ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**

|  |
| --- |
|  |

**КАФЕДРА «МАТЕМАТИКА»**

**М.В. Ишханян**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**Задачи для самостоятельного решения**

Москва – 2014

Оглавление

[Распределение по вариантам 2](#_Toc402624740)

[Парная линейная регрессия 2](#_Toc402624741)

[Множественная регрессия 3](#_Toc402624742)

[Моделирование ряда динамики 8](#_Toc402624743)

[Приложения 10](#_Toc402624744)

[Приложение 1 10](#_Toc402624745)

[Приложение 2 11](#_Toc402624746)

[Приложение 3 12](#_Toc402624747)

[Приложение 4 14](#_Toc402624748)

[Приложение 5 16](#_Toc402624749)

[Приложение 6 18](#_Toc402624750)

[Литература 19](#_Toc402624751)

# Распределение по вариантам

|  |  |
| --- | --- |
| Первая буква фамилии | Номер варианта |
| А-Ё | 1 |
| Ж-М | 2 |
| Н-У | 3 |
| Ф-Я | 4 |

# Парная линейная регрессия

По выборке из своего варианта выполнить следующие расчеты и задания:

1. Построить корреляционное поле
2. Вычислить параметры уравнения линейной парной регрессии
3. Нанести график регрессии на корреляционное поле
4. Вычислить коэффициент парной корреляции, коэффициент детерминации.
5. Проверить статистическую значимость уравнения регрессии в целом.
6. Проверить статистическую значимость параметров уравнения.
7. Оценить точность модели.
8. Вычислить остатки модели.
9. Построить график остатков.
10. Вычислить статистику Дарбина-Уотсона.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант 1 | |  | |  | | | Вариант 2 | |  | |
|  |  | |  | |  |  | |  | |  |
| -2,2 | -4,0 | |  | |  | 3,3 | | 3,8 | |  |
| -0,1 | 0,2 | |  | |  | 1,1 | | 3,7 | |  |
| 3,1 | 5,4 | |  | |  | -1,4 | | -1,1 | |  |
| -0,2 | 0,7 | |  | |  | 2,7 | | 3,5 | |  |
| 1,0 | 3,5 | |  | |  | 0,8 | | 2,5 | |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант 3 | |  | |  | | | Вариант 4 | |  | |
|  |  | |  | |  |  | |  | |  |
| 5,6 | 1,0 | |  | |  | 2,7 | | 5,0 | |  |
| 6,1 | 2,5 | |  | |  | 8,5 | | -0,5 | |  |
| 6,1 | 2,2 | |  | |  | 5,0 | | 3,7 | |  |
| 5,6 | 5,5 | |  | |  | 6,8 | | 0,7 | |  |
| 2,7 | 6,0 | |  | |  | 4,6 | | 3,2 | |  |

# Множественная регрессия

Исследуется взаимосвязь курса доллара США с курсами евро, японской иены и английского фунта стерлингов. Имеются данные об официальных курсах валют, установленных ЦБ РФ, за шестнадцать дней:

1. Проведите корреляционный анализ матрицы парных коэффициентов линейной корреляции
2. Постройте линейную регрессионную модель курса доллара США, обосновав отбор факторов. Оцените параметры модели.
3. Оцените качество построенной модели.
4. Спрогнозируйте курс доллара на следующие два дня.

**Вариант 1.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **День** | **Доллар США, руб./долл** | **Евро, руб./евро** | **Японская иена, руб./100 иен** | **Английский фунт стерлингов, руб./фунт** |
| 1 | 37,29 | 48,97 | 35,81 | 62,01 |
| 2 | 37,35 | 49,02 | 35,62 | 61,84 |
| 3 | 37,32 | 49,02 | 35,54 | 61,49 |
| 4 | 36,80 | 48,38 | 35,06 | 60,56 |
| 5 | 36,92 | 47,78 | 35,07 | 60,28 |
| 6 | 37,09 | 47,98 | 35,28 | 59,96 |
| 7 | 37,03 | 47,71 | 34,81 | 59,56 |
| 8 | 37,17 | 48,06 | 34,88 | 59,98 |
| 9 | 37,38 | 48,25 | 34,97 | 60,64 |
| 10 | 37,65 | 48,66 | 35,11 | 61,20 |
| 11 | 37,99 | 49,20 | 35,39 | 61,70 |
| 12 | 38,71 | 50,06 | 36,11 | 62,65 |
| 13 | 38,37 | 49,69 | 35,77 | 62,54 |
| 14 | 38,42 | 49,46 | 35,34 | 62,55 |
| 15 | 38,41 | 49,54 | 35,20 | 63,22 |
| 16 | 38,58 | 49,62 | 35,43 | 63,08 |

