

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет»

Кафедра общей электротехники

Е. М. Черникова, Ю. М. Кайгородов

РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Рекомендованы учебно-методической комиссией специальности
130404 «Подземная разработка месторождений полезных ископаемых»
в качестве электронного издания для самостоятельной работы

Кемерово 2011

Рецензенты

Матвеев В. Н. – профессор кафедры общей электротехники

Филимонов К. А. – председатель УМК специальности 130404 «Подземная разработка месторождений полезных ископаемых»

Черникова Татьяна Макаровна, Кайгородов Юрий Миронович. Расчет цепей постоянного и переменного тока : метод. указания к самостоятельной работе [Электронный ресурс]: для студентов специальностей 130404 «Подземная разработка месторождений полезных ископаемых», 130401 «Физические процессы горного или нефтегазового производства», 130406 «Шахтное и подземное строительство», 270205 «Автомобильные дороги и аэродромы» / Т. М. Черникова, Ю. М. Кайгородов.– Электрон. дан. – Кемерово : ГУ КузГТУ, 2011. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; зв. ; цв. ; 12 см. – Систем. требования : Pentium IV ; ОЗУ 512 Мб ; Windows XP; (CD-ROM-дисковод) ; мышь. – Загл. с экрана

Представлены **три задания**, охватывающие основные разделы теоретического курса: цепи постоянного тока, цепи однофазного и трехфазного переменного тока, а также даны основные теоретические положения, необходимые для расчета цепей постоянного тока, цепей переменного синусоидального тока и трехфазных цепей.

© ГУ КузГТУ
© Черникова Т. М.,
Кайгородов Ю. М.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Задание 1. Расчет цепей постоянного тока.....	5
2. Задание 2. Расчет однофазных цепей переменного тока.....	15
3. Задание 3. Расчет трехфазных цепей.....	23
Приложение 1.....	28
Приложение 2.....	29
Список рекомендуемой литературы.....	30

ВВЕДЕНИЕ

Целью самостоятельной работы является самостоятельный активный поиск решений типовых задач, используя материалы лекционных занятий и учебных пособий. Результатом самостоятельных занятий является закрепление теоретического материала по дисциплине «Электротехника и электроника», получение навыков расчета и анализа электрических цепей различными методами.

Методические указания содержат **три задания**, охватывающие основные разделы теоретического курса: цепи постоянного тока, цепи однофазного и трехфазного переменного тока. Каждое задание имеет большое количество вариантов и для исключения дублирования задается трехзначным шифром. Задание составлено так, что преподаватель по своему усмотрению может как упростить его, так и усложнить. Указания рассчитаны на студентов, уже проработавших соответствующие разделы курса.

Отчет оформляется на листах формата А4 или на развернутых тетрадных листах. На титульном листе указываются: название вуза, кафедры, наименование задания, номер варианта, учебная группа, Ф.И.О. автора и проверяющего преподавателя. Графические материалы должны выполняться в соответствии с типовыми требованиями.

Студентам необходимо сдать первое задание до девятой учебной недели, второе – до двенадцатой, третье – до четырнадцатой учебной недели. Выполнение заданий учитывается в проставлении контрольных точек.

ЗАДАНИЕ № 1

РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель задания – научиться самостоятельно рассчитывать сложные электрические цепи постоянного тока с несколькими источниками энергии и освоить основные методы расчета.

Задание.

1. Предварительно преобразовав пассивный треугольник в эквивалентную звезду, рассчитать токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов.

2. Рассчитать токи в исходной схеме методом контурных токов.

3. Методом эквивалентного генератора определить ток в N_k -ой ветви.

4. Составить баланс мощностей.

5. Построить потенциальную диаграмму для контура, содержащего две ЭДС.

Исходные данные в табл. 1.1, схема – в прил. I.

Таблица 1.1

N п/п	N_k	E_1	E_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
Схема	№ ветви	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	4	100	300	12	24	16	60	50	40
2	5	150	200	10	15	20	50	30	90
3	6	300	150	25	30	20	80	100	60
4	4	100	250	40	20	30	100	60	40
5	5	200	350	18	20	25	80	50	90
6	6	300	200	16	12	18	40	80	50
7	6	280	150	15	12	16	30	70	80
8	4	150	250	10	20	15	70	120	60
9	5	50	250	24	36	28	90	60	40
1 цифра		2 цифра		3 цифра					

Домашнее задание задается трехзначным шифром. По первой цифре шифра задается схема и ветвь, в которой нужно определить ток методом эквивалентного генератора. По второй цифре задаются значения ЭДС и по третьей – значения сопротивлений.

ПРИМЕР РАСЧЕТА ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

1.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПАССИВНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА В ЭКВИВАЛЕНТНУЮ ЗВЕЗДУ

Рассмотрим схему на рис. 1.1.

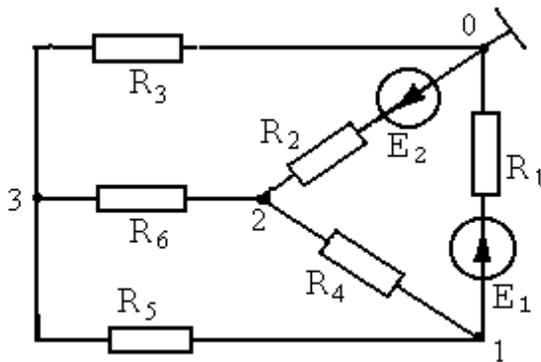


Рис. 1.1

В данной схеме (рис. 1.1) пассивным является треугольник, содержащий сопротивления R_4 , R_5 , R_6 .

Упрощаем схему путем преобразования пассивного треугольника в эквивалентную звезду (рис. 1.2).

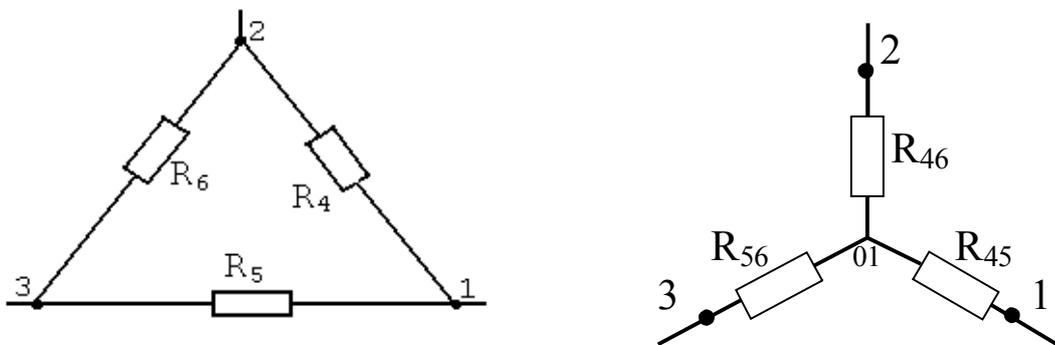


Рис. 1.2

$$R_{45} = R_4 R_5 / (R_4 + R_5 + R_6);$$

$$R_{46} = R_4 R_6 / (R_4 + R_5 + R_6);$$

$$R_{56} = R_5 R_6 / (R_4 + R_5 + R_6).$$

В результате преобразования получим схему с двумя узлами (рис. 1.3):

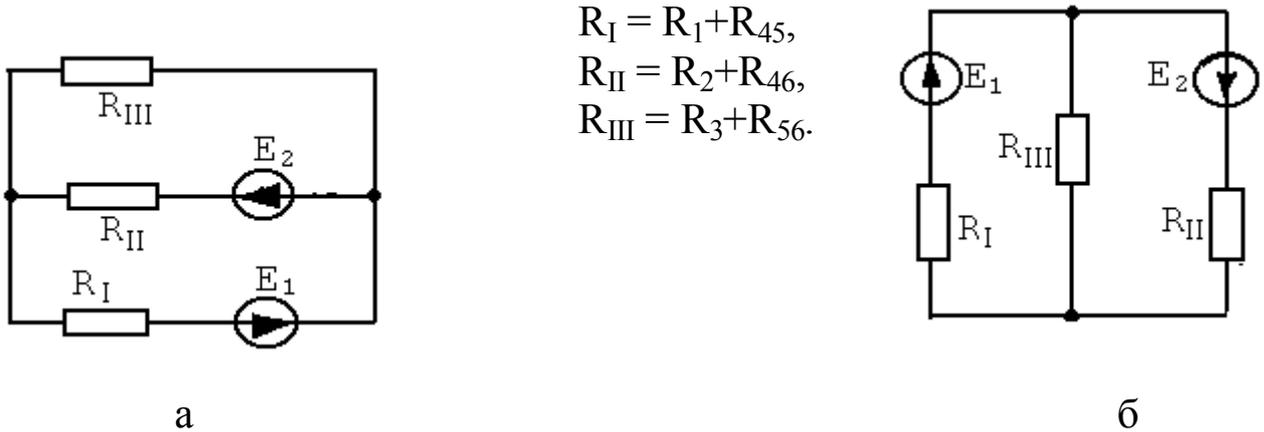


Рис. 1.3

1.2. РАСЧЕТ МЕТОДОМ НАЛОЖЕНИЯ

Для расчета используем упрощенную схему с двумя узлами (рис. 1.4, а).

