

Правила оформления домашних заданий

1. Домашние задания выполняются либо в отдельных (тонких, не более 18-ти листов) тетрадках, либо на отдельных листах (например, формата А4), которые обязательно должны быть либо упакованы в файл, либо скреплены степлером или канцелярской скрепкой. Разрозненные листы, а также листы, скрепленные путем загибания уголка, не принимаются;
2. каждая работа должна иметь титульный лист, на котором указаны фамилия автора, индекс его группы и номер выполненного варианта.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Линейное программирование

1. Составить двойственную задачу¹ и решить ее графически;
2. решить исходную задачу с использованием симплекс-таблиц;
3. решить двойственную задачу с использованием симплекс-таблиц;
4. сравнить найденные решения.

$$1. \begin{cases} 4x_1 - 10x_2 - 12.5x_3 - 6.5x_4 \rightarrow \max, \\ x_2 + 0.5x_3 - 1.5x_4 \geq 2, \\ -x_1 - 3x_3 + 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ -x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 6x_1 - 8x_2 - 9x_3 - 6x_4 \rightarrow \max, \\ 1.5x_1 - 2x_2 - x_3 + 1.5x_4 \leq -1, \\ -3x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \geq 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 6x_1 + 9x_2 + 8x_3 \rightarrow \min, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 \leq -4, \\ 5x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 18x_4 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 1.5x_3 + x_4 \geq 1, \\ x_2 - 5x_3 + 4x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 16x_3 - 6x_4 \rightarrow \min, \\ -x_1 + 4x_3 - 1.5x_4 \geq 1, \\ x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} -0.5x_1 - x_2 - 0.5x_3 - 4x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - 16x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 - 4x_2 + 1.5x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + 2.5x_3 + 1.5x_4 \rightarrow \min, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 25x_1 - 20x_2 - 8x_3 + 13x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_4 \geq 4, \\ 3x_2 + x_3 - 2x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 12. \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 4.5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 - 15x_2 - 10x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq -6, \\ -x_1 - x_2 - 3x_3 + 5x_4 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 14. \begin{cases} 18x_1 + 4x_2 - 6x_3 - x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_4 \geq 2, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

¹В случае, когда исходная задача является задачей минимизации, ее лучше привести к стандартной форме двойственной задачи, а двойственную задачу записать в стандартной форме прямой.

$$15. \begin{cases} -6x_1 + 4x_2 + 16x_3 - 4x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 - 8x_3 + 2x_4 \leq -2, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 16. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 6x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq -2, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 18. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min, \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leq -2, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \leq -2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 20. \begin{cases} x_1 - 16x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 - 4x_2 + 1.5x_4 \leq -1, \\ 2x_2 + x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 + 2.5x_2 + 7x_3 + 1.5x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 22. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 16x_3 \rightarrow \min, \\ x_1 - 4x_3 \leq -2, \\ -x_2 - 2x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 8x_1 + 9x_2 + 6x_3 \rightarrow \min, \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 4, \\ -3x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases} \quad 24. \begin{cases} 3x_1 + 4.5x_2 + 4x_3 - 3x_4 \rightarrow \min, \\ -5x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow \min, \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 \leq -1, \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 26. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 16x_3 - 4x_4 \rightarrow \max, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_4 \leq 4, \\ 1.5x_1 + x_2 - 4x_3 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 7x_1 + 1.5x_2 + 3x_3 + 2.5x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases} \quad 28. \begin{cases} 13x_1 + 25x_2 - 20x_3 - 8x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_4 \geq 3, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

Правила оформления и защиты лабораторных работ

1. Все алгоритмы должны быть реализованы с использованием системы MatLAB;
2. Реализованные алгоритмы должны работать для любого набора допустимых входных данных, в том числе и для матриц различного порядка;
3. приступая к защите лабораторной работы, студент должен иметь при себе готовый отчет, содержание которого определяется заданием на конкретную лабораторную работу.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Венгерский метод решения задачи о назначениях

Цель работы: изучение венгерского метода решения задачи о назначениях.

Содержание работы

1. реализовать венгерский метод решения задачи о назначениях в виде программы на ЭВМ²;
2. провести решение задачи с матрицей стоимостей, заданной в индивидуальном варианте, рассмотрев два случая:
 - а) задача о назначениях является задачей минимизации,
 - б) задача о назначениях является задачей максимизации.