**Вариант 2.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **День** | **Доллар США, руб./долл.** | **Евро, руб./евро** | **Японская иена, руб./100 иен** | **Английский фунт стерлингов, руб./фунт** |
| 1 | 36,92 | 47,78 | 35,07 | 60,28 |
| 2 | 37,09 | 47,98 | 35,28 | 59,96 |
| 3 | 37,03 | 47,71 | 34,81 | 59,56 |
| 4 | 37,17 | 48,06 | 34,88 | 59,98 |
| 5 | 37,38 | 48,25 | 34,97 | 60,64 |
| 6 | 37,65 | 48,66 | 35,11 | 61,20 |
| 7 | 37,99 | 49,20 | 35,39 | 61,70 |
| 8 | 38,71 | 50,06 | 36,11 | 62,65 |
| 9 | 38,37 | 49,69 | 35,77 | 62,54 |
| 10 | 38,42 | 49,46 | 35,34 | 62,55 |
| 11 | 38,41 | 49,54 | 35,20 | 63,22 |
| 12 | 38,58 | 49,62 | 35,43 | 63,08 |
| 13 | 38,67 | 49,69 | 35,61 | 63,22 |
| 14 | 38,38 | 49,31 | 35,36 | 62,91 |
| 15 | 38,30 | 48,84 | 35,04 | 62,41 |
| 16 | 38,72 | 49,34 | 35,57 | 63,17 |

**Вариант 3.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **День** | **Доллар США, руб./долл** | **Евро, руб./евро** | **Японская иена, руб./100 иен** | **Английский фунт стерлингов, руб./фунт** |
| 1 | 40,21 | 51,05 | 37,24 | 64,68 |
| 2 | 40,33 | 51,08 | 37,52 | 64,83 |
| 3 | 40,53 | 51,51 | 37,82 | 65,06 |
| 4 | 40,94 | 51,78 | 38,13 | 65,13 |
| 5 | 40,75 | 52,15 | 38,37 | 65,12 |
| 6 | 41,05 | 52,53 | 38,63 | 65,84 |
| 7 | 40,88 | 52,12 | 38,16 | 65,82 |
| 8 | 41,05 | 52,65 | 38,54 | 66,33 |
| 9 | 40,97 | 52,14 | 38,34 | 65,94 |
| 10 | 41,50 | 52,44 | 38,72 | 66,54 |
| 11 | 41,81 | 52,91 | 38,63 | 67,01 |
| 12 | 41,95 | 53,23 | 38,87 | 67,53 |
| 13 | 42,39 | 53,87 | 39,28 | 68,31 |
| 14 | 42,65 | 54,34 | 39,48 | 68,78 |
| 15 | 43,39 | 54,64 | 39,71 | 69,32 |
| 16 | 41,96 | 52,72 | 37,73 | 67,13 |

**Вариант 4.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **День** | **Доллар США, руб./долл** | **Евро, руб./евро** | **Японская иена, руб./100 иен** | **Английский фунт стерлингов, руб./фунт** |
| 1 | 39,66 | 50,06 | 36,11 | 64,27 |
| 2 | 39,55 | 49,95 | 36,32 | 64,03 |
| 3 | 39,70 | 50,20 | 36,49 | 63,99 |
| 4 | 39,98 | 50,08 | 36,56 | 63,85 |
| 5 | 39,74 | 50,20 | 36,63 | 63,99 |
| 6 | 39,98 | 50,51 | 36,91 | 64,20 |
| 7 | 39,98 | 50,96 | 37,12 | 64,66 |
| 8 | 40,21 | 51,05 | 37,24 | 64,68 |
| 9 | 40,33 | 51,08 | 37,52 | 64,83 |
| 10 | 40,53 | 51,51 | 37,82 | 65,06 |
| 11 | 40,94 | 51,78 | 38,13 | 65,13 |
| 12 | 40,75 | 52,15 | 38,37 | 65,12 |
| 13 | 41,05 | 52,53 | 38,63 | 65,84 |
| 14 | 40,88 | 52,12 | 38,16 | 65,82 |
| 15 | 41,05 | 52,65 | 38,54 | 66,33 |
| 16 | 40,97 | 52,14 | 38,34 | 65,94 |

# Моделирование ряда динамики

Используя выборку из своего варианта (24 значения), выполнить следующие задания:

1. Построить график временного ряда.
2. Вычислить коэффициенты автокорреляции , проверить их статистическую значимость. Сделать вывод. Построить коррелограмму.
3. Вычислить сглаженный ряд, используя простое скользящее среднее по 4 точкам. После сглаживания провести центрирование.
4. Рассчитать четыре сезонные компоненты для исходного ряда по аддитивной модели.
5. Найти данные без сезонной составляющей ;
6. Найти уравнение тренда по данным ;
7. Найти остатки ;
8. Записать модель ряда и ее характеристики (уравнение тренда, сезонные составляющие, коэффициент корреляции, коэффициент детерминации).
9. Найти значения прогноза для 25, 26, 27, и 28 точек.
10. Вычислить ошибку прогноза.
11. Построить на одном графике ; ; ; прогнозные значения.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **Вариант 1** | **Вариант 2** | **Вариант 3** | **Вариант 4** |
| **1** | 1,65 | 23,46 | 0,54 | 30,42 |
| **2** | 2,59 | 14,86 | 2,16 | 30,56 |
| **3** | 6,18 | 20,14 | 5,39 | 29,9 |
| **4** | 6,26 | 21,59 | 3,48 | 21,67 |
| **5** | 6,44 | 18,98 | 4,54 | 26,31 |
| **6** | 7,16 | 21,77 | 7,99 | 28,13 |
| **7** | 10,56 | 20,27 | 7,95 | 24,06 |
| **8** | 10,93 | 16,86 | 7,01 | 20,55 |
| **9** | 9,53 | 16,23 | 9,89 | 24,35 |
| **10** | 10,64 | 18,55 | 12,35 | 18,12 |
| **11** | 17,43 | 14,87 | 12,91 | 18,69 |
| **12** | 14,72 | 11,98 | 14,42 | 14,88 |
| **13** | 15,5 | 14,41 | 14,13 | 11,66 |
| **14** | 15,01 | 13,42 | 18,67 | 19,83 |
| **15** | 17,83 | 10,44 | 16,95 | 14,1 |
| **16** | 18,43 | 8,26 | 15,84 | 10,16 |
| **17** | 17,69 | 8,86 | 19,23 | 10,08 |
| **18** | 19,8 | 9,53 | 22,05 | 5,82 |
| **19** | 22,64 | 6,88 | 22,59 | 8,46 |
| **20** | 22,86 | 4,1 | 21,15 | 5,5 |
| **21** | 21,56 | 7,61 | 23,98 | 3,6 |
| **22** | 22,16 | 4,92 | 26,45 | 8,44 |
| **23** | 25,82 | 1,79 | 29,8 | 3,04 |
| **24** | 26,5 | 0,1 | 27,41 | 0 |

# Приложения

## Приложение 1

**Таблица значений z-преобразования Фишера**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **r** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **0,0** | 0 | 0,0101 | 0,02 | 0,03 | 0,04 |
| **0,1** | 0,1003 | 0,1104 | 0,1206 | 0,1308 | 0,1409 |
| **0,2** | 0,2027 | 0,2132 | 0,2237 | 0,2342 | 0,2448 |
| **0,3** | 0,3095 | 0,3205 | 0,3316 | 0,3428 | 0,3541 |
| **0,4** | 0,4236 | 0,4356 | 0,4477 | 0,4599 | 0,4722 |
| **0,5** | 0,5493 | 0,5627 | 0,5764 | 0,5901 | 0,6042 |
| **0,6** | 0,6932 | 0,7089 | 0,725 | 0,7414 | 0,7582 |
| **0,7** | 0,8673 | 0,8872 | 0,9077 | 0,9287 | 0,9505 |
| **0,8** | 1,0986 | 1,127 | 1,1568 | 1,1881 | 1,2212 |
| **0,9** | 1,4722 | 1,5275 | 1,589 | 1,6584 | 1,7381 |
| **0,99** | 2,6466 | 2,6996 | 2,7587 | 2,8257 | 2,9031 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **r** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **0,0** | 0,0501 | 0,0601 | 0,0701 | 0,0802 | 0,0902 |
| **0,1** | 0,1511 | 0,1614 | 0,1717 | 0,182 | 0,1923 |
| **0,2** | 0,2554 | 0,2661 | 0,2769 | 0,2877 | 0,2986 |
| **0,3** | 0,3654 | 0,3767 | 0,3884 | 0,4001 | 0,4118 |
| **0,4** | 0,4847 | 0,4973 | 0,5101 | 0,523 | 0,5361 |
| **0,5** | 0,6184 | 0,6328 | 0,6475 | 0,6625 | 0,6777 |
| **0,6** | 0,7753 | 0,7928 | 0,8107 | 0,8291 | 0,848 |
| **0,7** | 0,973 | 0,9962 | 1,0203 | 1,0454 | 1,0714 |
| **0,8** | 1,2562 | 1,2933 | 1,3331 | 1,3758 | 1,4219 |
| **0,9** | 1,8318 | 1,9459 | 2,0923 | 2,2976 | 2,6467 |
| **0,99** | 2,9945 | 3,1063 | 3,2504 | 3,4534 | 3,8002 |

В качестве примера (для понимания, как получилась таблица) посчитаем значение z для r=0,997 (число из строки 0,99 и столбца 7): z(0,997)=3,2504.