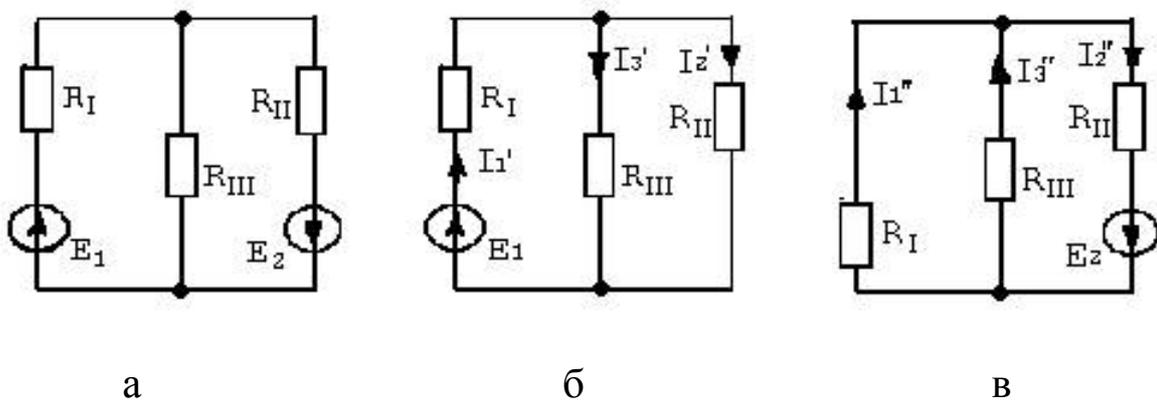


Рис. 1.4

Расчет проводим в последовательности:

а) исключаем из схемы E_2 (рис. 1.4, б). Задаем направление токов I_1', I_2', I_3' ;

б) методом свертывания схемы определяем токи, создаваемые E_1 ($I_1'; I_2'; I_3'$):

$$I_1' = E_1 / R_{\text{экв}}, \quad R_{\text{экв}} = R_I + R_{II}R_{III} / (R_{II} + R_{III}),$$

$$I_2' = I_1'R_{III} / (R_I + R_{III}), \quad I_3' = I_1'R_{II} / (R_{II} + R_{III});$$

в) делаем проверку по первому закону Кирхгофа;

г) исключаем ЭДС E_1 (рис. 1.4, в). Задаем направления токов I_1'', I_2'', I_3'' ;

д) аналогично п. б) определяем токи $I_1''; I_2''; I_3''$. Делаем проверку по первому закону Кирхгофа;

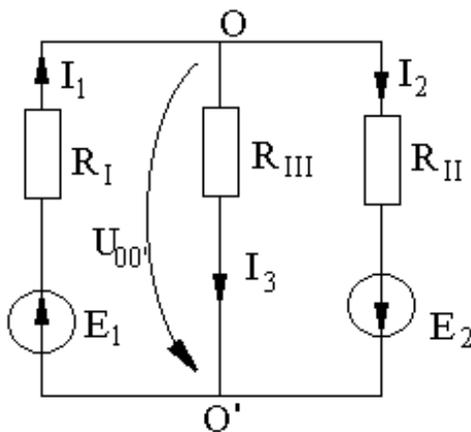
е) определяем токи в упрощенной схеме (рис. 1.4, а) как алгебраическую сумму токов, найденных в п. б) и д). Знак (+) ставим перед частичным током, если его направление совпадает с направлением этого тока в исходной схеме;

ж) делаем проверку по первому закону Кирхгофа.

1.3. МЕТОД ДВУХ УЗЛОВ (ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ МЕТОДА УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ)

Расчет проводим в последовательности:

а) задаем направление токов и напряжение в ветвях преобразованной схемы. Для схемы рис. 1.5 определяем проводимость ветвей:



$$g_1 = 1 / R_I,$$

$$g_2 = 1 / R_{II},$$

$$g_3 = 1 / R_{III};$$

Рис. 1.5

б) определяем узловое напряжение, используя метод двух узлов. Для схемы рис. 1.5:

$$U_{00'} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k g_k}{\sum_{m=1}^n g_m}; \quad U_{00'} = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3},$$

где знак (\pm) зависит от взаимного направления E_1 и E_2 : если ЭДС направлена к узлу 0 – (+), если от узла 0 – (–).

в) определяем токи в ветвях упрощенной схемы по закону Ома для активного участка цепи:

$$I_1 = (E_1 - U_{00'}) / R_I \quad I_2 = (E_2 + U_{00'}) / R_{II} \quad I_3 = U_{00'} / R_{III};$$

г) делаем проверку по первому закону Кирхгофа;

д) находим остальные токи в исходной непреобразованной схеме с помощью уравнений второго и первого законов Кирхгофа. Причем, если у полученных значений тока или напряжения окажется знак (–), то это означает, что их действительное направление противоположно выбранному;

е) делаем проверку расчетов по первому закону Кирхгофа для любых двух узлов, используя исходную схему и расчетные значения токов.

1.4. РАСЧЕТ МЕТОДОМ КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Расчет проводится в последовательности:

а) выбрать направление контурных токов и положительные направления токов во всех ветвях (рис. 1.6);

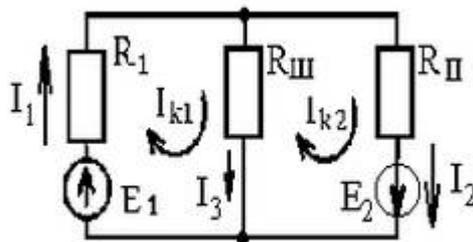


Рис. 1.6

б) составить систему двух уравнений:

$$\begin{aligned} I_{k1}R_{11} - I_{k2}R_{12} &= E_{11}, \\ -I_{k1}R_{12} + I_{k2}R_{22} &= E_{22}; \end{aligned}$$

где $R_{12} = R_{21}$ – взаимные сопротивления контуров; R_{11} , R_{22} – собственные сопротивления контуров, равные сумме сопротивлений соответствующего контура; E_{11} , E_{22} – сумма ЭДС соответствующего контура.

Знак взаимного сопротивления определяется направлением контурных токов в нем. Если контурные токи во взаимном сопротивлении совпадают по направлению, то R_{12} берется со знаком (+), если нет, то (-).

Для схемы рис. 1.6 уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} I_{k1}(R_I + R_{III}) - I_{k2}R_{III} &= E_1, \\ -I_{k1}R_{III} + I_{k2}(R_{III} + R_{II}) &= E_2. \end{aligned}$$

Если направление ЭДС совпадает с направлением контурного тока, ставится знак (+), если не совпадает, то (-).

Решение системы уравнений с помощью определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_I + R_{III} & -R_{III} \\ -R_{III} & R_{III} + R_{II} \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & -R_{III} \\ E_2 & R_{III} + R_{II} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_I + R_{III} & E_1 \\ -R_{III} & E_2 \end{vmatrix}.$$

Токи во внешних ветвях равны соответствующим контурным токам, а в смежных – алгебраической сумме соответствующих контурных токов.

$$I_{k1} = I_1 = \Delta_1 / \Delta, \quad I_{k2} = I_2 = \Delta_2 / \Delta.$$

Для схемы рис. 1.6 $I_3 = I_{k1} - I_{k2}$, т.к. контурные токи в резисторе R_{III} направлены навстречу друг другу;

в) делаем проверку по первому закону Кирхгофа;

г) сравниваем токи, найденные методом контурных токов, с токами, найденными другими методами. Они должны быть равны.

