Задача 1. *Найти угол между плоскостями A и B, заданными уравнениями*

$$-z = 0 \text{ и } x + 2y + z - 3 = 0.$$

Решение: Так как вектора нормалей перпендикулярны к плоскостям, то угол между плоскостями можно подсчитать как угол между нормалями к ним.

У первой плоскости вектор нормали $\vec{n}_A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$. У второй плоскости вектор нормали $\vec{n}_A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$. С геометрической точки зрения скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между векторами.

Длина вектора

$$|\vec{n}_B| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}.$$

Длина вектора

$$|\vec{n}_A| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-1)^2} = 1.$$

Скалярным произведением двух векторов является число, равное сумме попарных произведений одноимённых координат.

Скалярное произведение векторов

$$(\vec{n}_A, \vec{n}_B) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 = -1$$

$$\cos\angle(\vec{n}_A, \vec{n}_B) = \frac{(\vec{n}_A, \vec{n}_B)}{|\vec{n}_A| \cdot |\vec{n}_B|} = \frac{-1}{\sqrt{6}} = -\sqrt{6}/6.$$

Плоскости при пересечении образуют два угла, дополняющих друг друга до 180°. Углом между плоскостями при этом считается меньший из них. Его косинус неотрицателен и равен по модулю косинуса большего угла.

Ответ: косинус угла равен $\sqrt{6}/6$, угол равен $\arccos(\sqrt{6}/6) \approx 65.905°$.

Решение выполнено автоматически.

Программу – учебное пособие разработал Артемий Берлинков.

Web-интерфейс Павла Лапина.