## Приложение 2

**Критические значения t-критерия Стьюдента**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число степеней свободы d.f. | **Уровень значимости  (двусторонняя критическая область)** | | | Число степеней свободы d.f. | **Уровень значимости  (двусторонняя критическая область)** | | |
| 0,1 | 0,05 | 0,01 | 0,1 | 0,05 | 0,01 |
| 1 | 6,3138 | 12,706 | 63,657 | 18 | 1,7341 | 2,1009 | 2,8784 |
| 2 | 2.9200 | 4,3027 | 9,9248 | 19 | 1,7291 | 2,0930 | 2,8609 |
| 3 | 2,3534 | 3,1825 | 5,8409 | 20 | 1,7247 | 2,0860 | 2,8453 |
| 4 | 2,1318 | 2,7764 | 4,6041 | 21 | 1,7207 | 2,0796 | 2,8314 |
| 5 | 2,0150 | 2,5706 | 4,0321 | 22 | 1,7171 | 2,0739 | 2,8188 |
| 6 | 1,9432 | 2,4469 | 3,7074 | 23 | 1,7139 | 2,0687 | 2,8073 |
| 7 | 1,8946 | 2,3646 | 3,4995 | 24 | 1,7109 | 2,0639 | 2,7969 |
| 8 | 1,8595 | 2,3060 | 3,3554 | 25 | 1,7081 | 2,0595 | 2,7874 |
| 9 | 1,8331 | 2,2622 | 3,2498 | 26 | 1,7056 | 2,0555 | 2,7787 |
| 10 | 1,8125 | 2,2281 | 3,1693 | 27 | 1,7033 | 2,0518 | 2,7707 |
| 11 | 1,7959 | 2,2010 | 3,1058 | 28 | 1,7011 | 2,0484 | 2,7633 |
| 12 | 1,7823 | 2,1788 | 3,0545 | 29 | 1,6991 | 2,0452 | 2,7564 |
| 13 | 1,7709 | 2,1604 | 3,0123 | 30 | 1,6973 | 2,0423 | 2,7500 |
| 14 | 1,7613 | 2,1448 | 2,9768 | 40 | 1,6839 | 2,0211 | 2,7045 |
| 15 | 1,7530 | 2,1315 | 2,9467 | 60 | 1,6707 | 2,0003 | 2,6603 |
| 16 | 1,7459 | 2,1199 | 2,9208 | 120 | 1,6577 | 1,9799 | 2,6174 |
| 17 | 1,7396 | 2,1098 | 2,8982 |  | 1,6449 | 1,9600 | 2,5758 |
| Число степеней свободы d.f. | 0,05 | 0,025 | 0,005 | Число степеней свободы d.f. | 0,05 | 0,025 | 0,005 |
| **Уровень значимости  (односторонняя критическая область)** | | | **Уровень значимости  (односторонняя критическая область)** | | |

## Приложение 3

**Критические значения распределения Фишера-Снедекора при уровне значимости α =0,05**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 12 | 24 | ∞ |
| k2 |
| 1 | 161,4 | 199,5 | 215,7 | 224,6 | 230,2 | 234 | 238,9 | 243,9 | 249 | 254,3 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,37 | 19,41 | 19,45 | 19,50 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,84 | 8,74 | 8,64 | 8,53 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,04 | 5,91 | 5,77 | 5,63 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,82 | 4,68 | 4,53 | 4,36 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,15 | 4,00 | 3,84 | 3,67 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,73 | 3,57 | 3,41 | 3,23 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,44 | 3,28 | 3,12 | 2,93 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,23 | 3,07 | 2,90 | 2,71 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,07 | 2,91 | 2,74 | 2,54 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 2,95 | 2,79 | 2,61 | 2,40 |
| 12 | 4,75 | 3,88 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,85 | 2,69 | 2,50 | 2,30 |
| 13 | 4,67 | 3,80 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,92 | 2,77 | 2,60 | 2,42 | 2,21 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,70 | 2,53 | 2,35 | 2,13 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,64 | 2,48 | 2,29 | 2,07 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,59 | 2,42 | 2,24 | 2,01 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,55 | 2,38 | 2,19 | 1,96 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,51 | 2,34 | 2,15 | 1,92 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,48 | 2,31 | 2,11 | 1,88 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,45 | 2,28 | 2,08 | 1,84 |
| 21 | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,42 | 2,25 | 2,05 | 1,81 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,40 | 2,23 | 2,03 | 1,78 |
| 23 | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,38 | 2,20 | 2,00 | 1,76 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,36 | 2,18 | 1,98 | 1,73 |
| 25 | 4,24 | 3,38 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,34 | 2,16 | 1,96 | 1,71 |
| 26 | 4,22 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,32 | 2,15 | 1,95 | 1,69 |
| 27 | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,30 | 2,13 | 1,93 | 1,67 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,44 | 2,29 | 2,12 | 1,91 | 1,65 |
| 29 | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,54 | 2,43 | 2,28 | 2,10 | 1,90 | 1,64 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,27 | 2,09 | 1,89 | 1,62 |