1.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ В ЭКВИВАЛЕНТНОМ
ТРЕУГОЛЬНИКЕ ИСХОДНОЙ СХЕМЫ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ЗАКОНА
КИРХГОФА

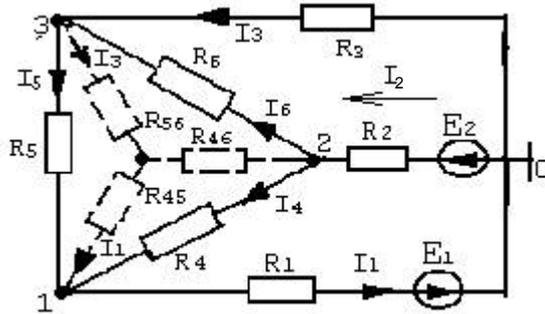


Рис. 1.7

Для схемы рис. 1.7 уравнения второго закона Кирхгофа имеют вид (направление обхода контуров – по часовой стрелке):

$$\begin{aligned} E_2 &= I_2 R_2 + I_6 R_6 - I_3 R_3; \\ -E_2 - E_1 &= -I_2 R_2 - I_1 R_1 - I_4 R_4; \\ 0 &= I_4 R_4 + I_5 R_5 - I_6 R_6. \end{aligned}$$

Отсюда получаем:

$$\begin{aligned} I_4 &= \frac{E_2 + E_1 - I_2 R_2 - I_1 R_1}{R_4}; \\ I_5 &= \frac{I_4 R_4 - I_6 R_6}{R_5}; \\ I_6 &= \frac{E_2 - I_2 R_2 + I_3 R_3}{R_6}. \end{aligned}$$

Если в результате решения этих уравнений ток получится со знаком (–), то это означает, что действительное направление тока противоположно выбранному.

1.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА I_K ($K = 5$) МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Определяем ЭДС эквивалентного генератора $E_{\text{ЭКВ}}$, то есть напряжение между узлами, к которым подключена N_K ($k=5$) ветвь. Для этого убираем ветвь с R_5 (рис. 1.8) и находим токи в оставшейся схеме любым ранее рассмотренным методом.

Например, в схеме на рис. 1.8 находим токи методом двух узлов.

$$U_{02} = [(E_1(R_1 + R_4)) - (E_2/R_2)] / [(1/(R_1 + R_4)) + (1/R_2) + (1/(R_3 + R_6))].$$

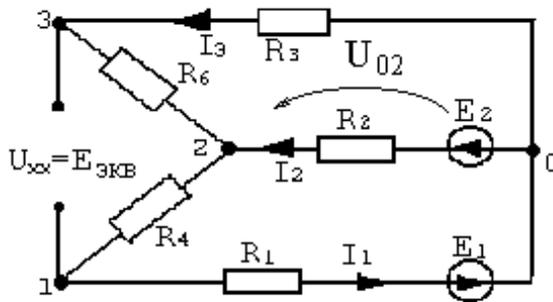


Рис. 1.8

$$I_1 = (E_1 - U_{02}) / (R_1 + R_4); \quad I_2 = (E_2 + U_{02}) / R_2;$$

$$I_3 = U_{02} / (R_3 + R_6).$$

Определяем $E_{\text{ЭКВ}} = U_{\text{ХХ}} = \varphi_1 - \varphi_3$,

$$\text{где } \varphi_0 = 0; \quad \varphi_3 = -I_3 R_3; \quad \varphi_1 = I_1 R_1 - E_1.$$

Для того чтобы найти внутреннее сопротивление эквивалентного генератора относительно зажимов (3) и (1), закорачиваем все ЭДС и рассчитываем схему методом эквивалентных преобразований (рис. 1.9).

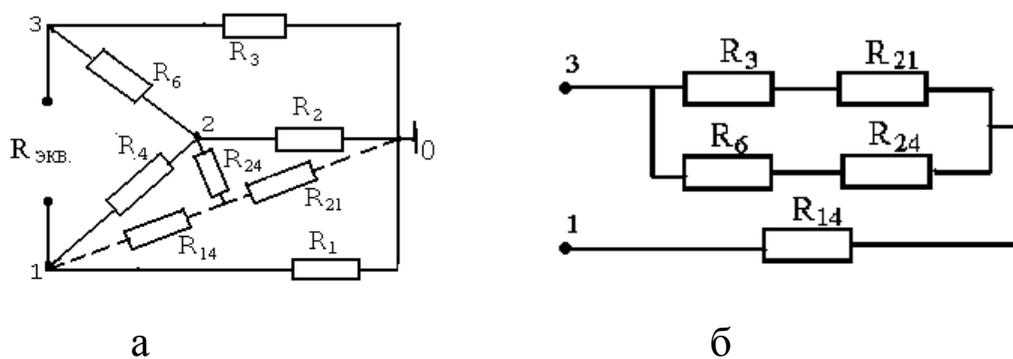


Рис. 1.9

$$\begin{aligned}
 R_{21} &= R_2 R_1 / (R_1 + R_2 + R_4), \\
 R_{14} &= R_4 R_1 / (R_1 + R_2 + R_4), \\
 R_{24} &= R_2 R_4 / (R_1 + R_2 + R_4), \\
 R_{\text{ЭКВ}} &= R_{14} + [(R_3 + R_{21})(R_6 + R_{24}) / (R_3 + R_{21} + R_6 + R_{24})].
 \end{aligned}$$

Находим ток в пятой ветви: $I_5 = E_{\text{ЭКВ}} / (R_{\text{ЭКВ}} + R_5)$.

Значение тока I_k (I_5) должно соответствовать значению тока в этой ветви, найденному другими методами. Значения токов, вычисленные разными методами, запишем в табл. 1.2. Погрешность расчета не должна превышать 2 %.

Таблица 1.2

Метод расчета	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
Наложения						
Узлового напряжения						
Контурных токов						
Эквивалентного генератора						

1.7. БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ

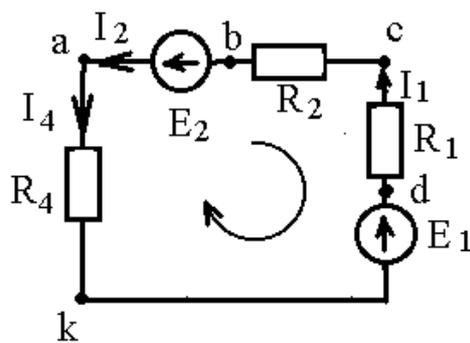
По закону сохранения энергии мощность, потребляемая от источника, равна мощности, выделяемой в потребителе:

$$\pm E_1 I_1 \pm E_2 I_2 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6.$$

Знак перед произведением E и I определяется по направлению E и I : если они совпадают, берется (+), если противоположны – (-). Погрешность расчета баланса мощностей не должна превышать 2 %.

1.8. ПОСТРОЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ДИАГРАММЫ

Для построения потенциальной диаграммы выбираем любой контур исходной схемы, содержащей две ЭДС (E_1 и E_2). Обозначим истинные направления токов в ветвях и зададим направление обхода контура, заземлим любую точку контура и вычислим потенциалы всех других точек (см. пример расчета рис. 1.10). Потенциальная диаграмма приведена на рис. 1.11.



$$\begin{aligned}\varphi_a &= 0; \\ \varphi_b &= \varphi_a - E_2; \\ \varphi_c &= \varphi_b + I_2 R_2; \\ \varphi_d &= \varphi_c + I_1 R_1; \\ \varphi_k &= \varphi_d - E_1; \\ \varphi_a &= \varphi_k + I_4 R_4 = 0.\end{aligned}$$

Рис. 1.10

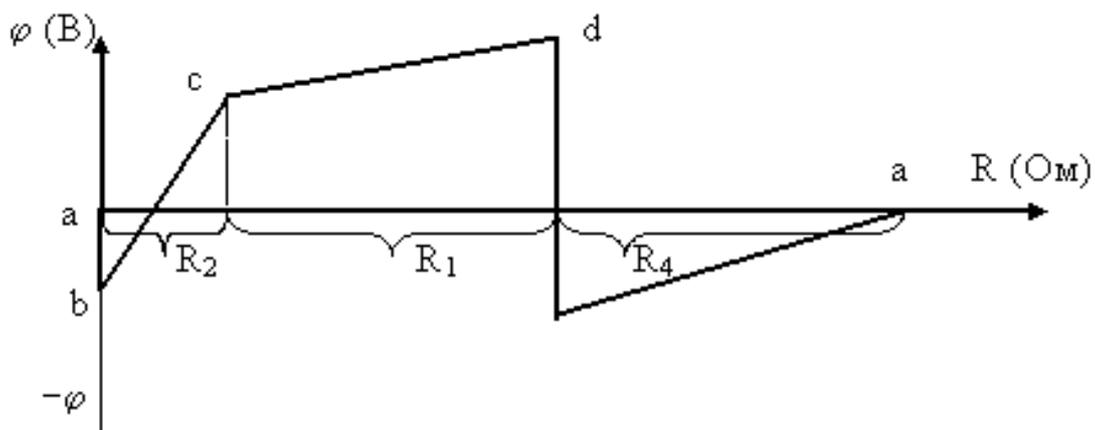


Рис. 1.11

ЗАДАНИЕ № 2

РАСЧЕТ ОДНОФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель задания – приобретение навыков анализа и расчета цепей переменного тока.

