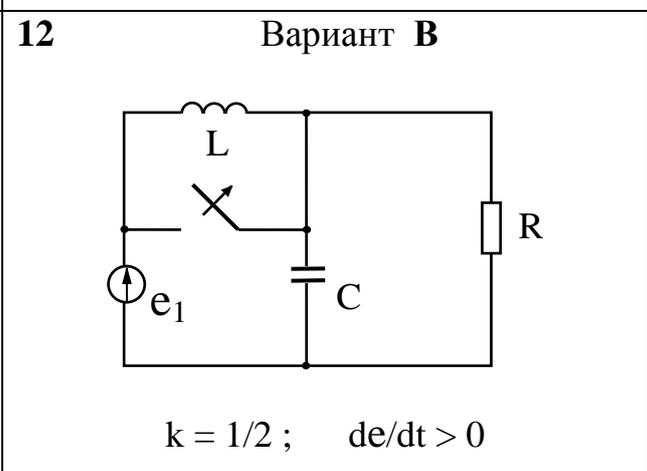
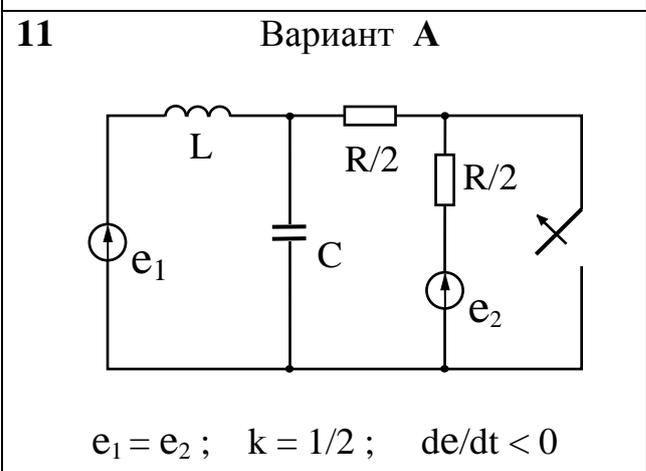
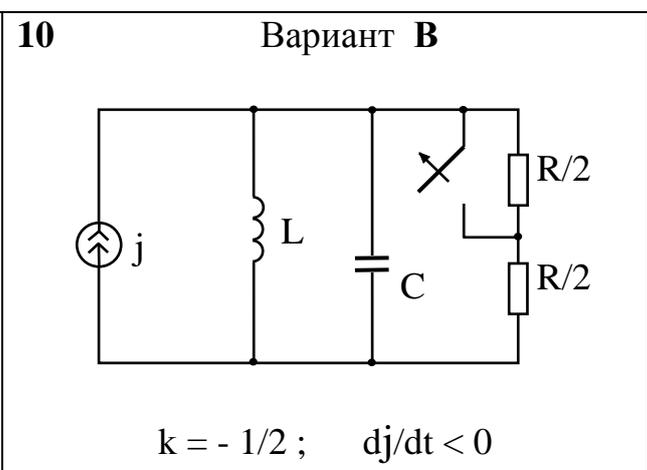
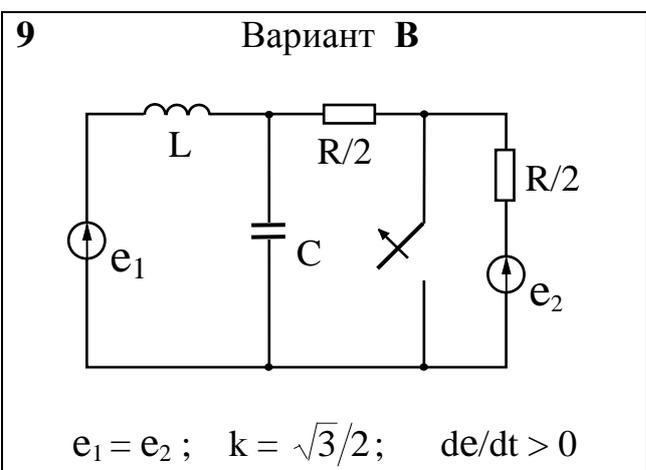
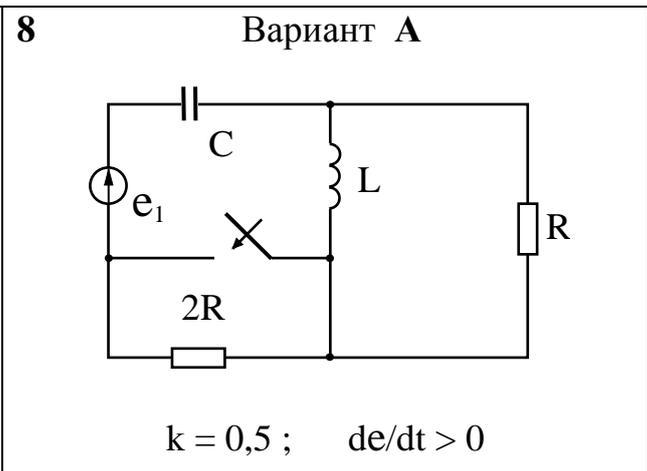
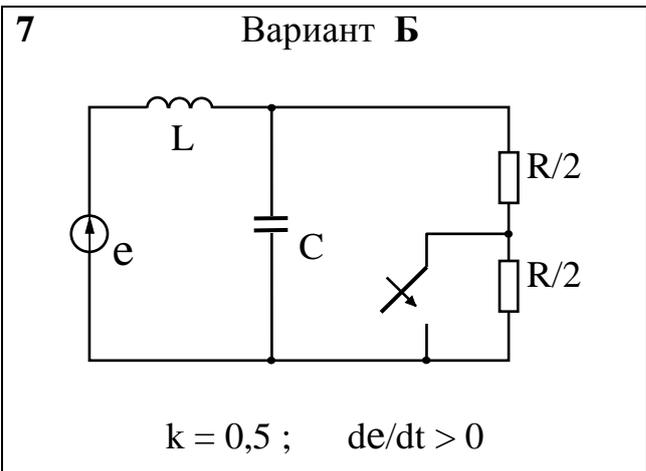
3. Числовые данные параметров схемы приведены в таблице и выбираются в соответствии с номером группы и буквенного индекса (вариант **А**, **Б** или **В**), указанного на каждой схеме.