***Продолжение прилож.3***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 12 | 24 | ∞ |
| k2 |
| 35 | 4,12 | 3,26 | 2,87 | 2,64 | 2,48 | 2,37 | 2,22 | 2,04 | 1,83 | 1,57 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,18 | 2,00 | 1,79 | 1,51 |
| 45 | 4,06 | 3,21 | 2,81 | 2,58 | 2,42 | 2,31 | 2,15 | 1,97 | 1,76 | 1,48 |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,13 | 1,95 | 1,74 | 1,44 |
| 60 | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,52 | 2,37 | 2,25 | 2,10 | 1,92 | 1,70 | 1,39 |
| 70 | 3,98 | 3,13 | 2,74 | 2,50 | 2,35 | 2,23 | 2,07 | 1,89 | 1,67 | 1,35 |
| 80 | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,06 | 1,88 | 1,65 | 1,31 |
| 90 | 3,95 | 3,10 | 2,71 | 2,47 | 2,32 | 2,20 | 2,04 | 1,86 | 1,64 | 1,28 |
| 100 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,30 | 2,19 | 2,03 | 1,85 | 1,63 | 1,26 |
| 125 | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,44 | 2,29 | 2,17 | 2,01 | 1,83 | 1,60 | 1,21 |
| 150 | 3,90 | 3,06 | 2,66 | 2,43 | 2,27 | 2,16 | 2,00 | 1,82 | 1,59 | 1,18 |
| 200 | 3,89 | 3,04 | 2,65 | 2,42 | 2,26 | 2,14 | 1,98 | 1,80 | 1,57 | 1,14 |
| 300 | 3,87 | 3,03 | 2,64 | 2,41 | 2,25 | 2,13 | 1,97 | 1,79 | 1,55 | 1,10 |
| 400 | 3,86 | 3,02 | 2,63 | 2,40 | 2,24 | 2,12 | 1,96 | 1,78 | 1,54 | 1,07 |
| 500 | 3,86 | 3,01 | 2,62 | 2,39 | 2,23 | 2,11 | 1,96 | 1,77 | 1,54 | 1,06 |
| 1000 | 3,85 | 3,00 | 2,61 | 2,38 | 2,22 | 2,10 | 1,95 | 1,76 | 1,53 | 1,03 |
| ∞ | 3,84 | 2,99 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,09 | 1,94 | 1,75 | 1,52 | 1,00 |

## Приложение 4

**Критические значения распределения Пирсона**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число степеней свободы k | Уровень значимости α | | | | | | | | | | |
| 0,01 | 0,025 | | | 0,05 | | 0,95 | 0,975 | | | 0,99 |
| 1 | 6,6349 | 5,0239 | | | 3,8415 | | 0,0039 | 0,0010 | | | 0,0002 |
| 2 | 9,2103 | 7,3778 | | | 5,9915 | | 0,1026 | 0,0506 | | | 0,0201 |
| 3 | 11,3449 | 9,3484 | | | 7,8147 | | 0,3519 | 0,2158 | | | 0,1148 |
| 4 | 13,2767 | 11,1433 | | | 9,4877 | | 0,7107 | 0,4844 | | | 0,2971 |
| 5 | 15,0863 | 12,8325 | | | 11,0705 | | 1,1455 | 0,8312 | | | 0,5543 |
| 6 | 16,8119 | 14,4494 | | | 12,5916 | | 1,6354 | 1,2373 | | | 0,8721 |
| 7 | 18,4753 | 16,0128 | | | 14,0671 | | 2,1674 | 1,6899 | | | 1,2390 |
| 8 | 20,0902 | 17,5346 | | | 15,5073 | | 2,7326 | 2,1797 | | | 1,6465 |
| 9 | 21,6660 | 19,0228 | | | 16,9190 | | 3,3251 | 2,7004 | | | 2,0879 |
| 10 | 23,2093 | 20,4832 | | | 18,3070 | | 3,9403 | 3,2470 | | | 2,5582 |
| 11 | 24,7250 | 21,9201 | | | 19,6751 | | 4,5748 | 3,8158 | | | 3,0535 |
| 12 | 26,2170 | 23,3367 | | | 21,0261 | | 5,2260 | 4,4038 | | | 3,5706 |
| 13 | 27,6883 | 24,7356 | | | 22,3620 | | 5,8919 | 5,0088 | | | 4,1069 |
| 14 | 29,1412 | 26,1190 | | | 23,6848 | | 6,5706 | 5,6287 | | | 4,6604 |
| 15 | 30,5779 | 27,4884 | | | 24,9958 | | 7,2609 | 6,2621 | | | 5,2294 |
| 16 | 31,9999 | 28,8454 | | | 26,2962 | | 7,9617 | 6,9077 | | | 5,8122 |
| 17 | 33,4087 | 30,1910 | | | 27,5871 | | 8,6718 | 7,5642 | | | 6,4078 |
| 18 | 34,8053 | 31,5264 | | | 28,8693 | | 9,3905 | 8,2308 | | | 7,0149 |
| 19 | 36,1909 | 32,8523 | | | 30,1435 | | 10,1170 | 8,9065 | | | 7,6327 |
| 20 | 37,5662 | 34,1696 | | | 31,4104 | | 10,8508 | 9,5908 | | | 8,2604 |
| 21 | 38,9322 | 35,4789 | | | 32,6706 | | 11,5913 | 10,2829 | | | 8,8972 |
| 22 | 40,2894 | | 36,7807 | 33,9244 | | 12,3380 | | | 10,9823 | 9,5425 | |
| 23 | 41,6384 | | 38,0756 | 35,1725 | | 13,0905 | | | 11,6886 | 10,1957 | |
| 24 | 42,9798 | | 39,3641 | 36,4150 | | 13,8484 | | | 12,4012 | 10,8564 | |
| 25 | 44,3141 | | 40,6465 | 37,6525 | | 14,6114 | | | 13,1197 | 11,5240 | |
| 26 | 45,6417 | | 41,9232 | 38,8851 | | 15,3792 | | | 13,8439 | 12,1982 | |
| 27 | 46,9629 | | 43,1945 | 40,1133 | | 16,1514 | | | 14,5734 | 12,8785 | |
| 28 | 48,2782 | | 44,4608 | 41,3371 | | 16,9279 | | | 15,3079 | 13,5647 | |
| 29 | 49,5879 | | 45,7223 | 42,5570 | | 17,7084 | | | 16,0471 | 14,2565 | |
| 30 | 50,8922 | | 46,9792 | 43,7730 | | 18,4927 | | | 16,7908 | 14,9535 | |