Задание.

1. Определить токи во всех ветвях схемы и напряжение на каждом элементе цепи следующими методами:

а) проводимостей;

б) символическим методом эквивалентного преобразования схемы и узлового напряжения.

2. Составить баланс мощностей.

3. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

Исходные данные приведены в табл. 2.1, схема – в прил. II.

Таблица 2.1

№ п/п	E_1 , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ	C_3 , мкФ	L_1 , мГн	L_2 , мГн	L_3 , мГн
1	100	1	3	5	396	354	796	12,75	38,2	12,75
2	120	2	4	6	265,25	1060	454,7	28,65	15,92	22,29
3	130	7	8	1	637	796	396	9,55	19,1	25,5
4	140	9	2	3	530	637	353,8	15,92	28,65	38,65
5	110	4	5	6	354	530	637	12,75	38,2	15,92
6	150	5	4	3	265	796	212,3	19,1	31,95	17,75
7	160	2	1	2	318	265	796	9,55	63,9	12,75
8	170	3	4	5	159	530	318,3	38,2	47,75	31,95
9	180	6	5	4	212	796	265	19,1	25,5	38,2
	1	2			3					

Частота тока $f = 50$ Гц.

2.1. ПРИМЕР РАСЧЕТА ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ № 2

Находим величины реактивных сопротивлений:

$$X_L = \omega L = 2\pi f 10^{-3} = 314 L 10^{-3} \text{ Ом},$$

$$X_C = 1/\omega C = 1/(2\pi C 10^{-6}) = 10^6/(314C) \text{ Ом},$$

где L – индуктивность, мГн, C – емкость, мкФ. Только в этих случаях допускается округление до целых чисел.

2.2. РАСЧЕТ ТОКОВ МЕТОДОМ ПРОВОДИМОСТЕЙ

Находим величины реактивных сопротивлений в каждой ветви $X = X_L - X_C$, при $X(+)$ характер результирующего реактивного сопротивления индуктивный, при $X(-)$ – емкостный. В одной из ветвей возможен резонанс, когда $X_C = X_L$, $X = 0$. Составляем схему замещения. Рассмотрим пример (рис. 2.1).

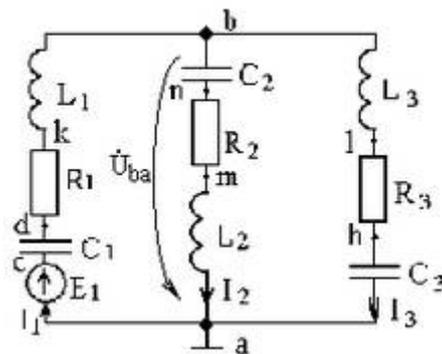
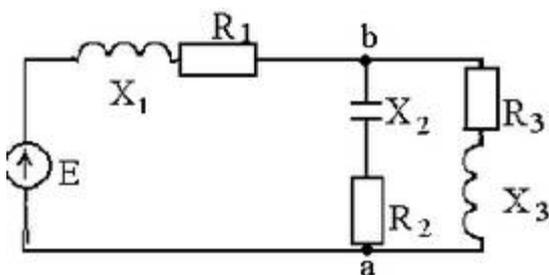


Рис. 2.1

Схема замещения имеет вид, показанный на рис. 2.2.



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Рис. 2.2

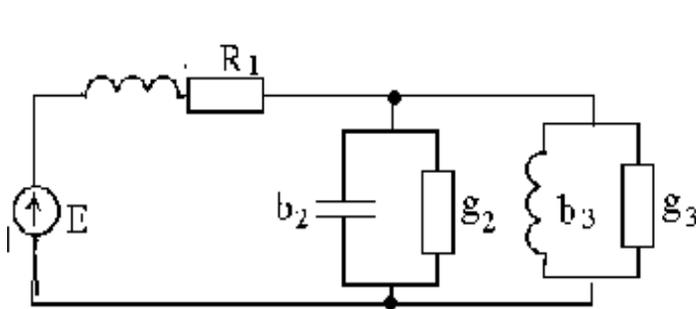
Находим активные и реактивные проводимости параллельных ветвей. Параллельная ветвь 2 (X_2 – емкостный характер):

$$g_2 = R_2 / (R_2^2 + X_2^2); \quad b_2 = -X_2 / (R_2^2 + X_2^2).$$

Параллельная ветвь 3 (X_3 – индуктивный характер):

$$g_3 = R_3 / (R_3^2 + X_3^2); \quad b_3 = X_3 / (R_3^2 + X_3^2).$$

В результате преобразования схема будет иметь вид (рис. 2.3).

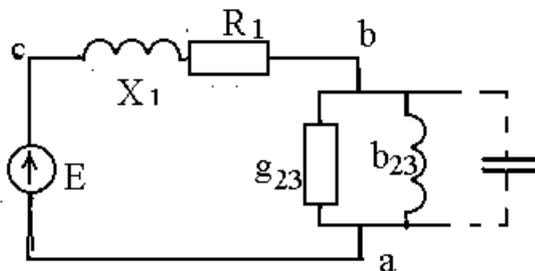


$$Y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2};$$

$$Y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2}.$$

Рис. 2.3

Определяем эквивалентные проводимости двух ветвей:



$$g_{23} = g_2 + g_3,$$

$$b_{23} = b_3 - b_2,$$

$$Y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2} = Y_{ab}.$$

Рис. 2.4

Характер проводимости b_{23} определяется по знаку b_{23} : при (+) – индуктивный, при (–) – емкостный. Схема имеет вид, показанный на рис. 2.4.

На участке ab от проводимостей переходим к сопротивлениям, т.к. этот участок соединен последовательно с участком bc :

$$R_{ab} = g_{23} / Y_{23}^2, \quad X_{ab} = b_{23} / Y_{23}^2.$$

При переходе к сопротивлениям схема замещения представлена на рис. 2.5, а.

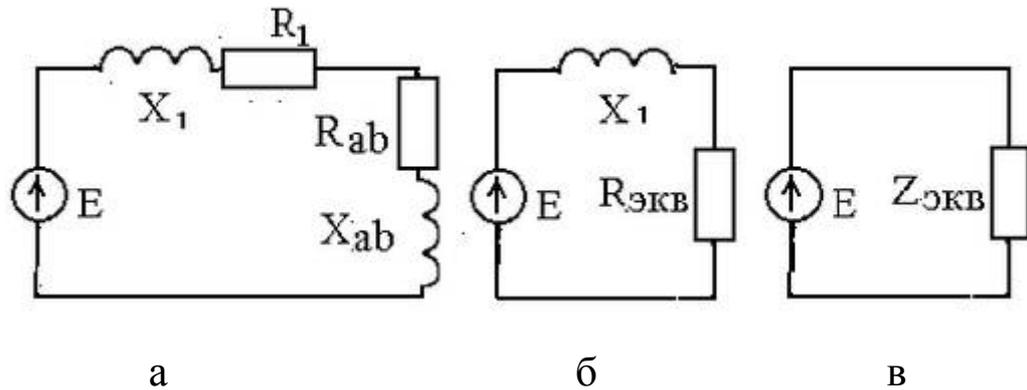


Рис. 2.5

Определяем эквивалентное сопротивление схемы рис. 2.5, б и 2.5, в:

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_{ab}; \quad X_{\text{ЭКВ}} = X_1 + X_{ab}; \quad Z_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{R_{\text{ЭКВ}}^2 + X_{\text{ЭКВ}}^2};$$

$$\varphi_{\text{ЭКВ}} = \arctg (X_{\text{ЭКВ}} / R_{\text{ЭКВ}}).$$

Вычисляем ток I_1 первой ветви и источника по закону Ома.

$$I_1 = E / Z_{\text{ЭКВ}}, \quad I_{1a} = I_1 \cos \varphi_{\text{ЭКВ}}, \quad I_{1p} = I_1 \sin \varphi_{\text{ЭКВ}}.$$

Определяем напряжение на параллельном участке ab:

$$U_{ab,ак} = I_1 R_{ab}; \quad U_{ab,p} = I_1 X_{ab}; \quad U_{ab} = \sqrt{U_{ab,ак}^2 + U_{ab,p}^2},$$

где $I_{ак}$ – активная составляющая тока; I_p – реактивная составляющая тока.