Содержание отчета

1. содержательная и математическая постановки задачи о назначениях, а также исходные данные конкретного варианта;
2. краткое описание венгерского метода (можно в "псевдокодах");
3. текст программы;
4. результаты расчетов для задач из индивидуального варианта.

Индивидуальные варианты матрицы стоимостей

$$\begin{array}{cccc}
 1. \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 8 & 7 & 2 \\ 9 & 9 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & 8 & 2 \end{bmatrix} &
 2. \begin{bmatrix} 4 & 10 & 10 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 6 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 8 \\ 8 & 5 & 4 & 9 & 3 \end{bmatrix} &
 3. \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 9 & 4 \\ 9 & 3 & 8 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 8 & 2 \\ 8 & 2 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 9 & 8 & 5 \end{bmatrix} &
 4. \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 8 \\ 10 & 10 & 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 3 \end{bmatrix} \\
 5. \begin{bmatrix} 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} &
 6. \begin{bmatrix} 10 & 8 & 6 & 4 & 9 \\ 11 & 9 & 10 & 5 & 6 \\ 5 & 10 & 8 & 6 & 4 \\ 3 & 11 & 9 & 6 & 6 \\ 8 & 10 & 11 & 8 & 7 \end{bmatrix} &
 7. \begin{bmatrix} 11 & 4 & 11 & 6 & 11 \\ 7 & 5 & 6 & 7 & 12 \\ 9 & 7 & 8 & 10 & 10 \\ 9 & 11 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 10 & 4 & 8 & 8 \end{bmatrix} &
 8. \begin{bmatrix} 7 & 4 & 3 & 8 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix} \\
 9. \begin{bmatrix} 4 & 7 & 1 & 5 & 5 \\ 6 & 8 & 3 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 7 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 9 \\ 8 & 1 & 8 & 3 & 8 \end{bmatrix} &
 10. \begin{bmatrix} 7 & 7 & 4 & 6 & 5 \\ 3 & 8 & 1 & 8 & 8 \\ 5 & 5 & 7 & 4 & 1 \\ 7 & 6 & 8 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

²В программе необходимо предусмотреть два режима работы: "итоговый", когда программа печатает только матрицу назначений, и "отладочный", когда на каждой итерации на экран выводится текущая матрица эквивалентной задачи с отмеченной (например, цветом или шрифтом) системой независимых нулей.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Задача коммивояжера

Цель работы: изучение метода ветвей и границ на примере задачи коммивояжера.

Содержание работы

1. реализовать метод ветвей и границ в виде программы на ЭВМ³;
2. провести решение задачи коммивояжера с матрицей, заданной в индивидуальном варианте.

Содержание отчета

1. содержательная и математическая постановки задачи коммивояжера, а также входные данные индивидуального варианта;
2. краткое описание метода ветвей и границ для решения задачи коммивояжера;
3. текст программы;
4. результаты расчетов для задачи из индивидуального варианта.