***Продолжение прилож.4***

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число степеней свободы k | Уровень значимости α | | | | | |
| 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
| 31 | 52,1914 | 48,2319 | 44,9853 | 19,2806 | 17,5387 | 15,6555 |
| 32 | 53,4858 | 49,4804 | 46,1943 | 20,0719 | 18,2908 | 16,3622 |
| 33 | 54,7755 | 50,7251 | 47,3999 | 20,8665 | 19,0467 | 17,0735 |
| 34 | 56,0609 | 51,9660 | 48,6024 | 21,6643 | 19,8063 | 17,7892 |
| 35 | 57,3421 | 53,2034 | 49,8019 | 22,4650 | 20,5694 | 18,5089 |
| 36 | 58,6192 | 54,4373 | 50,9985 | 23,2686 | 21,3359 | 19,2327 |
| 37 | 59,8925 | 55,6680 | 52,1923 | 24,0749 | 22,1056 | 19,9602 |
| 38 | 61,1621 | 56,8955 | 53,3835 | 24,8839 | 22,8785 | 20,6914 |
| 39 | 62,4281 | 58,1201 | 54,5722 | 25,6954 | 23,6543 | 21,4262 |
| 40 | 63,6907 | 59,3417 | 55,7585 | 26,5093 | 24,4330 | 22,1643 |
| 41 | 64,9501 | 60,5606 | 56,9424 | 27,3256 | 25,2145 | 22,9056 |
| 42 | 66,2062 | 61,7768 | 58,1240 | 28,1441 | 25,9987 | 23,6501 |
| 43 | 67,4594 | 62,9904 | 59,3035 | 28,9647 | 26,7854 | 24,3976 |
| 44 | 68,7095 | 64,2015 | 60,4809 | 29,7875 | 27,5746 | 25,1480 |
| 45 | 69,9568 | 65,4102 | 61,6562 | 30,6123 | 28,3662 | 25,9013 |
| 46 | 71,2014 | 66,6165 | 62,8296 | 31,4390 | 29,1601 | 26,6572 |
| 47 | 72,4433 | 67,8207 | 64,0011 | 32,2676 | 29,9562 | 27,4159 |
| 48 | 73,6826 | 69,0226 | 65,1708 | 33,0981 | 30,7545 | 28,1770 |
| 49 | 74,9195 | 70,2224 | 66,3387 | 33,9303 | 31,5549 | 28,9407 |
| 50 | 76,1539 | 71,4202 | 67,5048 | 34,7643 | 32,3574 | 29,7067 |