Вычисляем токи и углы сдвига фаз между токами и напряжениями в параллельных ветвях:

$$I_2 = Y_2 U_{ab}; \quad I_{2ак} = g_2 U_{ab}; \quad I_{2p} = b_2 U_{ab}; \quad I_2 = \sqrt{I_{2ак}^2 + I_{2p}^2};$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{b_2}{g_2};$$

$$I_3 = Y_3 U_{ab}; \quad I_{3ак} = g_3 U_{ab}; \quad I_{3р} = b_3 U_{ab}; \quad I_3 = \sqrt{I_{3ак}^2 + I_{3р}^2};$$

$$\varphi_3 = \arctg \frac{b_3}{g_3}.$$

$$\text{Проверка: } I_{1а} = I_{2а} + I_{3а}; \quad I_{1р} = I_{2р} + I_{3р}.$$

Значения модулей токов I_1 ; I_2 ; I_3 должны быть равны соответствующим значениям, полученным другими методами.

2.3. СИМВОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Представляем полные комплексные сопротивления каждой ветви в алгебраической и показательной форме.

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = Z e^{\pm j\varphi},$$

где модуль сопротивления $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$; $\varphi = \arctg (X / R)$.

Знак (+) соответствует индуктивному сопротивлению, а знак (–) – емкостному.

Обратные преобразования $Z e^{\pm j\varphi} = \pm Z \cos \varphi \pm j Z \sin \varphi$.

При каждом преобразовании обязательно представлять вектор на комплексной плоскости. Отсчет показателя степени угла φ производится против часовой стрелки, если φ – положительный; по часовой, если φ – отрицательный.

$$\underline{Z} = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3).$$

Эквивалентное сопротивление цепи при смешанном соединении (рис. 2.6, 2.7):

$$\underline{Z}_{эқв} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{аб}.$$

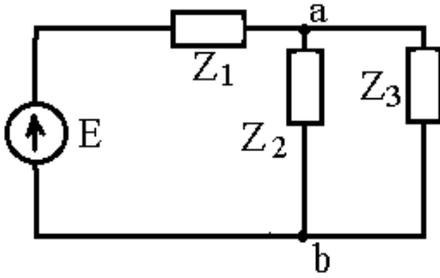


Рис. 2.6

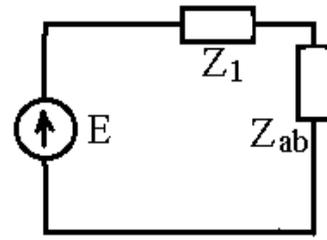


Рис. 2.7

Определяем токи в ветвях

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \dot{E} / \underline{Z}_{\text{экв}} = I_1 e^{\pm j\varphi} = I_{1a} \pm jI_{1p}; \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 \underline{Z}_3 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = I_2 e^{\pm j\varphi} = I_{2a} \pm jI_{2p}; \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_1 \underline{Z}_2 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = I_3 e^{\pm j\varphi} = I_{3a} \pm jI_{3p}.\end{aligned}$$

Найденные значения токов должны быть представлены в алгебраической и показательной формах.

Проверяем правильность вычислений по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3.$$

Находим напряжение на параллельном участке $\dot{U}_{ab} = \dot{I}_1 \underline{Z}_{ab}$, $\dot{U}_{ab} = \dot{I}_2 \underline{Z}_2$ или $\dot{U}_{ab} = \dot{I}_3 \underline{Z}_3$. Напряжение \dot{U}_{ab} должно соответствовать \dot{U}_{ab} , найденному методом проводимостей.

2.4. РАСЧЕТ МЕТОДОМ УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Определяем комплексные проводимости ветвей с точностью до четвертой значащей цифры (для схемы рис. 2.8).

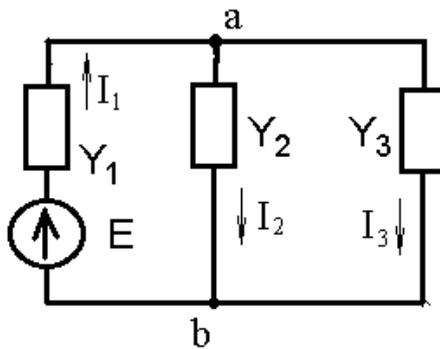


Рис. 2.8

$$\begin{aligned}\underline{Y}_1 &= 1 / (Z_1 e^{\pm j\varphi^1}) = \\ &= Y_1 e^{\pm j\varphi^1} = \pm g_1 \pm jb_1, \\ \underline{Y}_2 &= 1 / (Z_2 e^{\pm j\varphi^2}) = \\ &= Y_2 e^{\pm j\varphi^2} = \pm g_2 \pm jb_2, \\ \underline{Y}_3 &= 1 / (Z_3 e^{\pm j\varphi^3}) = \\ &= Y_3 e^{\pm j\varphi^3} = \pm g_3 \pm jb_3.\end{aligned}$$

Выбираем направление токов I_1 ; I_2 ; I_3 .

Определяем напряжение U_{ab} :

$$\dot{U}_{ab} = \dot{E}_1 Y_1 / (Y_1 + Y_2 + Y_3);$$

определяем токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = (\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}) / \underline{Z}_1; \quad \dot{I}_2 = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_2; \quad \dot{I}_3 = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_3.$$

Выполняем проверку по первому закону Кирхгофа.

2.5. БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ

Баланс мощностей $\tilde{S}_{ист} = \tilde{S}_{пр}$.

Мощность источника $\tilde{S}_{ист} = \dot{I}_1^* \dot{E} = P_{ист} \pm jQ_{ист}$,

где \dot{I}_3^* – сопряженный комплекс тока (знак перед (j) меняется на противоположный).

$$P_{пр} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3; \quad Q_{пр} = \pm I_1^2 X_1 \pm I_2^2 X_2 \pm I_3^2 X_3,$$

где I_1, I_2, I_3 – модули комплексов токов.

$$P_{ист} = P_{пр}; \quad Q_{ист} = Q_{пр}.$$

Погрешность вычислений не должна превышать 2 %.

2.6. ПОСТРОЕНИЕ ВЕКТОРНОЙ ДИАГРАММЫ

Находим напряжение на каждом элементе схемы и строим векторную диаграмму (для схемы рис. 2.1), представляющую собой графическое изображение первого и второго законов Кирхгофа на комплексной плоскости.

$$\begin{aligned} \dot{U}_{cd} &= \dot{I}_1 X_{C1} e^{-j90^\circ}; & \dot{U}_{dk} &= \dot{I}_1 R_1; \\ \dot{U}_{kb} &= \dot{I}_1 X_{L1} e^{j90^\circ}; & \dot{U}_{bn} &= \dot{I}_2 X_{C2} e^{-j90^\circ}; \\ \dot{U}_{nm} &= \dot{I}_2 R_2; & \dot{U}_{ma} &= \dot{I}_2 X_{L2} e^{j90^\circ}; \\ \dot{U}_{bl} &= \dot{I}_3 X_{L3} e^{j90^\circ}; & \dot{U}_{lh} &= \dot{I}_3 R_3; \\ \dot{U}_{ha} &= \dot{I}_3 X_{C3} e^{-j90^\circ}. \end{aligned}$$

Строим векторную диаграмму (рис. 2.9).