Значения параметров схем

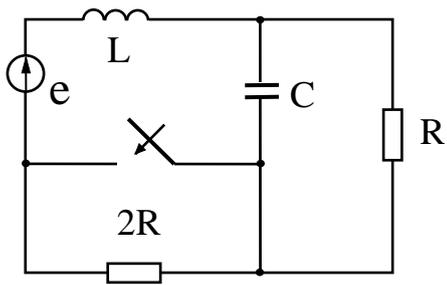
№ группы	Вариант	R, Ом	L, Гн	C, Ф	№ группы	Вариант	R, Ом	L, Гн	C, Ф
1	А	5	$5 \cdot 10^{-3}$	$1/36 \cdot 10^{-3}$	8	А	10	$3 \cdot 10^{-2}$	$5/36 \cdot 10^{-4}$
	Б	5	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-5}$		Б	20	$2 \cdot 10^{-2}$	$5/4 \cdot 10^{-5}$
	В	5	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-4}		В	20	$2 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$
2	А	5	10^{-2}	$1/18 \cdot 10^{-3}$	9	А	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$1/18 \cdot 10^{-3}$
	Б	5	10^{-2}	10^{-4}		Б	20	$4 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$
	В	5	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-4}$		В	20	$4 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-5}$
3	А	5	$15 \cdot 10^{-3}$	$1/12 \cdot 10^{-3}$	10	А	20	$4 \cdot 10^{-2}$	$5/36 \cdot 10^{-4}$
	Б	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$		Б	20	$8 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-5}$
	В	5	$5 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$		В	20	$8 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}
4	А	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/9 \cdot 10^{-3}$	11	А	25	$5 \cdot 10^{-2}$	$1/9 \cdot 10^{-4}$
	Б	10	10^{-2}	$1/2 \cdot 10^{-4}$		Б	25	$5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$
	В	10	10^{-2}	$1/2 \cdot 10^{-4}$		В	25	$5 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-5}$
5	А	10	10^{-2}	$5/36 \cdot 10^{-4}$	12	А	5	$20 \cdot 10^{-3}$	$1/12 \cdot 10^{-3}$
	Б	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/2 \cdot 10^{-4}$		Б	5	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/5 \cdot 10^{-3}$
	В	10	$2 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}		В	10	$0,5 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$
6	А	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/36 \cdot 10^{-3}$	13	А	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$2/36 \cdot 10^{-3}$
	Б	10	$4 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}		Б	10	10^{-2}	$0,25 \cdot 10^{-4}$
	В	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$		В	10	$2 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}
	А	5	$5 \cdot 10^{-3}$	$1/36 \cdot 10^{-3}$		А	10	10^{-2}	$5/36 \cdot 10^{-4}$

№ группы	Вариант	R, Ом	L, Гн	C, Ф	№ группы	Вариант	R, Ом	L, Гн	C, Ф
7	Б	25	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$	14	Б	10	$4 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}
	В	10	$0,5 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$		В	20	$2 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$

<p>1 Вариант А</p>  <p>$k = 0,5$; $de/dt > 0$</p>	<p>2 Вариант В</p>  <p>$k = \sqrt{3}/2$; $de/dt < 0$</p>
<p>3 Вариант Б</p>  <p>$e_1 = e_2$; $k = \sqrt{3}/2$; $de/dt > 0$</p>	<p>4 Вариант Б</p>  <p>$k = 1/\sqrt{2}$; $dj/dt > 0$</p>
<p>5 Вариант Б</p>  <p>$e_1 = e_2$; $k = 0,5$; $de/dt > 0$</p>	<p>6 Вариант А</p>  <p>$k = \sqrt{3}/2$; $dj/dt > 0$</p>

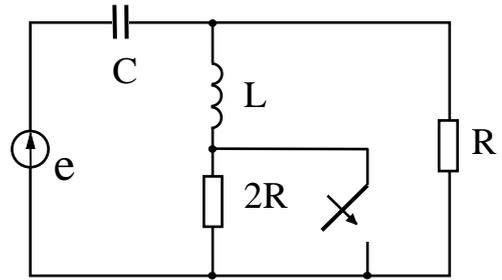


13 Вариант Б



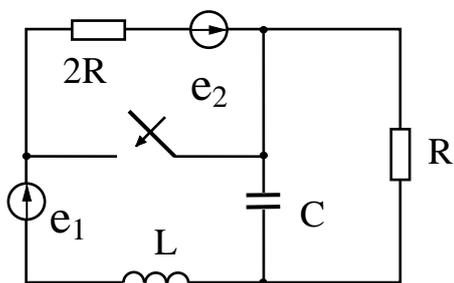
$e_1 = e_2$; $k = -0,5$; $de/dt > 0$

14 Вариант Б



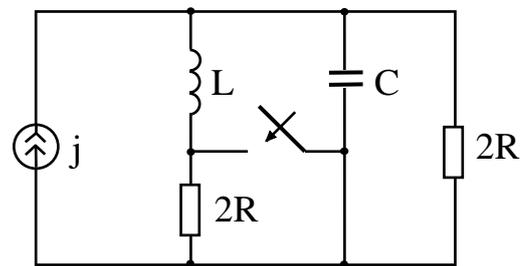
$k = \sqrt{3}/2$; $de/dt < 0$

15 Вариант А



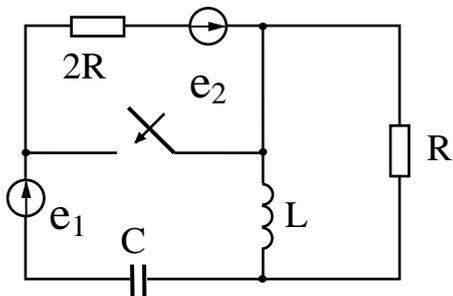
$e_1 = e_2$; $k = -\sqrt{3}/2$; $de/dt > 0$