## Приложение 5

**Критические точки распределения Дарбина-Уотсона**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | k=1 | | k=2 | | k=3 | | k=4 | | k=5 | |
| dL | dU | dL | dU | dL | dU | dL | dU | dL | dU |
| 6 | 0.61 | 1.40 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 7 | 0.7 | 1.36 | 0.47 | 1.9 | - | - | - | - | - | - |
| 8 | 0.76 | 1.33 | 0.56 | 1.78 | 0.37 | 2.29 | - | - | - | - |
| 9 | 0.82 | 1.32 | 0.63 | 1.7 | 0.46 | 2.13 | - | - | - | - |
| 10 | 0.88 | 1.32 | 0.7 | 1.64 | 0.53 | 2.02 | - | - | - | - |
| 11 | 0.93 | 1.32 | 0.66 | 1.6 | 0.6 | 1.93 | - | - | - | - |
| 12 | 0.97 | 1.33 | 0.81 | 1.58 | 0.66 | 1.86 | - | - | - | - |
| 13 | 1.01 | 1.34 | 0.86 | 1.56 | 0.72 | 1.82 | - | - | - | - |
| 14 | 1.05 | 1.35 | 0.91 | 1.55 | 0.77 | 1.78 | - | - | - | - |
| 15 | 1,08 | 1,36 | 0,95 | 1,54 | 0,82 | 1,75 | 0,69 | 1,97 | 0,56 | 2,21 |
| 16 | 1,1 | 1,37 | 0,98 | 1,54 | 0,86 | 1,73 | 0,74 | 1,93 | 0,62 | 2,15 |
| 17 | 1,13 | 1,38 | 1,02 | 1,54 | 0,9 | 1,71 | 0,78 | 1,9 | 0,67 | 2,1 |
| 18 | 1,16 | 1,39 | 1,05 | 1,53 | 0,93 | 1,69 | 0,82 | 1,87 | 0,71 | 2,06 |
| 19 | 1,18 | 1,4 | 1,08 | 1,53 | 0,97 | 1,68 | 0,86 | 1,85 | 0,75 | 2,02 |
| 20 | 1,2 | 1,41 | 1,1 | 1,54 | 1 | 1,68 | 0,9 | 1,83 | 0,79 | 1,99 |
| 21 | 1,2 | 1,42 | 1,13 | 1,54 | 1,03 | 1,67 | 0,93 | 1,81 | 0,83 | 1,96 |
| 22 | 1,22 | 1,43 | 1,15 | 1,54 | 1,05 | 1,66 | 0,96 | 1,8 | 0,86 | 1,94 |
| 23 | 1,24 | 1,44 | 1,17 | 1,54 | 1,08 | 1,66 | 0,99 | 1,79 | 0,9 | 1,92 |
| 24 | 1,26 | 1,45 | 1,19 | 1,55 | 1,1 | 1,66 | 1,01 | 1,78 | 0,93 | 1,9 |
| 25 | 1,27 | 1,45 | 1,21 | 1,55 | 1,12 | 1,66 | 1,04 | 1,77 | 0,95 | 1,89 |
| 26 | 1,29 | 1,46 | 1,22 | 1,55 | 1,14 | 1,65 | 1,06 | 1,76 | 0,98 | 1,88 |
| 27 | 1,3 | 1,47 | 1,24 | 1,56 | 1,16 | 1,65 | 1,08 | 1,76 | 1,01 | 1,86 |
| 28 | 1,32 | 1,48 | 1,26 | 1,56 | 1,18 | 1,65 | 1,1 | 1,75 | 1,03 | 1,85 |
| 29 | 1,33 | 1,48 | 1,27 | 1,56 | 1,2 | 1,65 | 1,12 | 1,74 | 1,05 | 1,84 |
| 30 | 1,34 | 1,49 | 1,28 | 1,57 | 1,21 | 1,65 | 1,14 | 1,74 | 1,07 | 1,83 |
| 31 | 1,35 | 1,5 | 1,3 | 1,57 | 1,23 | 1,65 | 1,16 | 1,74 | 1,09 | 1,83 |
| 32 | 1,36 | 1,5 | 1,31 | 1,57 | 1,24 | 1,65 | 1,18 | 1,73 | 1,11 | 1,82 |
| 33 | 1,37 | 1,51 | 1,32 | 1,58 | 1,26 | 1,65 | 1,19 | 1,73 | 1,13 | 1,81 |
| 34 | 1,38 | 1,51 | 1,33 | 1,58 | 1,27 | 1,65 | 1,21 | 1,73 | 1,15 | 1,81 |
| 35 | 1,39 | 1,52 | 1,34 | 1,58 | 1,28 | 1,65 | 1,22 | 1,73 | 1,16 | 1,8 |
| 36 | 1,4 | 1,52 | 1,35 | 1,59 | 1,29 | 1,65 | 1,24 | 1,73 | 1,18 | 1,8 |
| 37 | 1,41 | 1,53 | 1,36 | 1,59 | 1,31 | 1,66 | 1,25 | 1,72 | 1,19 | 1,8 |