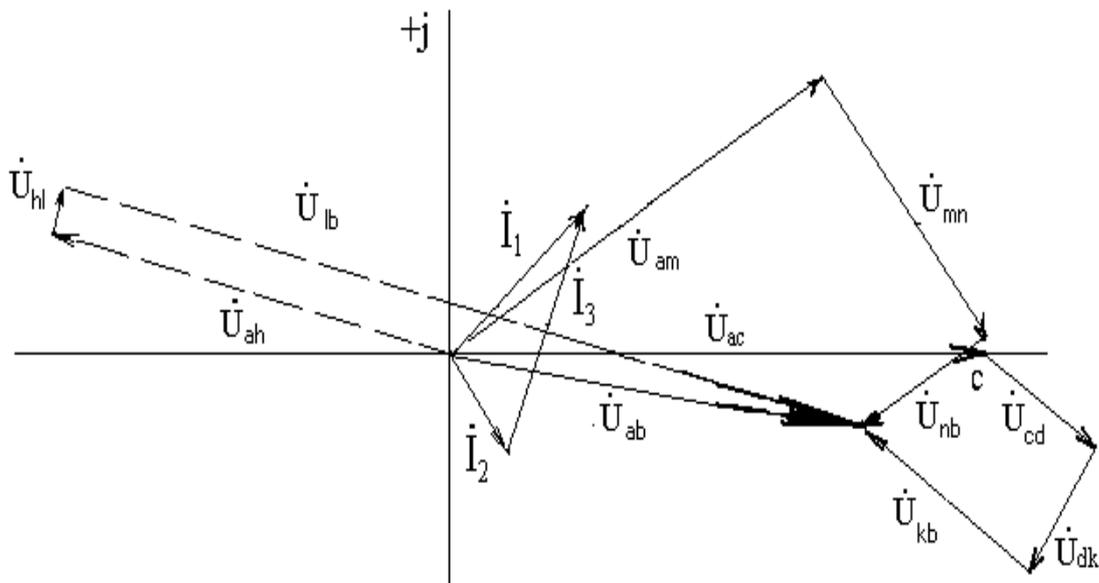


Рис. 2.9

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{ac} + \dot{U}_{cd} + \dot{U}_{dk} + \dot{U}_{kb} = \dot{U}_{am} + \dot{U}_{mn} + \dot{U}_{nb} = \dot{U}_{ah} + \dot{U}_{hl} + \dot{U}_{lb}.$$

ЗАДАНИЕ № 3

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель задания – приобретение навыков анализа и расчета трехфазных цепей символическим методом.

Задание.

В несимметричной трехфазной цепи синусоидального тока при соединении в звезду с нулевым проводом, без нулевого провода и в треугольник (рис. 3.1) нужно:

- 1) рассчитать токи в фазах и линиях;
- 2) вычислить значения активной, реактивной и полной мощности;
- 3) построить векторные диаграммы напряжений и токов.

Исходные данные приведены в таблице 3.1. Принять $f = 50$ Гц.

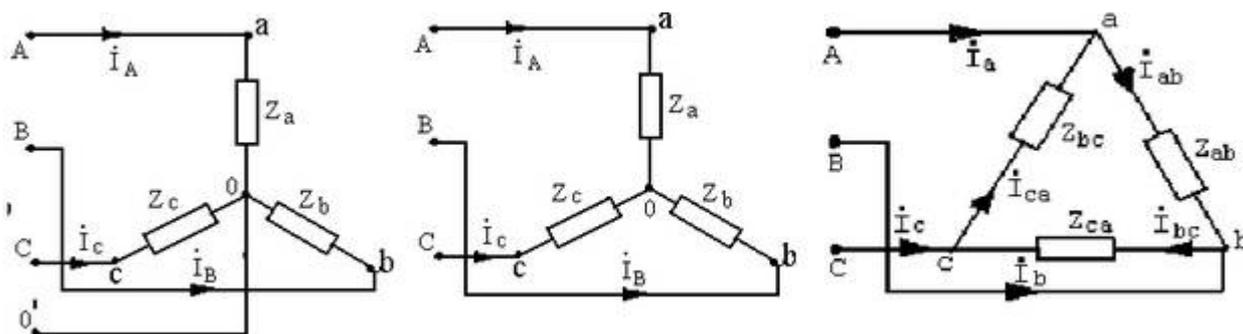


Рис. 3.1

Таблица 3.1

№	E	R _a	R _b	R _c	C _a	C _b	C _c	L _a	L _b	L _c
	B	Ом			мкФ			мГн		
1	100	1	3	5	396	354	796	12,75	38,2	12,75
2	120	2	4	6	265,3	1060	454,7	28,65	15,92	22,29
3	130	7	8	1	637	796	396	9,55	19,1	22,5
4	140	9	2	3	530	637	353,8	15,92	28,65	28,65
5	110	4	5	6	354	530	637	12,75	38,2	15,92
6	150	5	4	3	265	796	212,3	19,1	31,95	47,75
7	160	2	1	2	318	265	796	9,55	63,9	12,75
8	170	3	4	5	159	530	318,3	38,2	47,75	31,95
9	180	6	5	4	212	796	265	19,1	25,5	38,2
1 цифра		2 цифра			3 цифра					

3.1. ПРИМЕР РАСЧЕТА ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

3.1.1. СОЕДИНЕНИЕ В ЗВЕЗДУ С НУЛЕВЫМ ПРОВОДОМ

Определяем полное сопротивление каждой фазы нагрузки:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_a &= R_a + j(X_{La} - X_{Ca}) = R_a \pm j X_a = Z_a e^{\pm j\varphi_a}; \\ \underline{Z}_b &= R_b + j(X_{Lb} - X_{Cb}) = R_b \pm j X_b = Z_b e^{\pm j\varphi_b}; \\ \underline{Z}_c &= R_c + j(X_{Lc} - X_{Cc}) = R_c \pm j X_c = Z_c e^{\pm j\varphi_c}.\end{aligned}$$

Система фазных напряжений приемника имеет вид:

$$\dot{U}_a = U_A e^{j0^\circ}; \quad \dot{U}_b = U_B e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_c = U_C e^{j120^\circ}.$$

По закону Ома в комплексной форме определяется ток в каждой фазе:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c.$$

Ток в нейтральном проводе определяется по первому закону Кирхгофа :

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c.$$

Активная P , реактивная Q и полная мощность нагрузки \tilde{S} рассчитываются по формуле

$$\tilde{S} = \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c = I_a^* \dot{U}_a + I_b^* \dot{U}_b + I_c^* \dot{U}_c = P \pm jQ,$$

где I^* – сопряженный комплекс тока (т.е. знак перед $j\varphi$ – показателем степени, изменяется на противоположный).

Строим векторную диаграмму напряжений и токов для схемы рис. 3.2, а (рис. 3.2, б).

$$\begin{aligned}\dot{U}_{am} &= \dot{I}_a (-jX_{Ca}); & \dot{U}_{bk} &= \dot{I}_b jX_{Lb}; & \dot{U}_{cg} &= \dot{I}_c jX_{Lc}; \\ \dot{U}_{mn} &= \dot{I}_a R_a; & \dot{U}_{kf} &= \dot{I}_b R_b; & \dot{U}_{gl} &= \dot{I}_c R_c; \\ \dot{U}_{no} &= \dot{I}_a jX_{La}; & \dot{U}_{fo} &= \dot{I}_b (-jX_{Cb}); & \dot{U}_{lo} &= \dot{I}_c (-jX_{Cc}).\end{aligned}$$

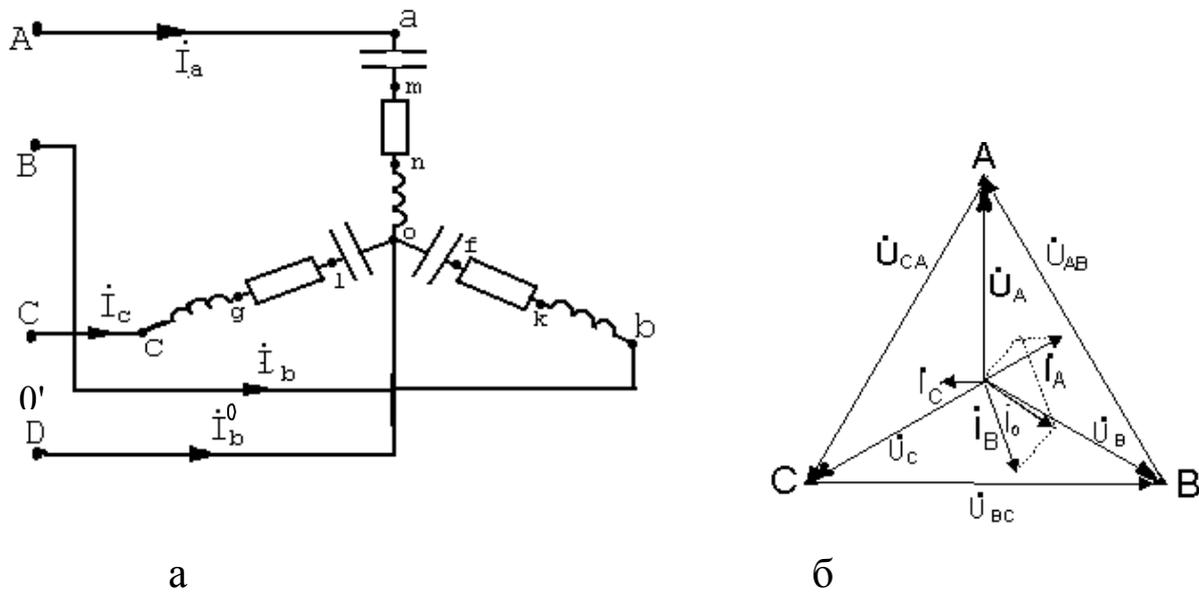


Рис. 3.2

3.1.2. СОЕДИНЕНИЕ В ЗВЕЗДУ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА

Определяем напряжение смещения нейтрали:

$$U_{00'} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

где $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ – фазные напряжения источника; $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C$ – комплексы полной проводимости фаз.