16 Вариант А



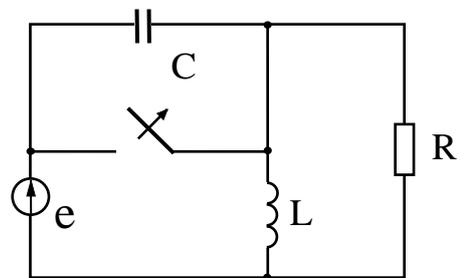
$k = 0,5$; $dj/dt > 0$

17 Вариант Б



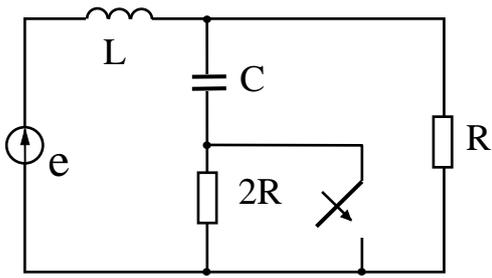
$e_1 = e_2$; $k = -1/\sqrt{2}$; $de/dt > 0$

18 Вариант Б



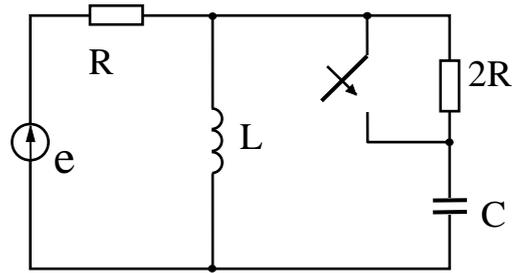
$k = -0,5$; $de/dt < 0$

19 Вариант А



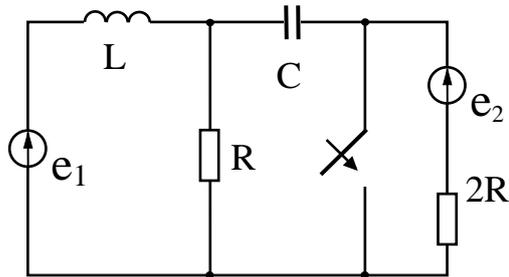
$$k = -0.5; \quad de/dt < 0$$

20 Вариант В



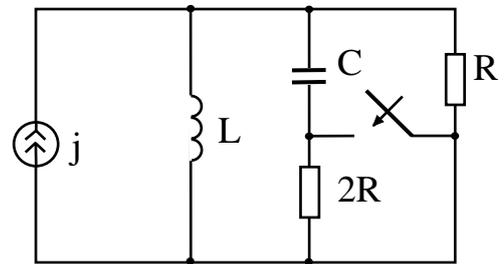
$$k = 1/\sqrt{2}; \quad de/dt > 0$$

21 Вариант Б



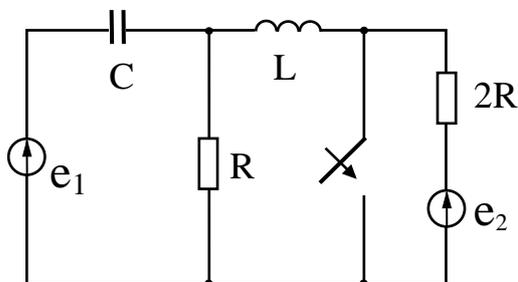
$$e_1 = e_2; \quad k = -\sqrt{3}/2; \quad de/dt > 0$$

22 Вариант Б



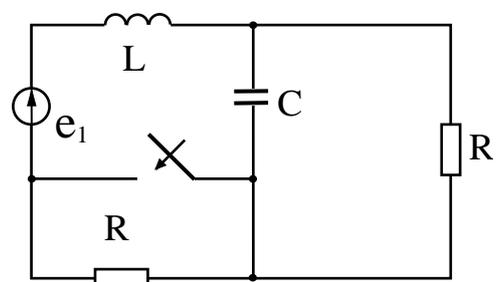
$$k = 0.5; \quad dj/dt < 0$$

23 Вариант В



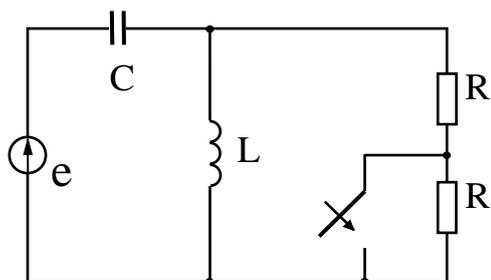
$$e_1 = e_2; \quad k = -1/\sqrt{2}; \quad de/dt < 0$$