***Продолжение прилож.5***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | k=1 | | k=2 | | k=3 | | k=4 | | k=5 | |
| dL | dU | dL | dU | dL | dU | dL | dU | dL | dU |
| 38 | 1,42 | 1,54 | 1,37 | 1,59 | 1,32 | 1,66 | 1,26 | 1,72 | 1,21 | 1,79 |
| 39 | 1,43 | 1,54 | 1,38 | 1,6 | 1,33 | 1,66 | 1,27 | 1,72 | 1,22 | 1,79 |
| 40 | 1,44 | 1,54 | 1,39 | 1,6 | 1,34 | 1,66 | 1,29 | 1,72 | 1,23 | 1,79 |
| 41 | 1,45 | 1,55 | 1,4 | 1,6 | 1,35 | 1,66 | 1,29 | 1,72 | 1,24 | 1,78 |
| 42 | 1,46 | 1,55 | 1,41 | 1,61 | 1,36 | 1,66 | 1.31 | 1.72 | 1,25 | 1,78 |
| 43 | 1,46 | 1,56 | 1,41 | 1,61 | 1,37 | 1,66 | 1,32 | 1,72 | 1,27 | 1,78 |
| 44 | 1,47 | 1,56 | 1,42 | 1,61 | 1,37 | 1,66 | 1,33 | 1,72 | 1,28 | 1,78 |
| 45 | 1,48 | 1,57 | 1,43 | 1,62 | 1,38 | 1,67 | 1,34 | 1,72 | 1,29 | 1,78 |
| 46 | 1,48 | 1,57 | 1,44 | 1,62 | 1,39 | 1,67 | 1,34 | 1,72 | 1,3 | 1,77 |
| 47 | 1,49 | 1,57 | 1,44 | 1,62 | 1,39 | 1,67 | 1,35 | 1,72 | 1,31 | 1,77 |
| 48 | 1,49 | 1,58 | 1,45 | 1,62 | 1.41 | 1,67 | 1,36 | 1,72 | 1,32 | 1,77 |
| 49 | 1,5 | 1,58 | 1,46 | 1,62 | 1,41 | 1,67 | 1,37 | 1,72 | 1,32 | 1,77 |
| 50 | 1,5 | 1,59 | 1,46 | 1,63 | 1,42 | 1,67 | 1,38 | 1,72 | 1,34 | 1,77 |
| 51 | 1,51 | 1,59 | 1,47 | 1,63 | 1,43 | 1,67 | 1,38 | 1,72 | 1,34 | 1,77 |
| 52 | 1,51 | 1,59 | 1,47 | 1,63 | 1,43 | 1,68 | 1,39 | 1,72 | 1,35 | 1,77 |
| 53 | 1,52 | 1,59 | 1,48 | 1,63 | 1,44 | 1,68 | 1,4 | 1,72 | 1,36 | 1,77 |
| 54 | 1,52 | 1,6 | 1,48 | 1,64 | 1,45 | 1,68 | 1,41 | 1,72 | 1,37 | 1,77 |
| 55 | 1,53 | 1,6 | 1,49 | 1,64 | 1,45 | 1,68 | 1,41 | 1,72 | 1,38 | 1,77 |
| 56 | 1,53 | 1,6 | 1,49 | 1,64 | 1,46 | 1,68 | 1,42 | 1,72 | 1,38 | 1,77 |
| 57 | 1,54 | 1,61 | 1,5 | 1,64 | 1,46 | 1,68 | 1,43 | 1,72 | 1,39 | 1,77 |
| 58 | 1,54 | 1,61 | 1,5 | 1,65 | 1,47 | 1,68 | 1,43 | 1,72 | 1,39 | 1,77 |
| 59 | 1,54 | 1,61 | 1,51 | 1,65 | 1,47 | 1,69 | 1,44 | 1,73 | 1,4 | 1,77 |
| 60 | 1,55 | 1,62 | 1,51 | 1,65 | 1,48 | 1,69 | 1,44 | 1,73 | 1,41 | 1,77 |
| 65 | 1,57 | 1,63 | 1,54 | 1,66 | 1,5 | 1,7 | 1,47 | 1,73 | 1,44 | 1,77 |
| 70 | 1,58 | 1,64 | 1,55 | 1,67 | 1,52 | 1,7 | 1,49 | 1,74 | 1,46 | 1,77 |
| 75 | 1,6 | 1,65 | 1,57 | 1,68 | 1,54 | 1,71 | 1,51 | 1,74 | 1,49 | 1,77 |
| 80 | 1,61 | 1,66 | 1,59 | 1,69 | 1,56 | 1,72 | 1,53 | 1,74 | 1,51 | 1,77 |
| 85 | 1,62 | 1,67 | 1,6 | 1,7 | 1,57 | 1,72 | 1,55 | 1,75 | 1,52 | 1,77 |
| 90 | 1,63 | 1,68 | 1,61 | 1,7 | 1,59 | 1,73 | 1,57 | 1,75 | 1,54 | 1,78 |
| 95 | 1,64 | 1,69 | 1,62 | 1,71 | 1,6 | 1,73 | 1,58 | 1,75 | 1,56 | 1,78 |
| 100 | 1,65 | 1,69 | 1,63 | 1,72 | 1,61 | 1,74 | 1,59 | 1,76 | 1,57 | 1,78 |

## Приложение 6

**Критические значения коэффициентов корреляции для уровня значимости 0,05**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **k** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
|  | 1,00 | 1,00 | 0,88 | 0,81 | 0,75 | 0,71 | 0,67 | 0,63 | 0,60 | 0,58 | 0,55 |
| **k** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **25** | **30** |
|  | 0,53 | 0,51 | 0,50 | 0,48 | 0,47 | 0,46 | 0,44 | 0,42 | 0,42 | 0,38 | 0,35 |
| **k** | **35** | **40** | **45** | **50** | **60** | **70** | **80** | **90** | **100** |  |  |
|  | 0,32 | 0,30 | 0,29 | 0,27 | 0,25 | 0,29 | 0,22 | 0,21 | 0,19 |  |  |

# Литература

1. Эконометрика: Учебник/И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Т.В. Костеева и др.; под ред. И.И. Елисеевой. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Юрайт, 2012.

2. Практикум по эконометрике: Учеб. пособие/И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Н.М. Гордеенко и др.; Под ред. И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2005.

3. Вуколов Э.А. Основы статистическое анализа.- М., Форум, 2008.

4. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. - М., Дело, 2004..

5. Доугерти К. Введение в эконометрику. /Пер. с англ. - М.: МГУ, ИНФРА-М, 2001.

6. Новак Эдвард. Введение в методы эконометрики. Сборник задач: Пер. с польск./Под ред. И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2004. - 248 с.