Определяем напряжения и токи в фазах нагрузки

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{00'}; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{00'}; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{00'};$$

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c.$$

Делаем проверку по первому закону Кирхгофа: $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

Строим векторную диаграмму напряжений и токов (рис. 3.3). Построение, как в предыдущем случае, начинаем с векторов фазных напряжений: сначала источника ($\dot{U}_A; \dot{U}_B; \dot{U}_C$), затем приемника ($\dot{U}_a; \dot{U}_b; \dot{U}_c$), для чего строится напряжение смещения нейтрали $\dot{U}_{00'}$.

Фазные токи $\dot{I}_a; \dot{I}_b; \dot{I}_c$ возникают под действием фазных напряжений ($\dot{U}_a; \dot{U}_b; \dot{U}_c$), поэтому строятся относительно не точки O, а точки

O' (смещения нейтрали). Геометрическая сумма векторов токов \dot{I}_A ; \dot{I}_B ; \dot{I}_C должна равняться нулю. Определяем активную, реактивную и полную мощность, потребляемую нагрузкой (расчет ведется аналогично предыдущему).

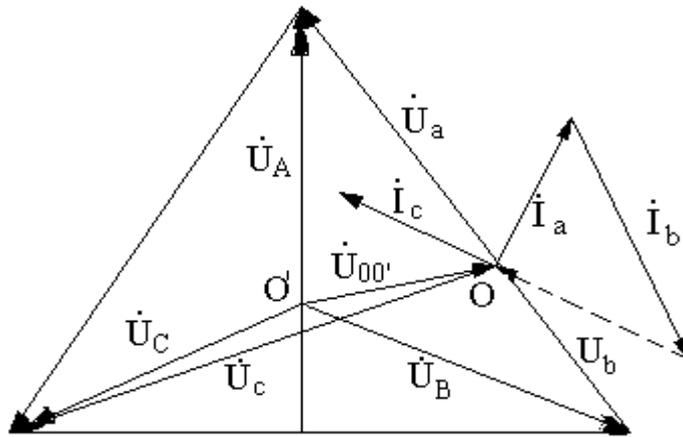


Рис. 3.3

3.2. РАСЧЕТ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ В ТРЕУГОЛЬНИК

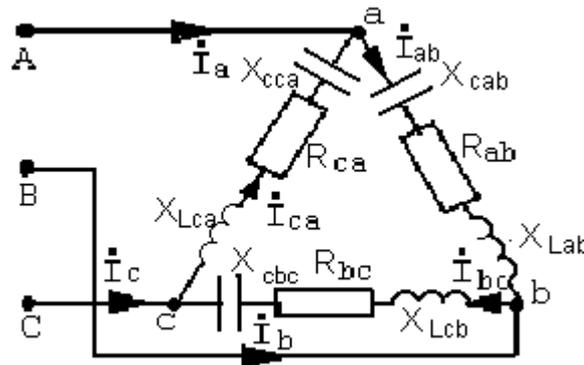


Рис. 3.4

Находим линейные напряжения $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = U_{л} e^{j30^\circ}$,

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = U_{л} e^{-j90^\circ}, \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = U_{л} e^{j150^\circ},$$

где должно быть $\dot{U}_{л} = \sqrt{3}\dot{E}$; \dot{E} берется из условия задачи.

Определяем токи в фазах нагрузки:

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}; \quad \dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}; \quad \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca};$$

где \underline{Z}_{ab} ; \underline{Z}_{bc} ; \underline{Z}_{ca} – сопротивление фаз нагрузки, соединенной в треугольник и численно равное нагрузке, принимаемой в предыдущих расчетах:

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_a; \quad \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_b; \quad \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_c.$$

Линейные токи определяем по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Так как цепь электропроводная, то сумма линейных токов

$$\Sigma I_{л} = 0; \quad \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

Расчет мощностей ведется аналогично предыдущему.

Построение векторной диаграммы проводим следующим образом (рис. 3.5).

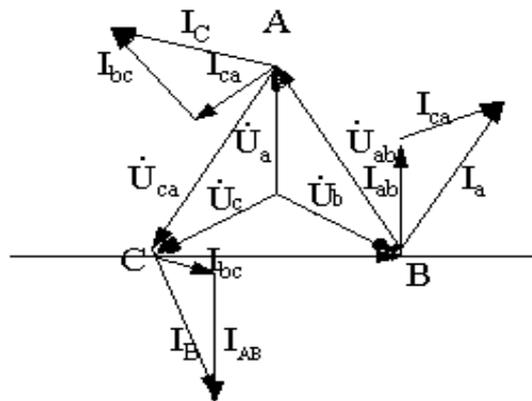
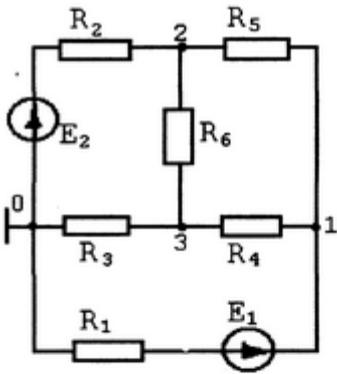


Рис. 3.5

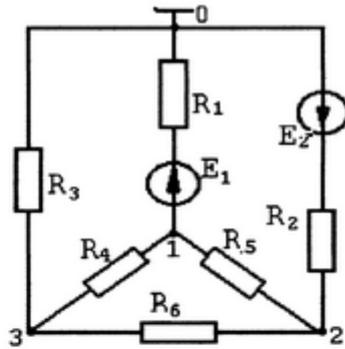
На комплексной плоскости в масштабе строим систему фазных напряжений генератора \dot{U}_A ; \dot{U}_B ; \dot{U}_C . Соединив точки А, В, С, получаем систему линейных напряжений генератора и фазных напряжений приемника U_{ab} , U_{bc} , U_{ca} . В точках А, В, С строим вспомогательные оси (действительную и мнимую).

На этих осях в точке А строим вектор тока \dot{I}_{ca} , в точке В строим вектор тока \dot{I}_{ab} , в точке С строим \dot{I}_{bc} , т.е. строим фазные токи приемника так, чтобы начало векторов напряжения и тока одноименной фазы совпадали. По уравнениям Кирхгофа строим векторы линейных токов.