24 Вариант Б



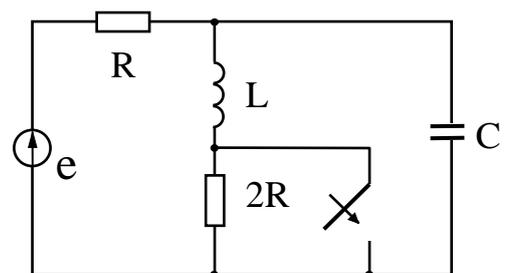
$$k = 0.5; \quad de/dt < 0$$

25 Вариант Б



$$k = \sqrt{3}/2; \quad de/dt > 0$$

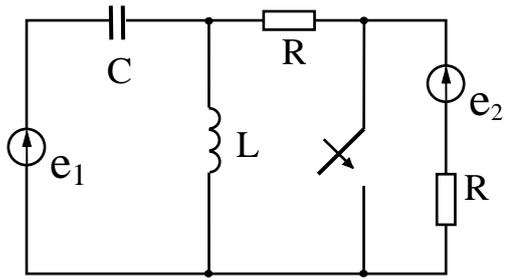
26 Вариант А



$$k = 1/\sqrt{2}; \quad de/dt > 0$$

27

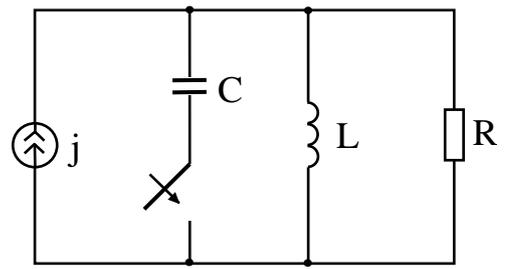
Вариант В



$e_1 = e_2; \quad k = 1/\sqrt{2}; \quad de/dt > 0$

28

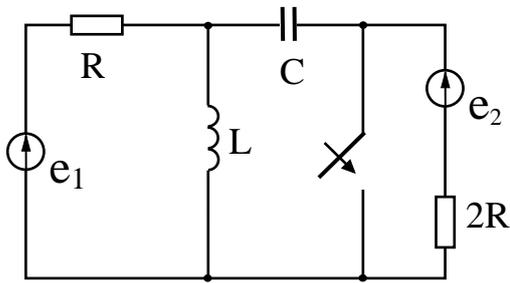
Вариант В



$k = -0.5 \quad dj/dt > 0$

29

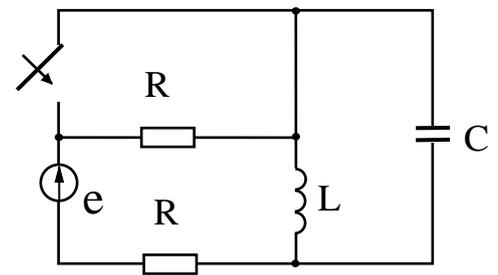
Вариант А



$e_1 = e_2; \quad k = 0.5; \quad de/dt > 0$

30

Вариант В



$k = 0,5; \quad dj/dt > 0$

Пример выполнения расчета

В качестве примера рассчитаем ток $i_1(t)$ в ветви, не содержащей ЭДС и элемент L в схеме, изображенной на рис. 1.

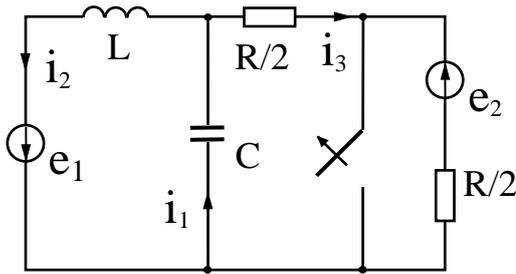


Рис. 1

Параметры схемы:

$$\omega = 1000 \text{ рад/с,}$$

$$E_m = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом, } L = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Гн,}$$

$$C = 1/9 \cdot 10^{-3} \text{ Ф,}$$

$$e_1 = e_2,$$

$$k = 1/2, \text{ } de/dt < 0$$

Определим начальную фазу ЭДС $e_1(t) = e_2(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$

В момент коммутации $t=0$:

$$e_1(0) = e_2(0) = E_m \sin \psi_e = k E_m = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50 \text{ В}$$

$$\frac{de_1(0)}{dt} = \frac{de_2(0)}{dt} = \omega E_m \cos \psi_e = 1000 \cdot 100 \cos \psi_e < 0. \quad \text{Следовательно,}$$

$$\sin \psi_e = k = \frac{1}{2},$$

$$\cos \psi_e < 0, \text{ откуда находим значение } \psi_e = 150^\circ.$$

Таким образом, $e_1(t) = e_2(t) = 100 \sin(1000t + 150^\circ) \text{ В.}$

1. Классический метод расчета

В схеме до коммутации рассчитываем те величины, которые подчиняются законам коммутации: напряжение на емкости и ток в ветви с индуктивностью при $t = (0-)$. Схема до коммутации и направления токов в ветвях указаны на рис. 2.

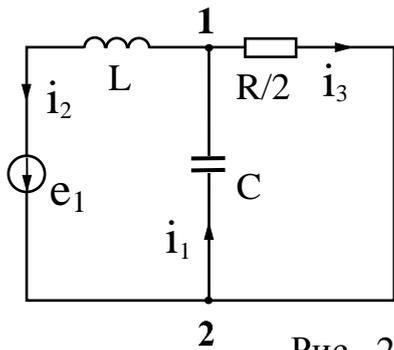


Рис. 2

Применим комплексный метод расчета, так как в цепи установившийся режим. Найдем комплексные сопротивления и проводимости:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-3}} = 9 \text{ Ом},$$

$$X_L = \omega L = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 20 \text{ Ом}.$$

Запишем амплитудное комплексное значение ЭДС

$$\dot{E}_{m_1} = 100e^{j150^\circ} = -86,6 + j50 \text{ В}.$$

Используем метод узловых потенциалов. Потенциал узла 2 примем нулевым:

$\phi_{m_1} = 0$. Найдем амплитудное комплексное значение потенциала узла 1:

$$\phi_{m_1} = \frac{-\dot{E}_{m_1} \underline{Y}_L}{\underline{Y}_C + \underline{Y}_L + \underline{Y}_R}, \quad \text{где} \quad \underline{Y}_R = \frac{1}{R/2} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{j20} = -j0,05 \text{ См}, \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{-j9} = j0,11 \text{ См}. \quad \text{Подставив}$$

численные значения в выражение ϕ_{m_1} , получим:

$$\phi_{m_1} = \frac{-(-86,6 + j50)(-j0,05)}{j0,11 - j0,05 + 0,2} = -17,43 - j16,4 = 23,94e^{-j136,7^\circ} \text{ В}.$$

Определим комплексную амплитуду напряжения на емкости \dot{U}_{m_C} :

$$\dot{U}_{m_C} = \phi_{m_2} - \phi_{m_1} = -23,94e^{-j136,7^\circ} = 23,94e^{j43,3^\circ} \text{ В}; \text{ откуда}$$

$$u_C(t) = U_{m_C} \sin(\omega t + \psi_{U_C}) = 23,94 \sin(1000t + 43,3^\circ) \text{ В}. \quad \text{Напряжение на}$$

емкости в момент коммутации $t = (0-)$ равно: $u_C(0-) = 23,94 \sin 43,3^\circ = 16,42 \text{ В}$

Определим комплексную амплитуду тока в ветви с индуктивностью

$$\dot{I}_{m_2}: \quad \phi_{m_1} - \phi_{m_2} = jX_L \dot{I}_{m_2},$$

$$\dot{I}_{m_2} = \frac{\phi_{m_1} + \dot{E}_{m_1}}{jX_L} = \frac{-17,43 - j16,4 - 86,6 + j50}{j20} = 1,68 + j5,2 = 5,46 e^{j72^\circ} \text{ А.}$$

Мгновенное значение тока $i_2(t)$ имеет вид:

$$i_2(t) = \dot{I}_{m_2} \sin(\omega t + \psi_{i_2}) = 5,46 \sin(1000t + 72^\circ) \text{ А.}$$

Ток в ветви с индуктивностью в момент коммутации $t = (0-)$ равен:

$$i_2(0-) = 5,46 \sin 72^\circ = 5,2 \text{ А.}$$

Схема после коммутации изображена на рис. 3. Направления токов и

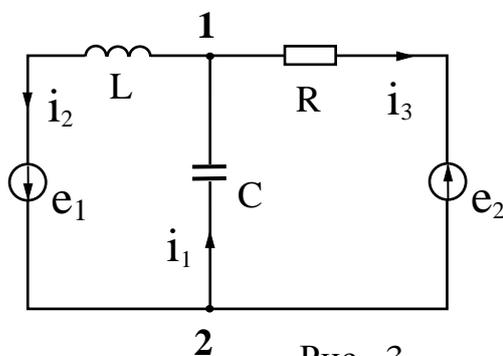


Рис. 3

параметры ветвей с токами i_1 и i_2 такие, как в схеме до коммутации (рис. 2). В ветви с током i_3 добавилось сопротивление $R/2$ и ЭДС e_2 . Искомый ток $i_1(t)$ ищем в виде суммы принужденного и свободного тока:

$$i_1(t) = i_{1\text{пр}}(t) + i_{1\text{св}}(t)$$

Определение принужденного тока $i_{1\text{пр}}(t)$

Применим комплексный метод расчета, так как в схеме

установившийся (принужденный) режим. Используем метод узловых потенциалов. Примем $\phi_{m_2} = 0$, уравнение для определения ϕ_{m_1} имеет вид:

$$\phi_{m_1} = \frac{-\dot{E}_{m_1} \underline{Y}_L + \dot{E}_{m_2} \underline{Y}_R}{\underline{Y}_C + \underline{Y}_L + \underline{Y}_R}, \quad \text{где}$$

$$\dot{E}_{m_1} = \dot{E}_{m_2} = 100 e^{j150^\circ} = -86,6 + j50 \text{ В,}$$

$$\underline{Y}_L = -j0,05 \text{ См, } \underline{Y}_R = 0,1 \text{ См, } \underline{Y}_C = j0,11 \text{ См.}$$

Значение ϕ_{m_1} равно:

$$\phi_{m_1} = \frac{-(-86,6 + j50)(-j0,05) + (-86,6 + j50) \cdot 0,1}{j0,11 - j0,05 + 0,1} = -78,53 + j54,12 = 95,37e^{j145,4^\circ} \text{ В.}$$

$$\phi_{m_1} = -(-jX_C)\dot{I}_{m_1\text{пр}}, \text{ откуда}$$

$$\dot{I}_{m_1\text{пр}} = \frac{-\phi_{m_1}}{-jX_C} = \frac{78,53 - j54,12}{-j9} = 6 + j8,7 = 10,6e^{j55,4^\circ} \text{ А ;}$$

$$i_{1\text{пр}}(t) = I_{m_1\text{пр}} \sin(\omega t + \psi_{i_{1\text{пр}}}) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) \text{ А.}$$

Определим принужденные значения напряжения на емкости и тока в ветви с индуктивностью при $t = 0$, которые будут использованы при расчете операторным методом (смотри п.2 содержания работы).

