Численное интегрирование.

Пример.

Вычислить значение определенного интеграла $I = \int\limits_{0.6}^{1.6} (x+1)\cos(\frac{x^2}{2})\, dx$ численными методами.

Отрезок интегрирования разобьем на $n = 10$ частей. Шаг интегрирования $h = \frac{1.6 - 0.6}{10} = 0.1$

Строим таблицу значений подынтегральной функции в точках деления отрезка и в средних точках.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000	1.1000	1.2000	1.3000	1.4000	1.5000	1.6000
$f(x_i)$	1.5741	1.6492	1.7086	1.7463	1.7552	1.7273	1.6540	1.5266	1.3369	1.0779	0.7455
$x_i + \frac{h}{2}$	0.6500	0.7500	0.8500	0.9500	1.0500	1.1500	1.2500	1.3500	1.4500	1.5500	
$f(x_i + \frac{h}{2})$	1.6133	1.6812	1.7306	1.7548	1.7463	1.6968	1.5976	1.4400	1.2164	0.9210	

Метод прямоугольников вперед.

$$s_i = h \cdot f(x_{i-1}); \quad I = \sum_{i=1}^{n} s_i = h \cdot \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1})$$
$$I = 0.1 \cdot (1.5741 + 1.6492 + 1.7086 + 1.7463 + 1.7552 + 1.72731.6540 + 1.5266 + 1.3369 + 1.0779$$
$$I = 1.5756$$

Метод прямоугольников назад.

$$s_i = h \cdot f(x_i); \quad I = \sum_{i=1}^{n} s_i = h \cdot \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

$$I = 0.1 \cdot (1.6492 + 1.7086 + 1.7463 + 1.7552 + 1.72731.6540 + 1.5266 + 1.3369 + 1.0779 + 0.7455)$$

$$I = 1.4927$$

Метод прямоугольники в среднем.

$$s_i = h \cdot f(x_i - \frac{h}{2}); \quad I = \sum_{i=1}^{n} s_i = h \cdot \sum_{i=1}^{n} f(x_i - \frac{h}{2})$$

$$I = 0.1 \cdot (1.6133 + 1.6812 + 1.7306 + 1.7548 + 1.7463 + 1.6968 + 1.5976 + 1.4400 + 1.2164 + 0.9210)$$

$I = 1.5398$

Метод трапеций.

$$s_i = h \cdot \frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2}; \quad I = \sum_{i=1}^{n} s_i = h \cdot (\frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$$

$$I = 0.1 \cdot (\frac{1.5741}{2} + 1.6492 + 1.7086 + 1.7463 + 1.7552 + 1.72731.6540 + 1.5266 + 1.3369 +$$
$$1.0779 + \frac{0.7455}{2})$$

$I = 1.5342$

Метод Симпсона.

$$I = \frac{h}{6} \sum_{i\ 1}^{n} (f(x_{i-1}) + 4 \cdot f(x_i - \frac{h}{2}) + f(x_i)) = \frac{h}{6} \left(f(x_0) + 4 \sum_{i=1}^{n} f(x_i - \frac{h}{2}) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right)$$

$$\mathrm{I} = \frac{0.1}{6} \left(1.5741 + 4 \cdot (1.6133 + 1.6812 + 1.7306 + 1.7548 + 1.7463 + 1.6968 + 1.5976 + 1.4400 + \right.$$
$$1.2164 + 0.9210) + 2 \cdot (1.6492 + 1.7086 + 1.7463 + 1.7552 + 1.7273 + 1.6540 + 1.5266 +$$
$$\left. 1.3369 + 1.0779) + 0.7455 \right)$$

$I = 1.5379$

Задания.

1. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sqrt{x^2 + 5}\, dx}{2x + \sqrt{x^2 + 0.5}}$

2. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sqrt{0.5x + 2}\, dx}{\sqrt{2x^2 + 1} + 0.8}$

3. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sqrt{0.8x^2 + 1}\, dx}{x + \sqrt{1.5x^2 + 2}}$

4. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sqrt{1.5x + 0.6}\, dx}{1.6 + \sqrt{0.8x^2 + 2}}$

5. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sqrt{0.8x^2 + 1}\, dx}{x + \sqrt{1.5x^2 + 2}}$

6. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

7. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3.2}}$

8. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1.3}}$

9. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$

10. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 3}}$

11. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{2 + 0.5x^2}}$

12. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{13x^2 - 1}}$

13. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{0.5 + x^2}}$

14. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{dx}{\sqrt{0.4 + 1.5x^2}}$

15 $\int_{0.5}^{1.5} \frac{2x\, dx}{\sqrt{x^2 + 0.7}}$

16. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{6x\, dx}{\sqrt{0.1x^2 + 1.8}}$

17. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{(x + 2)dx}{\sqrt{0.2x^2 + 0.1}}$

18. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\ln(x + 2)}{x} dx$

19. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{tg(x^2)}{x^2 + 1} dx$

20. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\cos x}{x+1} dx$

21. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sin(2x)}{x^2} dx$

22. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{tg(x^2+1)}{x} dx$

23. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\cos x}{x+2} dx$

24. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{tg(x^2+0.5)}{1+2x^2} dx$

25. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sin x}{x+1} dx$

26. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\ln(x^2+2)}{x+1} dx$

27. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\cos(x^2)}{x+1} dx$

28. $\int_{0.5}^{1.5} \frac{\sin(x^2-1)}{2\sqrt{x}} dx$

29. $\int_{0.5}^{1.5} (x+1)\sin x \, dx$

30. $\int_{0.5}^{1.5} \sqrt{x} \cos(x^2) \, dx$

31. $\int_{0.5}^{1.5} (2x+0.5)\sin x \, dx$

32. $\int_{0.5}^{1.5} x^2 tgx \, dx$