Одномерная оптимизация.

Определение минимума или максимума функции одной переменной на заданном отрезке [a,b] с заданной точностью ε.

Пример.

Отделить и уточнить минимум функции

$$f(x) = x^3 - 5.000 \cdot x^2 + 7.638 \cdot x - 3.472$$

Для отделения минимума, используем результаты табулирования на отрезке [a,b].
a=0.5, b=2.6 и шаге табулирования h=0.2.

i	0	1	2	3	4	5	6	7
x_i	0.5	0.8	1.1	1.4	1.7	2	2.3	2.6
$f(x_i)$	-0.7780	-0.0496	0.2108	0.1652	-0.0244	-0.1960	-0.1876	0.1628

Определяем отрезок неопределенности, содержащий минимум: [1.7, 2.3].
Далее производим уточнение минимума с точностью $\varepsilon = 0.01$. Результаты представим в таблице.

Метод деления на три равных отрезка.

$$x_1 = a; \quad x_4 = b; \quad x_2 = x_1 + \frac{(x_4 - x_1)}{3} \quad x_3 = x_4 - \frac{(x_4 - x_1)}{3}$$

i	x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$\lvert x_4 - x_1 \rvert$
1	1.70000	1.90000	2.10000	2.30000	-0.1508	-0.2212	0.60000
2	1.90000	2.03333	2.16667	2.30000	-0.20692	-0.22393	0.40000
3	2.03333	2.12222	2.21111	2.30000	-0.22348	-0.21845	0.26667
4	2.03333	2.09259	2.15185	2.21111	-0.22015	-0.22441	0.17778
5	2.09259	2.13210	2.17160	2.21111	-0.22406	-0.22362	0.11852
6	2.09259	2.11893	2.14527	2.17160	-0.22323	-0.22442	0.07902
7	2.11893	2.13649	2.15405	2.17160	-0.22424	-0.22438	0.05268
8	2.13649	2.14819	2.15990	2.17160	-0.22443	-0.22423	0.03512
9	2.13649	2.14429	2.15210	2.15990	-0.22441	-0.22441	0.02341
10	2.13649	2.14169	2.14689	2.15210	-0.22437	-0.22443	0.01561

$$\mathit{Ответ}: \quad x = 2.14 \pm 0.01 \quad f(x) = -0.2244$$

Количество вычислений функций - 20

Метод половинного деления.

$$x_1 = a; \quad x_4 = b; \quad x_2 = \frac{(x_4 - x_1)}{2} \quad x_3 = x_2 + \frac{\varepsilon}{100}$$

i	x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$\lvert x_4 - x_1 \rvert$
1	1.70000	2.00000	2.00001	2.30000	-0.19600	-0.19604	0.60000
2	2.00000	2.15000	2.15010	2.30000	-0.22443	-0.22442	0.30000
3	2.00000	2.07505	2.07515	2.15010	-0.21711	-0.21713	0.15010
4	2.07505	2.11258	2.11268	2.15010	-0.22265	-0.22266	0.07510
5	2.11258	2.13134	2.13144	2.15010	-0.22403	-0.22403	0.03753
6	2.13134	2.14072	2.14082	2.15010	-0.22435	-0.22435	0.01876

$Ответ: \quad x = 2.14 \pm 0.01 \quad f(x) = -0.2244$

Количество вычислений функций - 12

Метод золотого сечения.

$$z = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx 0.381966$$

$$x_1 = a; \quad x_4 = b; \quad x_2 = x_1 + z \cdot (x_4 - x_1); \quad x_3 = x_4 - z \cdot (x_4 - x_1)$$

i	x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$\lvert x_4 - x_1 \rvert$
1	1.70000	1.92918	2.07082	2.30000	-0.16570	-0.21627	0.60000
2	1.92918	2.07082	2.15836	2.30000	-0.21627	-0.22428	0.37082
3	2.07082	2.15836	2.21246	2.30000	-0.22428	-0.21818	0.22918
4	2.07082	2.12492	2.15836	2.21246	-0.22367	-0.22428	0.14164
5	2.12492	2.158369	2.17902	2.21246	-0.22428	-0.22302	0.08754
6	2.12492	2.14559	2.15836	2.17902	-0.22442	-0.22428	0.05410
7	2.12492	2.13769	2.14559	2.15836	-0.22427	-0.22442	0.03344
8	2.13769	2.14559	2.15047	2.15836	-0.22442	-0.22442	0.02067
9	2.14559	2.15047	2.15348	2.15836	-0.22442	-0.22439	0.01277

$Ответ: \quad x = 2.15 \pm 0.01 \quad f(x) = -0.2244$

Количество вычислений функций - 10

Задание.

Уточнить минимум функции $f(x) = x^3 - B \cdot x^2 + C \cdot x - D$ на отрезке [-5.00, 5.00], при h=0.5 и $\varepsilon = 0.01$

вариант	**B**	**C**	**D**	**вариант**	**B**	**C**	**D**
1	-4.888	-2.930	14.149	**17**	0.107	-10.890	0.336
2	-4.576	-3.915	13.792	**18**	0.419	-10.835	-0.795
3	-4.264	-4.835	13.336	**19**	0.731	-10.715	-1.916
4	-3.952	-5.690	12.788	**20**	1.043	-10.531	-3.022
5	-3.640	-6.480	12.154	**21**	1.355	-10.281	-4.106
6	-3.327	-7.204	11.442	**22**	1.668	-9.966	-5.160
7	-3.015	-7.864	10.657	**23**	1.980	-9.587	-6.178
8	-2.703	-8.459	9.807	**24**	2.292	-9.142	-7.153
9	-2.391	-8.989	8.899	**25**	2.604	-8.632	-8.078
10	-2.079	-9.454	7.939	**26**	2.916	-8.058	-8.947
11	-1.766	-9.854	6.934	**27**	3.229	-7.418	-9.753
12	-1.454	-10.189	5.890	**28**	3.541	-6.714	-10.488
13	-1.142	-10.459	4.815	**29**	3.853	-5.944	-11.148
14	-0.830	-10.665	3.716	**30**	4.165	-5.110	-11.723
15	-0.518	-10.805	2.598	**31**	4.477	-4.210	-12.209
16	-0.205	-10.880	1.469	**32**	4.790	-3.246	-12.597