$$\dot{U}_{m_C} = -\phi_{m_1} = -95,37e^{j145,4^\circ} = 95,37e^{-j34,6^\circ} \text{ В,}$$

$$u_{C\text{пр}}(t) = U_{m_C} \sin(\omega t + \psi_{u_C}) = 95,37 \sin(1000t - 34,6^\circ) \text{ В}$$

$$u_{C\text{пр}}(0) = 95,37 \sin(-34,6^\circ) = -54 \text{ В.}$$

Принужденный ток в ветви с индуктивностью $i_{2\text{пр}}(0)$ определим по формулам:

$$\phi_{m_1} - \phi_{m_2} = jX_L \dot{I}_{m_2\text{пр}} - \dot{E}_{m_1} \quad ,$$

$$\dot{I}_{m_2\text{пр}} = \frac{\phi_{m_1} + \dot{E}_{m_1}}{jX_L} = \frac{-78,53 + j54,12 - 86,6 + j50}{j20} = 5,21 + j8,26 = 9,76e^{j57,8^\circ} \text{ А,}$$

$$i_{2\text{пр}}(t) = I_{m_2\text{пр}} \sin(\omega t + \psi_{i_{2\text{пр}}}) = 9,76 \sin(1000t + 57,8^\circ) \text{ А,}$$

$$i_{2\text{пр}}(0) = 9,76 \sin 57,8^\circ = 8,26 \text{ А.}$$

Определение свободного тока $i_{1св}$

Вид свободной составляющей тока зависит от вида корней характеристического уравнения, которые определим методом входного операторного

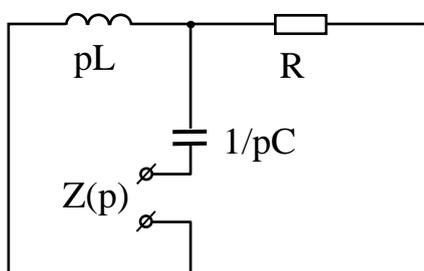


Рис. 4

сопротивления. Схема для определения $Z(p)$ имеет вид (рис. 4). Запишем выражение для операторного сопротивления относительно точек разрыва ветви с искомым током и приравняем его нулю. Получим равенство

$$Z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{pLR}{pL + R} = 0$$

После преобразования получим характеристическое уравнение: $p^2 + p \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC} = 0$. Подставим численные значения: $p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5 = 0$, получим $p_{1,2} = -450 \pm j497,5$. Корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, следовательно, выражение для свободной составляющей тока имеет вид: $i_{1cb}(t) = Ae^{-450t} \sin(497,5t + x)$, где A и x – постоянные интегрирования.

Общее решение имеет вид:

$$i_1(t) = i_{1np}(t) + i_{1cb}(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) + Ae^{-450t} \sin(497,5t + x) A.$$

Определим постоянные интегрирования A и x , для чего найдем значения $i_1(0)$ и $\frac{di_1(0)}{dt}$. Продифференцируем выражение $i_1(t)$:

$$\frac{di_1(t)}{dt} = 10600 \cos(10^3 t + 55,4^\circ) - 450Ae^{-450t} \sin(497,5t + x) + 497,5Ae^{-450t} \cos(497,5t + x)$$

Подставим $t = 0$ в выражения для $i_1(t)$ и $\frac{di_1(t)}{dt}$: $i_1(0) = 8,73 + A \sin x$,

$$\frac{di_1(0)}{dt} = 0,6 \cdot 10^4 - 450 \sin x + 497,5 A \cos x.$$

Для определения $i_1(0)$ и $\frac{di_1(0)}{dt}$ составим уравнения по законам

Кирхгофа для схемы после коммутации и продифференцируем (1) и (2):

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t), \quad (1)$$

$$\frac{1}{C} \int i_1(t) dt + R i_3(t) = -e_2(t), \quad (2)$$

$$L \frac{di_2(t)}{dt} - Ri_3(t) = e_1(t) + e_2(t) , \quad (3)$$

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{di_2(t)}{dt} + \frac{di_3(t)}{dt} , \quad (4)$$

$$\frac{i_1(t)}{C} + R \frac{di_3(t)}{dt} = -\frac{de_2(t)}{dt} , \quad (5)$$

где $\frac{de_2(t)}{dt} = \omega E_{m2} \cos(\omega t + 150^\circ) = 10^5 \cos(1000t + 150^\circ)$, а

$$\frac{de_2(0)}{dt} = -8,7 \cdot 10^4 .$$

Запишем уравнения (1) – (5) при $t = 0$. Учтем , что

$$\frac{1}{C} \int i_1(t) dt = u_C(t) :$$

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0) , \quad (1)$$

$$u_C(0) + Ri_3(0) = -e_2(0) , \quad (2)$$

$$L \frac{di_2(0)}{dt} - Ri_3(0) = e_1(0) + e_2(0) , \quad (3)$$

$$\frac{di_1(0)}{dt} = \frac{di_2(0)}{dt} + \frac{di_3(0)}{dt} , \quad (4)$$

$$\frac{i_1(0)}{C} + R \frac{di_3(0)}{dt} = -\frac{de_2(0)}{dt} . \quad (5)$$

Подставив в уравнения (1) – (5) численные значения параметров схемы R ,

L , C , вычисленные значения $e_1(0) = e_2(0) = 50$, $\frac{de_2(0)}{dt} = -8,7 \cdot 10^4$ и

определенные по законам коммутации значения $i_2(0) = i_2(0^-) = 5,2$ А, $u_C(0) = u_C(0^-) = 16,42$ В, получим: $i_1(0) = 5,2 + i_3(0)$,

$$16,42 + 10i_3(0) = -50 ,$$

$$2 \cdot 10^{-2} \frac{di_2(0)}{dt} - 10i_3(0) = 100 ,$$

$$\frac{di_1(0)}{dt} = \frac{di_2(0)}{dt} + \frac{di_3(0)}{dt} ,$$

$$\frac{i_1(0)}{\frac{1}{9} \cdot 10^{-3}} + 10 \frac{di_3(0)}{dt} = 8,7 \cdot 10^4 .$$

