

Численные методы уточнения корней нелинейного уравнения.

Пример.

Отделить и уточнить корни уравнения.

$$x^3 - 5.000 \cdot x^2 + 7.638 \cdot x - 3.472 = 0$$

Для отделения корней, используем результаты табулирования на отрезке [a,b].

a=0.5, b=2.6 и шаге табулирования h=0.3.

i	0	1	2	3	4	5	6	7
x_i	0.5	0.8	1.1	1.4	1.7	2	2.3	2.6
$f(x_i)$	-0.778	-0.05	0.2108	0.1652	-0.024	-0.196	-0.188	0.1628

Определяем три интервала содержащих корни: [0.8, 1.1], [1.4, 1.7] и [2.3, 2.6].

Далее производим уточнение корней с точностью $\varepsilon = 0.01$. Результаты представим в таблице.

Метод половинного деления.

i	a_1	$x = (b+a)/2$	b_1	$f(a_1)$	$f(x)$	$f(b_1)$	$ b-a $
1	0.8000	0.9500	1.1000	-0.0496	0.1290	0.2108	0.3000
2	0.8000	0.8750	0.9500	-0.0496	0.0530	0.1290	0.1500
3	0.8000	0.8375	0.8750	-0.0496	0.0052	0.0530	0.0750
4	0.8000	0.8188	0.8375	-0.0496	-0.0213	0.0052	0.0375
5	0.8188	0.8281	0.8375	-0.0213	-0.0078	0.0052	0.0187

Ответ: $x = 0.83 \pm 0.01$ $f(x) = -0.00785$

Метод касательных.

i	x_{i-1}	$f(x_{i-1})$	$f'(x_{i-1})$	$h = f(x_{i-1})/f'(x_{i-1})$	$x_i = x_{i-1} - h$
1	1.7	-0.02440	-0.69200	0.03521	1.6647
2	1.6647	0.00001	-0.69531	-0.00012	1.6649

Ответ: $x = 1.66 \pm 0.01$ $f(x) \approx 0.00003$

Метод простых итераций.

$$\beta = -1.0$$

i	x_{i-1}	$f(x_{i-1})$	$h = \beta \cdot f(x_{i-1})$	$x_i = x_{i-1} + h$
1	2.6	0.1628	-0.1628	2.4372
2	2.4372	-0.0796	0.0796	2.5168
3	2.5168	0.0220	-0.0220	2.4948
4	2.4948	-0.0092	0.0092	2.5040

Ответ: $x = 2.50 \pm 0.01$ $f(x) \approx 0.00359$

Задание.

Уточнить корни уравнения $x^3 - B \cdot x^2 + C \cdot x - D = 0$ на отрезке $[-5.00, 5.00]$,
при $h=0.5$ и $\varepsilon = 0.01$

вариант	B	C	D	вариант	B	C	D
1	-4.888	-2.930	14.149	17	0.107	-10.890	0.336
2	-4.576	-3.915	13.792	18	0.419	-10.835	-0.795
3	-4.264	-4.835	13.336	19	0.731	-10.715	-1.916
4	-3.952	-5.690	12.788	20	1.043	-10.531	-3.022
5	-3.640	-6.480	12.154	21	1.355	-10.281	-4.106
6	-3.327	-7.204	11.442	22	1.668	-9.966	-5.160
7	-3.015	-7.864	10.657	23	1.980	-9.587	-6.178
8	-2.703	-8.459	9.807	24	2.292	-9.142	-7.153
9	-2.391	-8.989	8.899	25	2.604	-8.632	-8.078
10	-2.079	-9.454	7.939	26	2.916	-8.058	-8.947
11	-1.766	-9.854	6.934	27	3.229	-7.418	-9.753
12	-1.454	-10.189	5.890	28	3.541	-6.714	-10.488
13	-1.142	-10.459	4.815	29	3.853	-5.944	-11.148
14	-0.830	-10.665	3.716	30	4.165	-5.110	-11.723
15	-0.518	-10.805	2.598	31	4.477	-4.210	-12.209
16	-0.205	-10.880	1.469	32	4.790	-3.246	-12.597