Индивидуальные варианты матрицы стоимостей

$$\begin{array}{ccc}
 1. \begin{bmatrix} \infty & 1 & 15 & 10 & 9 \\ 9 & \infty & 2 & 2 & 3 \\ 11 & 1 & \infty & 9 & 4 \\ 2 & 9 & 10 & \infty & 12 \\ 9 & 1 & 9 & 10 & \infty \end{bmatrix} &
 2. \begin{bmatrix} \infty & 2 & 10 & 1 & 4 \\ 10 & \infty & 8 & 10 & 2 \\ 10 & 9 & \infty & 6 & 4 \\ 1 & 10 & 5 & \infty & 10 \\ 5 & 2 & 7 & 10 & \infty \end{bmatrix} &
 3. \begin{bmatrix} \infty & 8 & 9 & 2 & 9 \\ 9 & \infty & 2 & 10 & 9 \\ 11 & 10 & \infty & 9 & 3 \\ 2 & 9 & 10 & \infty & 12 \\ 9 & 1 & 9 & 10 & \infty \end{bmatrix} \\
 4. \begin{bmatrix} \infty & 11 & 3 & 9 & 10 \\ 9 & \infty & 12 & 8 & 2 \\ 3 & 8 & \infty & 9 & 11 \\ 9 & 2 & 10 & \infty & 10 \\ 10 & 8 & 11 & 4 & \infty \end{bmatrix} &
 5. \begin{bmatrix} \infty & 10 & 12 & 3 & 10 \\ 9 & \infty & 10 & 10 & 2 \\ 10 & 3 & \infty & 11 & 10 \\ 3 & 11 & 10 & \infty & 11 \\ 10 & 10 & 4 & 13 & \infty \end{bmatrix} &
 6. \begin{bmatrix} \infty & 8 & 0 & 8 & 9 \\ 10 & \infty & 7 & 1 & 7 \\ 2 & 11 & \infty & 9 & 10 \\ 8 & 7 & 8 & \infty & 3 \\ 9 & 1 & 10 & 9 & \infty \end{bmatrix} \\
 7. \begin{bmatrix} \infty & 7 & 8 & 1 & 8 \\ 8 & \infty & 1 & 9 & 8 \\ 10 & 9 & \infty & 8 & 2 \\ 1 & 8 & 9 & \infty & 11 \\ 8 & 0 & 8 & 9 & \infty \end{bmatrix} &
 8. \begin{bmatrix} \infty & 3 & 17 & 12 & 11 \\ 11 & \infty & 4 & 4 & 5 \\ 13 & 3 & \infty & 11 & 6 \\ 4 & 11 & 12 & \infty & 14 \\ 11 & 3 & 11 & 12 & \infty \end{bmatrix} &
 9. \begin{bmatrix} \infty & 4 & 12 & 3 & 6 \\ 12 & \infty & 10 & 12 & 4 \\ 12 & 11 & \infty & 8 & 6 \\ 3 & 12 & 7 & \infty & 12 \\ 7 & 4 & 9 & 12 & \infty \end{bmatrix} \\
 10. \begin{bmatrix} \infty & 12 & 14 & 5 & 12 \\ 11 & \infty & 12 & 12 & 4 \\ 12 & 5 & \infty & 13 & 12 \\ 5 & 13 & 12 & \infty & 13 \\ 12 & 12 & 6 & 15 & \infty \end{bmatrix}
 \end{array}$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Транспортная задача

Цель работы: изучение метода потенциалов на примере решения транспортной задачи и задачи о назначениях.

Содержание работы

1. реализовать метод потенциалов в виде программы на ЭВМ;

³В программе необходимо предусмотреть "итоговый" и "отладочный" режимы работы. Во втором случае на каждой итерации необходимо выводить на экран информацию о числе задач в списке, печатать матрицу и решение текущей задачи, а также информацию о принимаемом решении (добавление новых задач, обновление оптимального маршрута и т.д.).

2. для сбалансированной транспортной задачи

$$\begin{cases} z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = S_i, & i = \overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = D_j, & j = \overline{1, n}, \\ x_{ij} \geq 0, & i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}, \end{cases}$$

- а) найти начальное базисное допустимое решение методом северо-западного угла;
б) найти решение методом потенциалов⁴.

3. Решить методом потенциалов задачу о назначениях, взяв индивидуальные данные своего варианта из задания к лабораторной работе №1.

Содержание отчета

1. постановки решаемых задач и исходные данные;
2. краткое описание метода потенциалов;
3. текст программы;
4. результаты расчетов задач из индивидуального варианта.

Индивидуальные варианты входных данных ($m = 3$, $n = 4$)

Вар.	S_1	S_2	S_3	D_1	D_2	D_3	D_4	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	C_{31}	C_{32}	C_{33}	C_{34}
1.	140	100	60	80	80	60	80	5	4	3	4	3	2	5	5	1	6	3	2
2.	80	100	70	80	50	50	70	4	2	3	1	6	3	5	6	3	2	6	3
3.	135	45	170	45	45	100	160	6	7	3	2	5	1	4	3	3	2	6	2
4.	100	150	50	75	80	60	85	6	7	3	5	1	2	5	6	8	10	20	1
5.	110	190	90	80	60	170	80	5	8	1	9	7	4	6	2	12	3	8	9
6.	170	125	95	180	110	60	40	9	7	5	3	1	2	4	6	8	10	12	1
7.	31	48	38	22	34	41	20	10	7	6	8	5	6	5	4	8	7	6	7
8.	70	50	30	40	40	30	40	6	5	4	5	4	3	6	6	2	7	4	3
9.	40	50	35	40	25	25	35	5	3	4	2	7	4	6	7	4	3	7	4
10.	270	90	340	90	90	200	320	7	8	4	3	6	2	5	4	4	3	7	3

⁴В программе для каждой итерации необходимо выводить текущую транспортную таблицу и указывать цикл (можно печатать индексы элементов, образующих цикл).