Разрешим полученную систему уравнений относительно $i_1(0)$ и $\frac{di_1(0)}{dt}$:

$$i_1(0) = -1,44, \quad \frac{di_1(0)}{dt} = 1,17 \cdot 10^4 .$$

Таким образом, постоянные интегрирования находим из уравнений:

$$i_1(0) = 8,73 + A \sin x = -1,44 ,$$

$$\frac{di_1(0)}{dt} = 0,6 \cdot 10^4 - 450A \sin x + 497,5A \cos x = 1,17 \cdot 10^4 \text{ или}$$

$$A \sin x = -10,2 ,$$

$$A \cos x = 2,01, \quad \text{откуда} \quad A = \sqrt{10,2^2 + 2,01^2} = 10,36 ,$$

$$x = \operatorname{arctg} \frac{-10,2}{2,01} = -78,8^\circ .$$

Свободная составляющая искомого тока имеет вид:

$$i_{\text{св}}(t) = Ae^{-450t} \sin(497,5t + x) = 10,36e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ) .$$

Итак, искомый ток $i_1(t)$ равен:

$$i_1(t) = i_{\text{ип}}(t) + i_{\text{св}}(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) + 10,36e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ) \text{ А} .$$

2. Операторный метод определения свободной составляющей тока

Составим операторную схему для определения $i_{\text{св}}(t)$ (рис. 5).

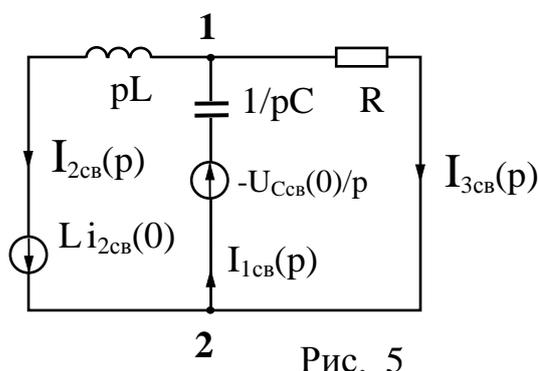


Рис. 5

Определим, значения $u_{\text{св}}(0)$ и

$i_{2\text{св}}(0)$ из выражений:

$$u_{\text{с}}(0) = u_{\text{сип}}(0) + u_{\text{ссв}}(0)$$

$i_2(0) = i_{2\text{пр}}(0) + i_{2\text{св}}(0)$, где значения $u_C(0)$, $i_2(0)$ известны из законов коммутации:

($u_C(0) = u_C(0-) = 16,42$ В, $i_2(0) = i_2(0-) = 5,2$ А), а $u_{C\text{пр}}(0)$ и $i_{2\text{пр}}(0)$ рассчитаны в п. 1 ($u_{C\text{пр}}(0) = -54$ В, $i_{2\text{пр}}(0) = 8,26$ А). Тогда

$$u_{C\text{св}}(0) = u_C(0) - u_{C\text{пр}}(0) = 16,42 + 54 = 70,42 \text{ В},$$

$$i_{2\text{св}}(0) = i_2(0) - i_{2\text{пр}}(0) = 5,2 - 8,26 = -3,06 \text{ А}.$$

Изображение искомого свободного тока $I_{1\text{св}}(p)$ получим, применив метод узловых потенциалов. Изображение потенциала узла **2** примем нулевым. Найдем изображение свободной составляющей потенциала узла **1**:

$$\varphi_{1\text{св}}(p) = \frac{\frac{u_{C\text{св}}(0)}{p \frac{1}{pC}} - \frac{Li_{2\text{св}}(0)}{pL}}{\frac{1}{\frac{1}{pC}} + \frac{1}{pL} + \frac{1}{R}}.$$

Подставив известные числовые данные, получим:

$$\varphi_{1\text{св}}(p) = \frac{\frac{70,42 p \frac{1}{9} 10^{-3}}{p} - \frac{2 \cdot 10^{-2} (-3,6)}{p \cdot 2 \cdot 10^{-2}}}{p \frac{1}{9} 10^{-3} + \frac{1}{p \cdot 2 \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{10}} = \frac{-70,42p + 27,5 \cdot 10^3}{p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5}.$$

Изображение свободного тока $I_{1\text{св}}(p)$ найдем из уравнения:

$$\varphi_{1\text{св}}(p) - \varphi_{2\text{св}}(p) = -I_{1\text{св}}(p) \frac{1}{pC} - \frac{u_{C\text{св}}(0)}{p}, \text{ откуда}$$

$$I_{1\text{св}}(p) = \frac{-\varphi_{1\text{св}}(p) - \frac{u_{C\text{св}}(0)}{p}}{\frac{1}{pC}}, \text{ или с учетом числовых данных}$$

$$I_{\text{лсв}}(p) = \left(-\frac{-70,42p + 27,5 \cdot 10^3}{p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5} - \frac{70,42}{p} \right) \cdot p \cdot \frac{1}{9} 10^{-3} = \frac{-10,1p - 3521}{p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Для нахождения оригинала $i_{\text{лсв}}(t)$ применим теорему разложения:

$$i_{\text{лсв}}(t) = \sum \frac{F_1(p_k)}{F_2(p_k)} e^{p_k t}, \text{ где корни } p_1 \text{ и } p_2 \text{ определяются из выражения:}$$

$$F_2(p) = p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5 = 0, \quad p_{1,2} = -450 \pm j497,5.$$

Заметим, что сумма двух комплексно сопряженных корней p_1 и p_2 в выражении для оригинала $i_1(t)$ равна удвоенной вещественной части одного из корней. Поэтому далее расчет проводим для корня p_1 :

$$F_1(p_1) = -10,1(-450 + j497,5) - 3521 = 1024 - j5024,$$

$$F_2'(p_1) = 2p + 900 = 2(-450 + j497,5) + 900 = j995.$$

$$\frac{F_1(p)}{F_2'(p)} e^{p_1 t} = \frac{1024 - j5024}{j995} e^{(-450 + j497,5)t} = 5,14e^{-450t} e^{j(497,5t - 168,7^\circ)}.$$

