

## Контрольная работа № 1

### Задача 1

**1-10.** Для производства двух видов изделий  $A$  и  $B$  используется три типа технологического оборудования. Для производства единицы изделия  $A$  оборудование первого типа используется  $a_1$  часов, оборудование второго типа  $-a_2$  часов, оборудование третьего типа  $-a_3$  часов. Для производства единицы изделия  $B$  оборудование первого типа используется  $b_1$  часов, оборудование второго типа  $-b_2$  часов, оборудование третьего типа  $-b_3$  часов. На изготовление всех изделий предприятие может использовать оборудование первого типа не более, чем  $t_1$  часов, второго типа не более, чем  $t_2$  часов, третьего типа не более, чем  $t_3$  часов. Прибыль от реализации готового изделия  $A$  составляет  $\alpha$  денежных единиц, а изделия  $B$   $-\beta$  денежных единиц. Составить план производства изделий  $A$  и  $B$ , обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации. Решить задачу симплексным методом, дать геометрическое истолкование.

№ задания												
	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
1												
2							0	6	6			
3												
4							0	4	8			
5												
6							0	2	0			
7												
8							4	0	8			
9												
0							8	8	4			

							0	0	6		
							8	4	0		
							2	0	0		
							0	4	4		
							2	8	8		

### Задача 2

**11-20.** Имеются три пункта отправления  $A_1, A_2, A_3$  однородного груза и пять пунктов  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  его назначения. На пунктах  $A_1, A_2, A_3$  груз находится в количестве  $a_1, a_2, a_3$  единиц соответственно. В пункты  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  требуется доставить соответственно  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  единиц груза. Тарифы на перевозку груза между пунктами отправления и назначения приведены в матрице  $D$ :

Пункты отправления	Пункты назначения				
	1	2	3	4	5
$A_1$	11	12	13	14	15
$A_2$	21	22	23	24	25
$A_3$	31	32	33	34	35

**Составить план перевозок, при котором общие затраты на перевозку грузов будут минимальными.**

**Указание: для решения задачи использовать методы минимальной стоимости и потенциалов.**

$$1. \quad \begin{aligned} a_1 &= 50, a_2 = 70, a_3 = 110, \\ b_1 &= 50, b_2 = 50, b_3 = 50, b_4 = 50, b_5 = 30 \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 & 4 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad \begin{aligned} a_1 &= 90, a_2 = 70, a_3 = 110, \\ b_1 &= 70, b_2 = 20, b_3 = 70, b_4 = 40, \\ b_5 &= 70, \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 9 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad \begin{aligned} a_1 &= 60, a_2 = 40, a_3 = 80, \\ b_1 &= 10, b_2 = 50, b_3 = 60, b_4 = 50, \\ b_5 &= 10, \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 1 & 7 \\ 5 & 7 & 5 & 8 & 6 \\ 6 & 6 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad \begin{aligned} a_1 &= 80, a_2 = 60, a_3 = 100, \\ b_1 &= 40, b_2 = 60, b_3 = 40, b_4 = 50, \\ b_5 &= 50, \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 7 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 9 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad \begin{aligned} a_1 &= 50, a_2 = 30, a_3 = 70, \\ b_1 &= 20, b_2 = 30, b_3 = 50, b_4 = 30, \\ b_5 &= 20, \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 7 & 1 & 9 \\ 7 & 6 & 4 & 8 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad \begin{aligned} a_1 &= 100, a_2 = 70, a_3 = 50, \\ b_1 &= 60, b_2 = 10, b_3 = 30, b_4 = 70, \\ b_5 &= 50, \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 11 & 6 & 8 & 8 \\ 2 & 10 & 1 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad \begin{aligned} a_1 &= 70, a_2 = 50, a_3 = 90, \\ b_1 &= 10, b_2 = 40, b_3 = 70, b_4 = 20, \\ b_5 &= 70, \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 8 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad \begin{aligned} a_1 &= 90, a_2 = 30, a_3 = 110, \\ b_1 &= 10, b_2 = 60, b_3 = 50, b_4 = 40, \\ b_5 &= 70, \end{aligned} \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 9 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = 60, a_2 = 40, a_3 = 80, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 3 & 5 & 2 \\ 7 & 7 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad b_1 = 50, \quad b_2 = 20, \quad b_3 = 30, \quad b_4 = 40, \quad .$$

$$b_5 = 40,$$

$$a_1 = 70, \quad a_2 = 50, \quad a_3 = 90,$$

$$0. \quad b_1 = 60, \quad b_2 = 10, \quad b_3 = 10, \quad b_4 = 60,$$

$$b_5 = 70, \quad .$$

$$D = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 7 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 6 & 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

## Контрольная работа № 2

### Задача 1

**21-30.** В задаче выпуклого программирования требуется:

- 1) найти решение графическим методом,
- 2) написать функцию Лагранжа и найти ее седловую точку, используя решение, полученное графически.

- |   |  |
|---|--|
| <p>1. <math>x_1^2 + x_2 - 2^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 7, \\ x_1 + 2x_2 \geq 5, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 0. \end{cases}$                              | <p>2. <math>x_1 - 10^2 + x_2 - 2^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$                        |
| <p>3. <math>x_1 - 7^2 + x_2 - 1^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 \leq 43, \\ 5x_1 - x_2 \geq -4, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | <p>4. <math>x_1 - 9^2 + x_2 - 6^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 16, \\ 2x_1 + x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| <p>5. <math>x_1 - 5^2 + x_2 - 10^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 11, \\ 4x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$                         | <p>6. <math>x_1 - 6^2 + x_2 - 9^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ 5x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + 2x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| <p>7. <math>x_1 - 4^2 + x_2 - 10^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$    | <p>8. <math>x_1 - 7^2 + x_2 - 8^2 \rightarrow \min,</math></p> $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$   |

$$\begin{array}{l}
 9. \quad x_1 - 5^2 + x_2 - 1^2 \rightarrow \min, \\
 \begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -4, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq -6, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 0. \quad x_1 - 6^2 + x_2 - 5^2 \rightarrow \min, \\
 \begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ 3x_1 + x_2 \leq 18, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}
 \end{array}$$

### Задача 2

**31-40.** Для двух предприятий выделено  $a$  единиц средств. Как распределить все средства в течение 4 лет, чтобы доход был наибольшим, если известно, что доход от  $x$  единиц средств, вложенных в первое предприятие, равен  $f_1 x$ , а доход от  $y$  единиц средств, вложенных во второе предприятие, равен  $f_2 y$ . Остаток средств к концу года составляет  $g_1 x$  для первого предприятия и  $g_2 y$  для второго предприятия. Задачу решить методом динамического программирования.

№ задания		1	1	2	2
31	00	$x$	$,2x$	$y$	$,6y$
32	00	$x$	$,2x$	$y$	$,5y$
33	00	$x$	$,3x$	$y$	$,5y$
34	000	$x$	$,1x$	$y$	$,5y$
35	00	$x$	$,1x$		$,3y$
36	800		$,3x$	$y$	$,1y$
37					

	000	$x$	$,5x$	$y$	$,1 y$
38	400	$x$	$,5x$	$y$	$,3 y$
39	600	$x$	$,5x$	$y$	$,2 y$
40	200	$x$	$,6x$	$y$	$,2 y$