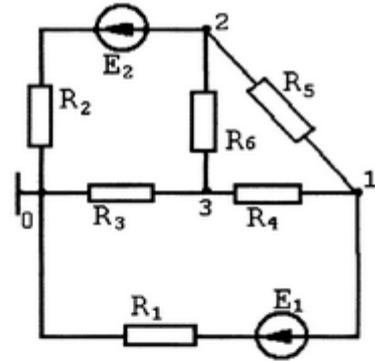
ПРИЛОЖЕНИЕ I



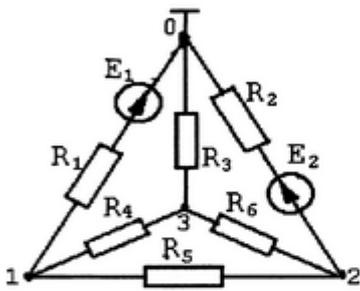
1



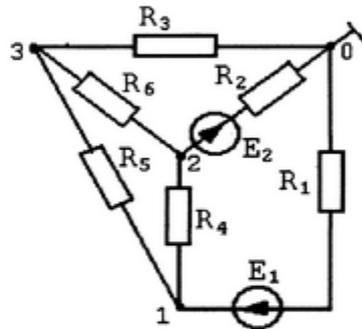
2



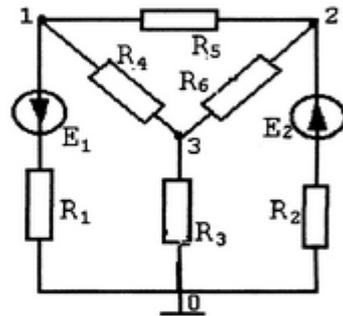
3



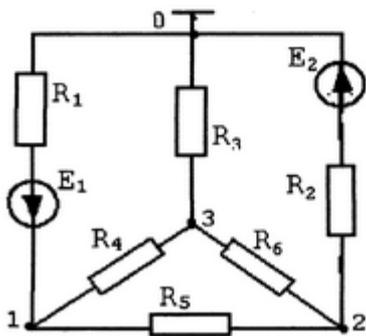
4



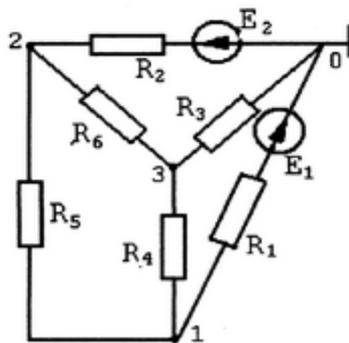
5



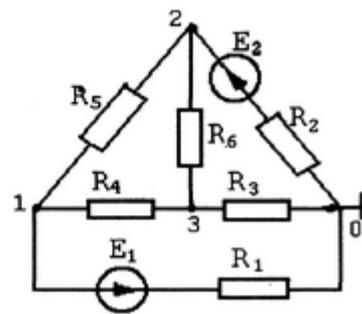
6



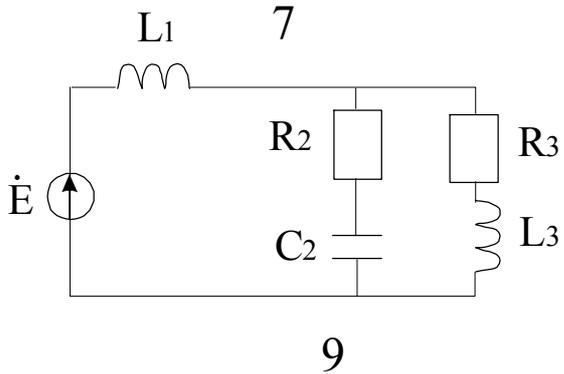
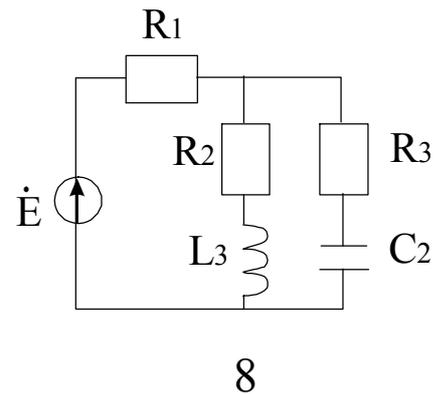
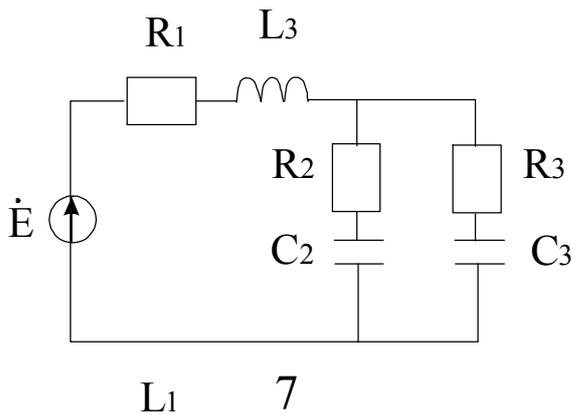
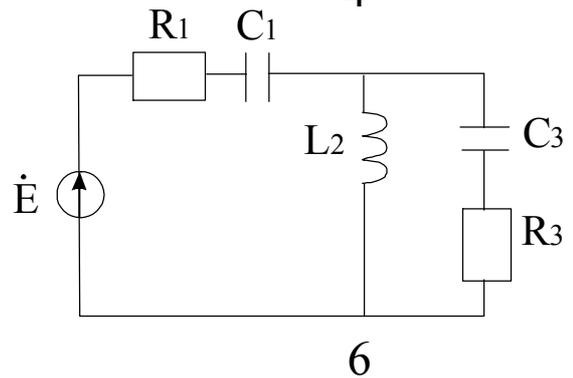
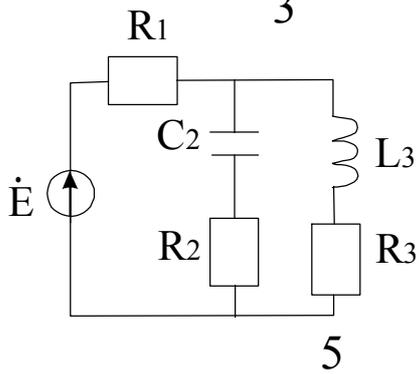
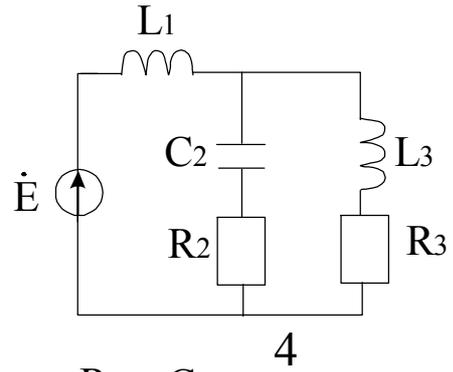
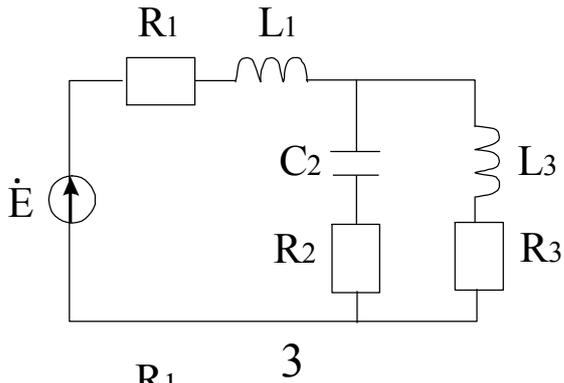
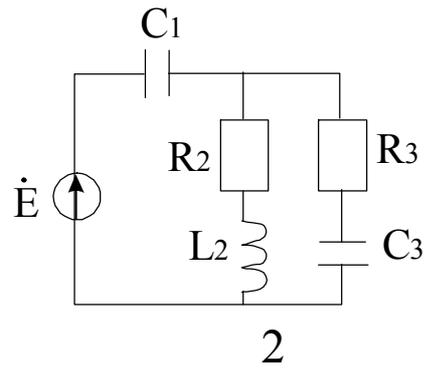
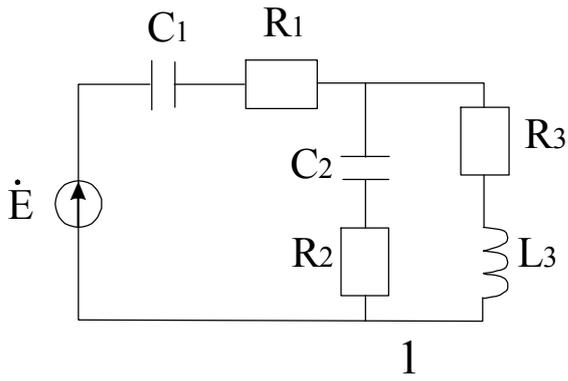
7



8



9



Список рекомендуемой литературы

1. Касаткин, А.С. Электротехника / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 544с.
2. Электротехника / под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высш. шк., 1985. – 480 с.
3. Рекус, А.И. Сборник задач и упражнений по электротехнике и основам электроники/ А.И. Рекус, М.В. Белоусов. - М.: Высш. шк., 2001. – 225 с
4. Сборник задач по электротехнике и основам электроники/ Под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высш. шк., 1987. – 250 с.
5. Расчет цепей постоянного тока : метод. указания к самостоятельной работе [Электронный ресурс]: для студентов специальностей 130401 «Физические процессы горного или нефтегазового производства» и 130406 «Шахтное и подземное строительство». Составители Т.М. Черникова, Т.Ю. Романенко.– Кемерово : ГУ КузГТУ, 2011. – 74 с.