Вещественная часть этого числа: $5,14e^{-450t} \cos(497,5t - 168,7^\circ)$, следовательно,

$$i_{\text{лсв}}(t) = 2 \cdot 5,14e^{-450t} \cos(497,5t - 168,7^\circ) = 10,28e^{-450t} \sin(497,5t - 168,7^\circ + 90^\circ)$$

,

$i_{\text{лсв}}(t) = 10,28e^{-450t} \sin(497,5t - 78,7^\circ)$, что достаточно хорошо совпадает со значением $i_{\text{лсв}}(t)$, найденным классическим методом.

Построение зависимости $i_1(t)$

$$i_1(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) + 10,36e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ), \text{ где}$$

$$i_{\text{св}}(t) = 10,36e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ), \quad i_{\text{пр}}(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ).$$

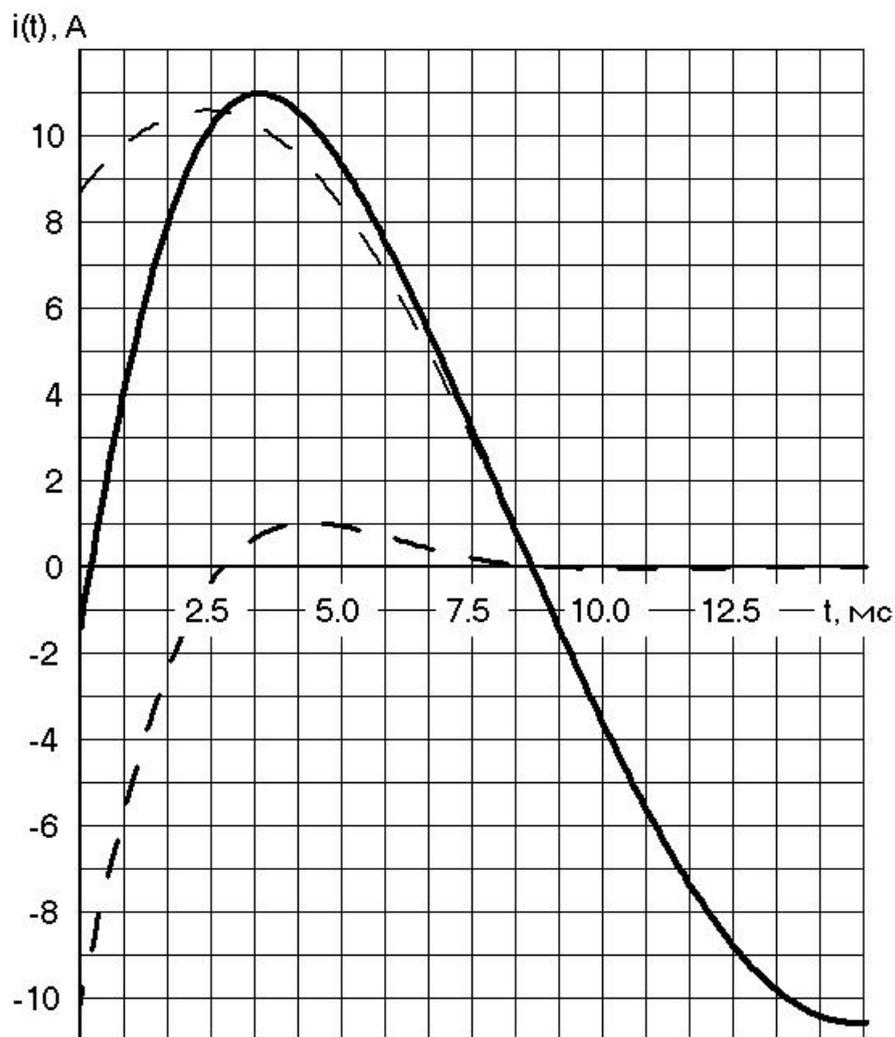


Рис. 6

Выбираем масштаб по оси абсцисс для свободной составляющей тока:

$$m_{\text{осв}} = 24^\circ / \text{см.}$$

Тогда целому периоду этого тока

соответствует отрезок $l_T = 360^\circ / 24^\circ = 15 \text{ см.}$ Этот же отрезок

$$\text{соответствует времени } T_{\text{св}} = 1/f_{\text{св}} = 2\pi / \omega_{\text{св}} = 6,28/497,5 =$$

0,0126 с, то есть масштаб по оси абсцисс для времени $m_{\text{тсв}} = 0,0126 / 15 = 0,00084 \text{ с/см.}$

Таким образом, для точки $t = 0$ $i_{\text{св}}(0) = 10,36e^0 \sin(-78,8^\circ) = -10,13 \text{ А.}$

Для точки $t = 0,00084 \text{ с}$

$$i_{\text{св}}(0,00084) = 10,36e^{-450 \cdot 0,00084} \sin(497,5 \cdot 0,00084 - 78,8^\circ) = -5,706.$$

Для точки $t = 0,00168 \text{ с}$ $i_{\text{св}}(0,00168) = 10,36e^{-0,76} \sin(48^\circ - 78,8^\circ) = -2,43 \text{ А,}$

и так далее.

По оси ординат выберем масштаб для значения тока $m_i = 1\text{A}/\text{см}$. Так как $\omega_{\text{пр}}$ почти в два раза больше $\omega_{\text{св}}$, то масштаб для градусов аргумента принужденного тока $m_{\text{пр}} = 12^\circ / \text{см}$.